



PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

MARZEC 2010

Poziom Podstawowy
czas – 170 minut

Instrukcja

1. Sprawdź kompletność i czytelność arkusza.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu do tego wyznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych przenieś na kartę odpowiedzi.
4. W rozwiązaniach zadań przedstaw pełen tok rozumowania i zapisów prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Możesz korzystać z kalkulatora, karty wzorów i przyborów do kreślenia.
6. Zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.

POWODZENIA!

Dane zdającego

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 20. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)

Jeżeli wielomiany $W(x) = -3x^4 - x^2 + 4$ i $P(x) = 4 + (\alpha - 2)x^2 - 3x^4$ są równe, to liczba α jest równa:

A. -1

B. 1

C. 2

D. 3

Zadanie 2. (1 pkt)

Pole rombu $ABCD$, którego wierzchołkami mają odpowiednio współrzędne $A = (1,3)$, $B = (3,4)$, $C = (5,3)$,

$D = (3,2)$ wynosi:

A. 4

B. 7,5

C. 6

D. 5

Zadanie 3. (1 pkt)

Liczba $\frac{18}{\sqrt{7}-4}$ wynosi:

A. $\frac{\sqrt{7}-9}{3}$

B. $-8 - 2\sqrt{7}$

C. $-3\sqrt{7} + 9$

D. $\frac{2-\sqrt{7}}{9}$

Zadanie 4. (1 pkt)

Rozwiązaniem nierówności $|x - 3| \leq 2$ jest zbiór:

A. $\{-5, 1\}$

B. $(-\infty, -5) \cup (1, \infty)$

C. $(-\infty, -5) \cup (1, \infty)$

D. $\{1, 5\}$

Zadanie 5. (1 pkt)

Dana jest funkcja $f(x) = \begin{cases} (x-2)(x+2) & \text{dla } x \in (-\infty, 0) \\ x^2 + 3x - 4 & \text{dla } x \in (0, 3) \\ -0,25 + 0,75x & \text{dla } x \in (3, \infty) \end{cases}$. Wówczas $f(3)$ jest równe:

A. 5

B. 14

C. 2

D. 4

Zadanie 6. (1 pkt)

Ile rozwiązań ma równanie $x^3 + 5x^2 + 6x = 0$:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Zadanie 7. (1 pkt)

Funkcja $f(x) = (2m - 4)x + 3m - 2$ jest malejąca dla:

- A. $m \in (3, 2)$ B. $m \in (3, \infty)$ C. $m \in (-2, \infty)$ D. $m \in (-\infty, 2)$

Zadanie 8. (1 pkt)

Promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny jest równy $2\sqrt{3}$. Bok tego trójkąta jest równy:

- A. 12 B. $6\sqrt{3}$ C. $9\sqrt{3}$ D. 18

Zadanie 9. (1 pkt)

Cenę towaru dwukrotnie obniżono o 15%. Teraz cena towaru jest mniejsza od ceny przed obniżkami o:

- A. 30% B. 72,25% C. 27,75% D. 25%

Zadanie 10. (1 pkt)

Dziedzina funkcji $f(x) = \frac{2x\sqrt{x}}{3x+1}$ jest:

- A. $x > 0$ B. $x \geq 0$ C. $x \neq -\frac{1}{3}$ D. $x > -\frac{1}{3}$

Zadanie 11. (1 pkt)

Rozwiązaniem nierówności $(x - 1)(x - 2) \leq 2$ jest:

- A. $x \in (-\infty, 1) \cup (2, \infty)$ B. nie ma rozwiązania C. $x \in (1, 2)$ D. $x \in (0, 3)$

Zadanie 12. (1 pkt)

W trójkącie prostokątnym $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Jaka wartość ma wyrażenie: $\cos^2 \alpha \cdot \sqrt{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha}$?

A. $-\frac{9}{25}$

B. 1

C. $\frac{16}{25}$

D. 0

Zadanie 13. (1 pkt)

Pewna bakteria mnoży się przez podział co 20 minut. Ile będzie bakterii po 3 godzinach, jeśli początkowo było ich 1000?

A. $512 \cdot 10^3$

B. $5,11 \cdot 10^5$

C. $0,2 \cdot 10^6$

D. $6,1 \cdot 10^5$

Zadanie 14. (1 pkt)

Liczba $\log_{\sqrt{3}} 3 \cdot \log_2 \sqrt{3}$ jest równa:

A. 0

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. 1

D. $\sqrt{3}$

Zadanie 15. (1 pkt)

Liczba wszystkich krawędzi ostrosłupa jest równa 14. Ile boków ma wielokąt w podstawie?

A. 7

B. 6

C. 8

D. 5

Zadanie 16. (1 pkt)

Iloraz $64^{-2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3$ jest równy:

A. 2^{-5}

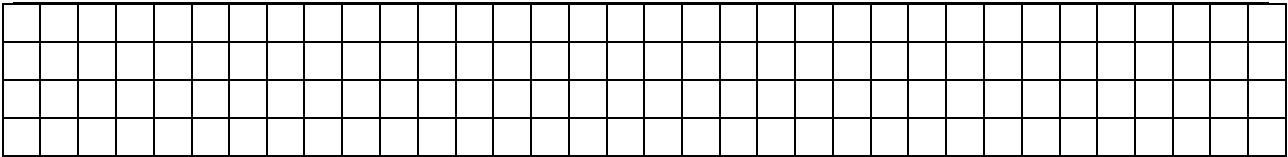
B. 2^{-6}

C. 2^{12}

D. 2^{-18}

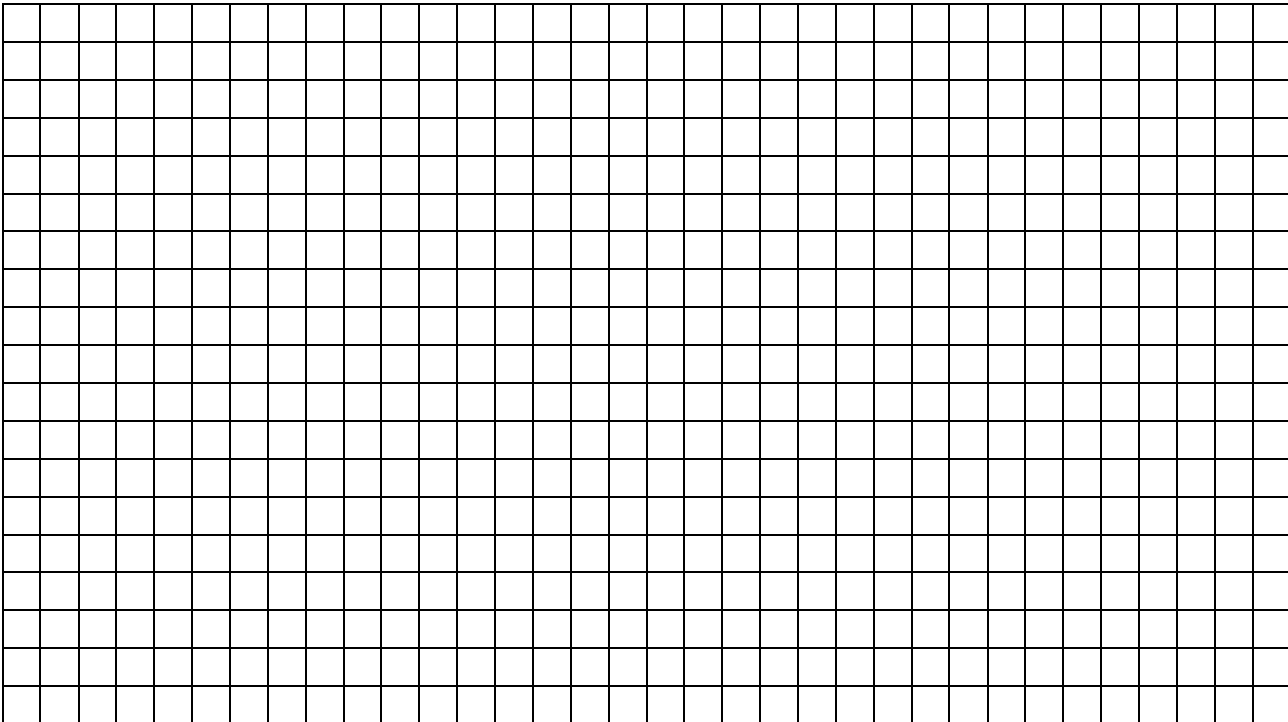
Zadanie 17. (1 pkt)

Różnica ciągu arytmetycznego określonego wzorem $a_n = 3 - 2n$ wynosi:



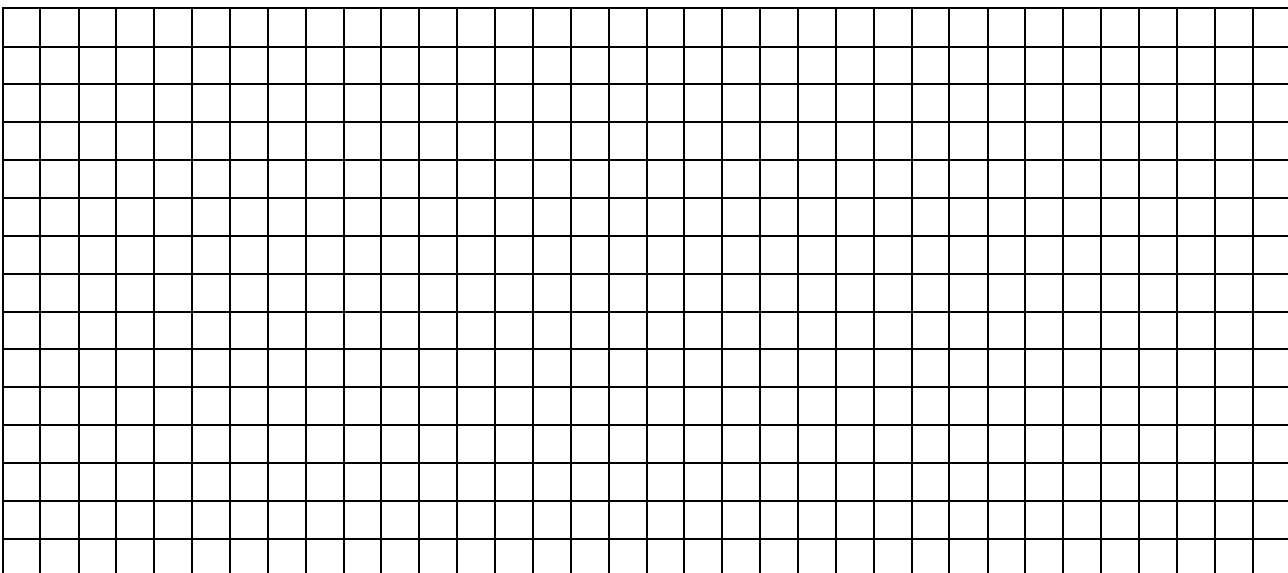
Zadanie 22. (2 pkt)

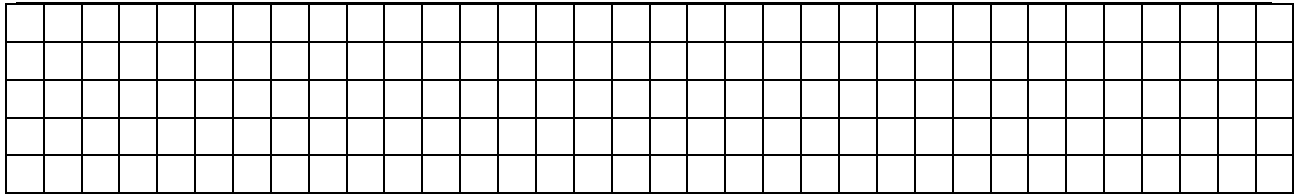
Rozwiąż równanie $4x^3 - 12x^2 + 9x = 27$.



Zadanie 23. (2 pkt)

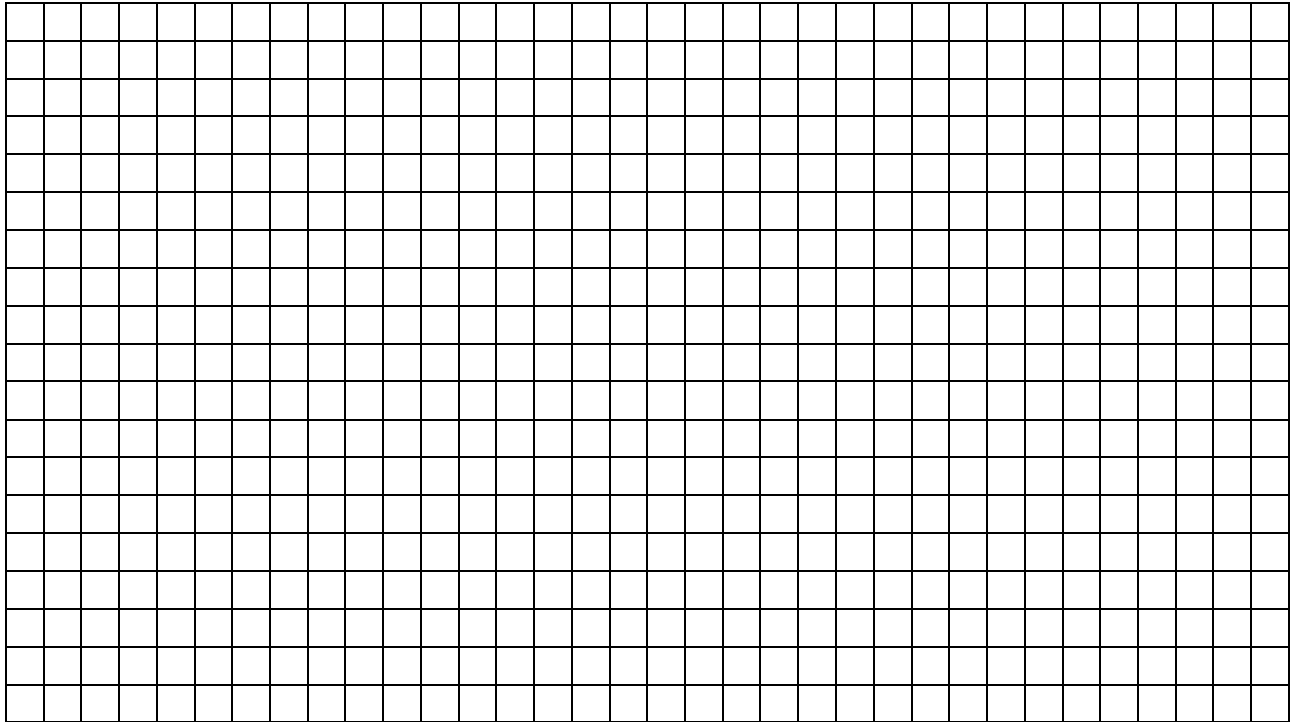
Oblicz największą wartość funkcji $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2x + 1$ w przedziale $(-1, 2)$.





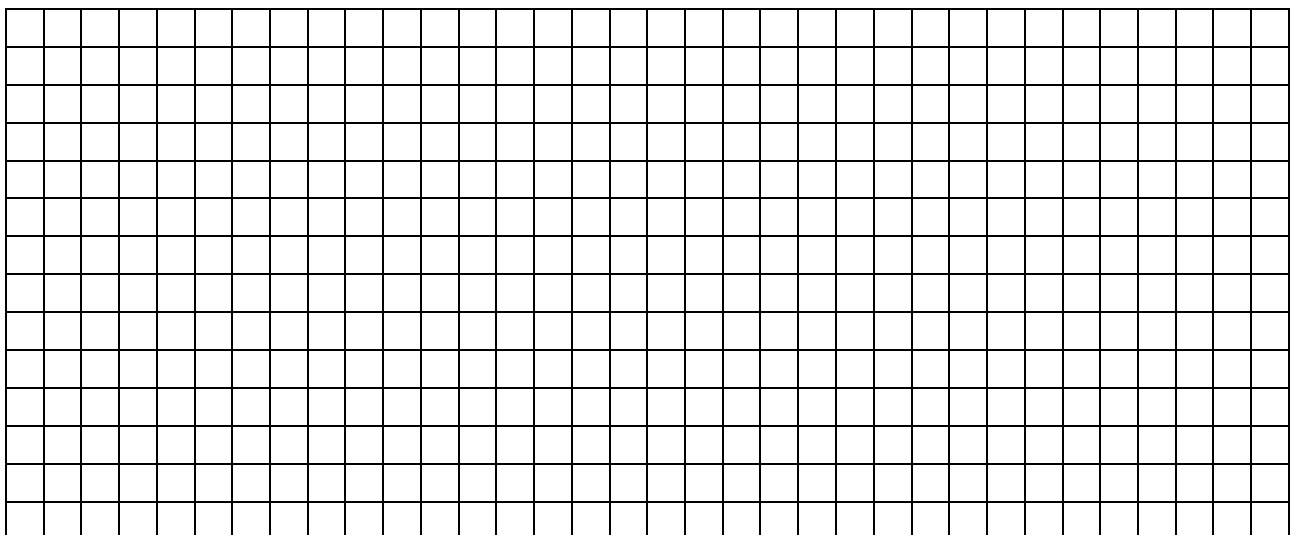
Zadanie 24. (2 pkt)

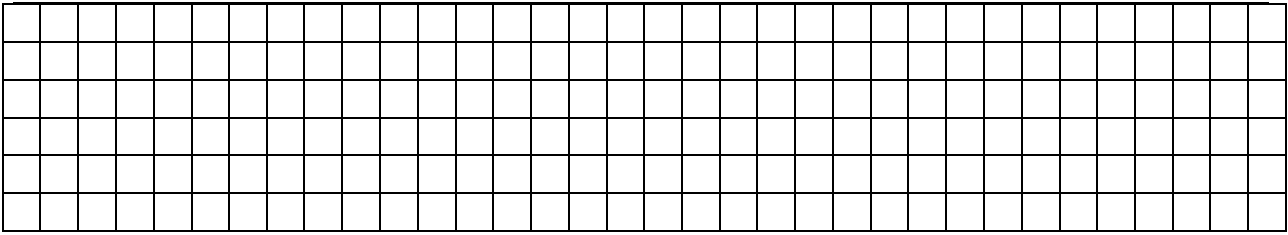
W trapezie równoramiennym krótsza podstawa i ramię mają taką samą długość. Przekątna trapezu tworzy z jednym z ramion kąt prosty. Oblicz miary kątów tego trapezu.



Zadanie 25. (2 pkt)

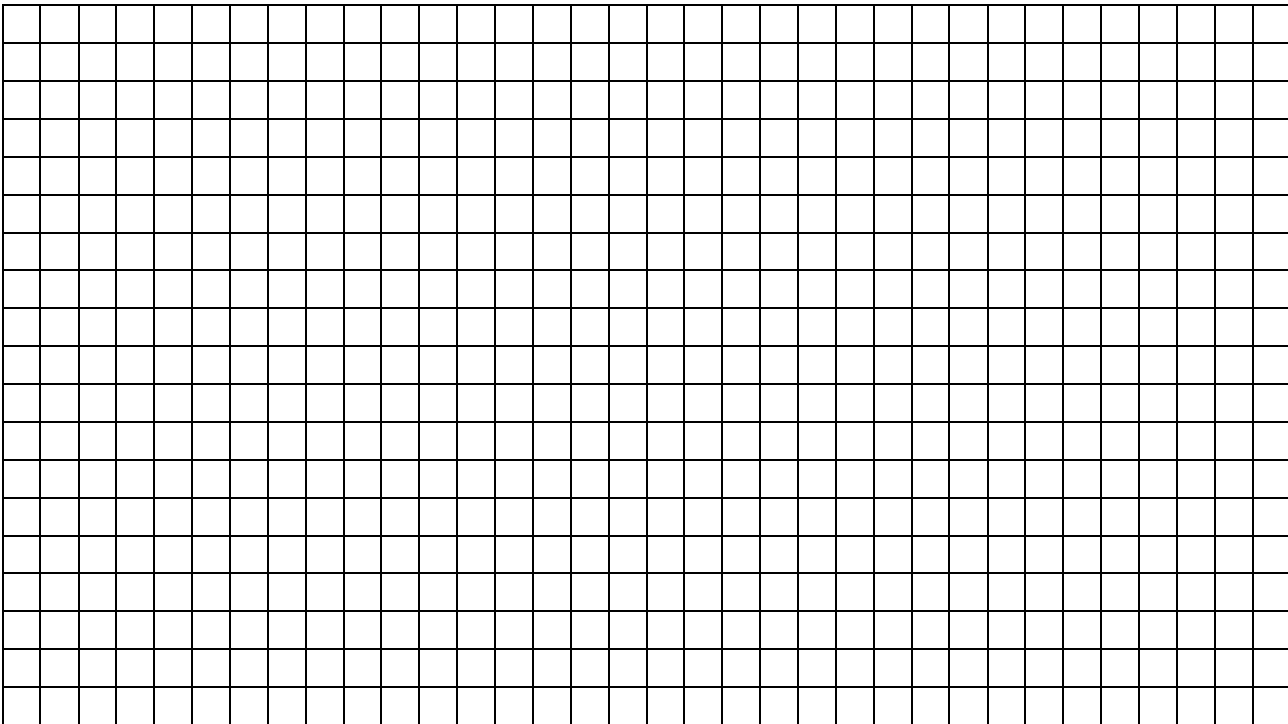
Określ wzajemne położenie okręgów: $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$ i $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$.





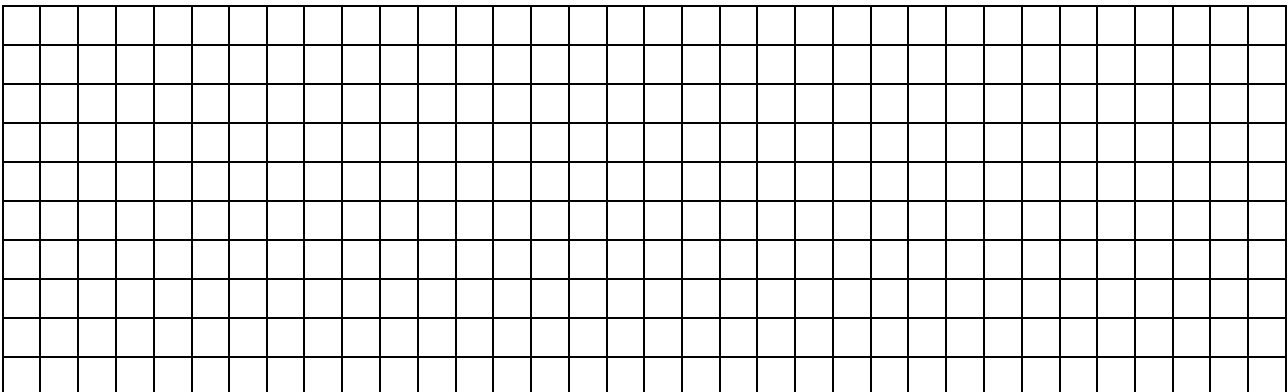
Zadanie 26. (2 pkt)

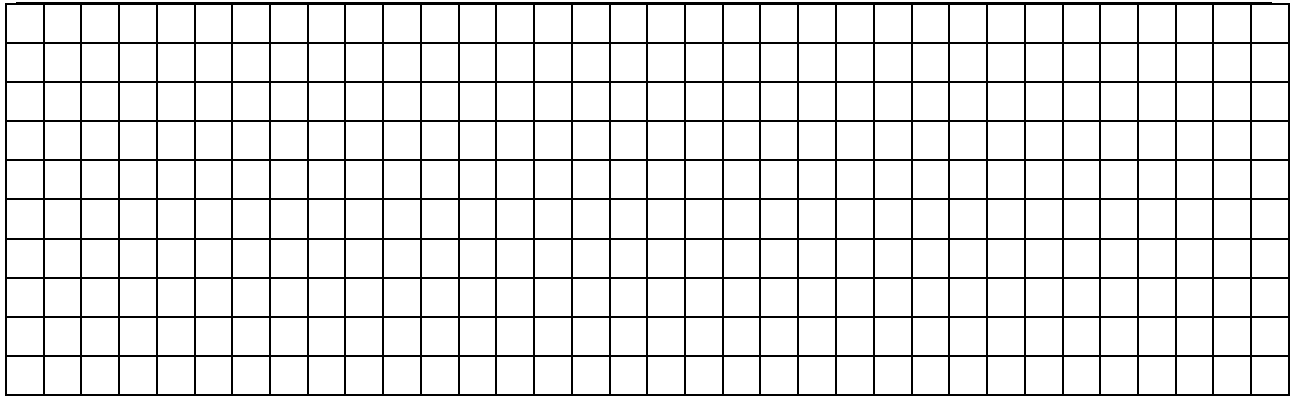
Wykres funkcji liniowej f przechodzi przez punkt $P = (1, -3)$, a zbiorem rozwiązań nierówności $f(x) \geq 0$ jest przedział $(3, +\infty)$. Wyznacz wzór funkcji f .



Zadanie 27. (2 pkt)

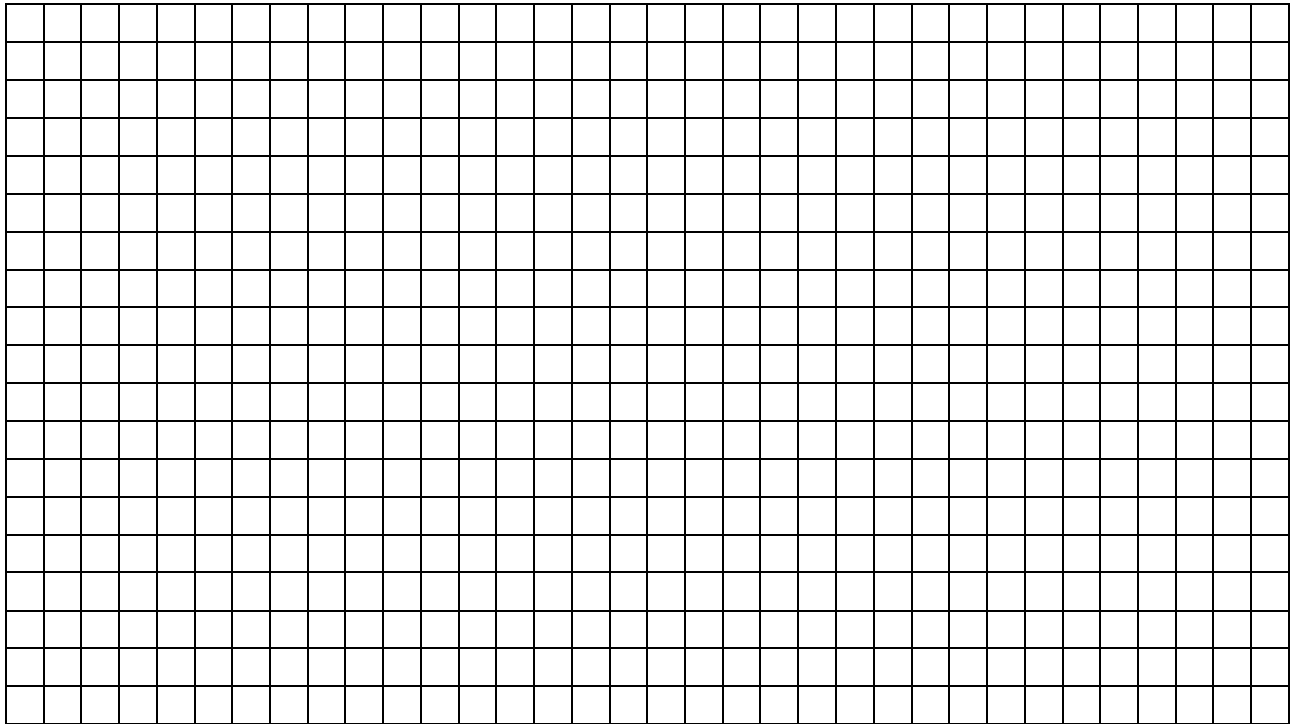
Ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 2010\}$ losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana liczba jest podzielna przez 4 lub przez 7.





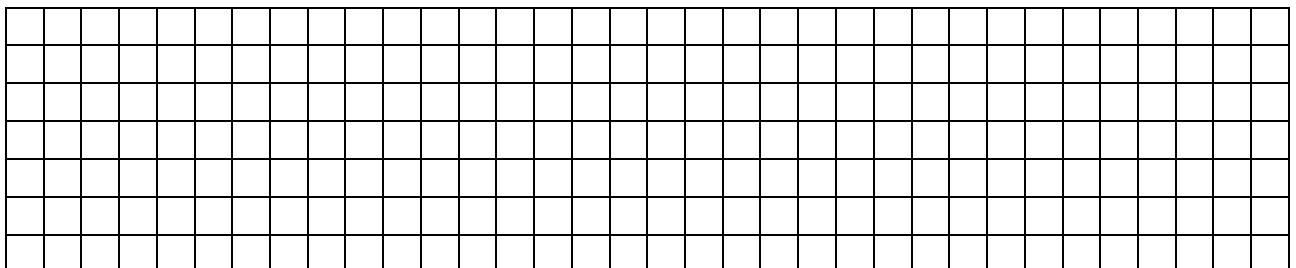
Zadanie 28. (2 pkt)

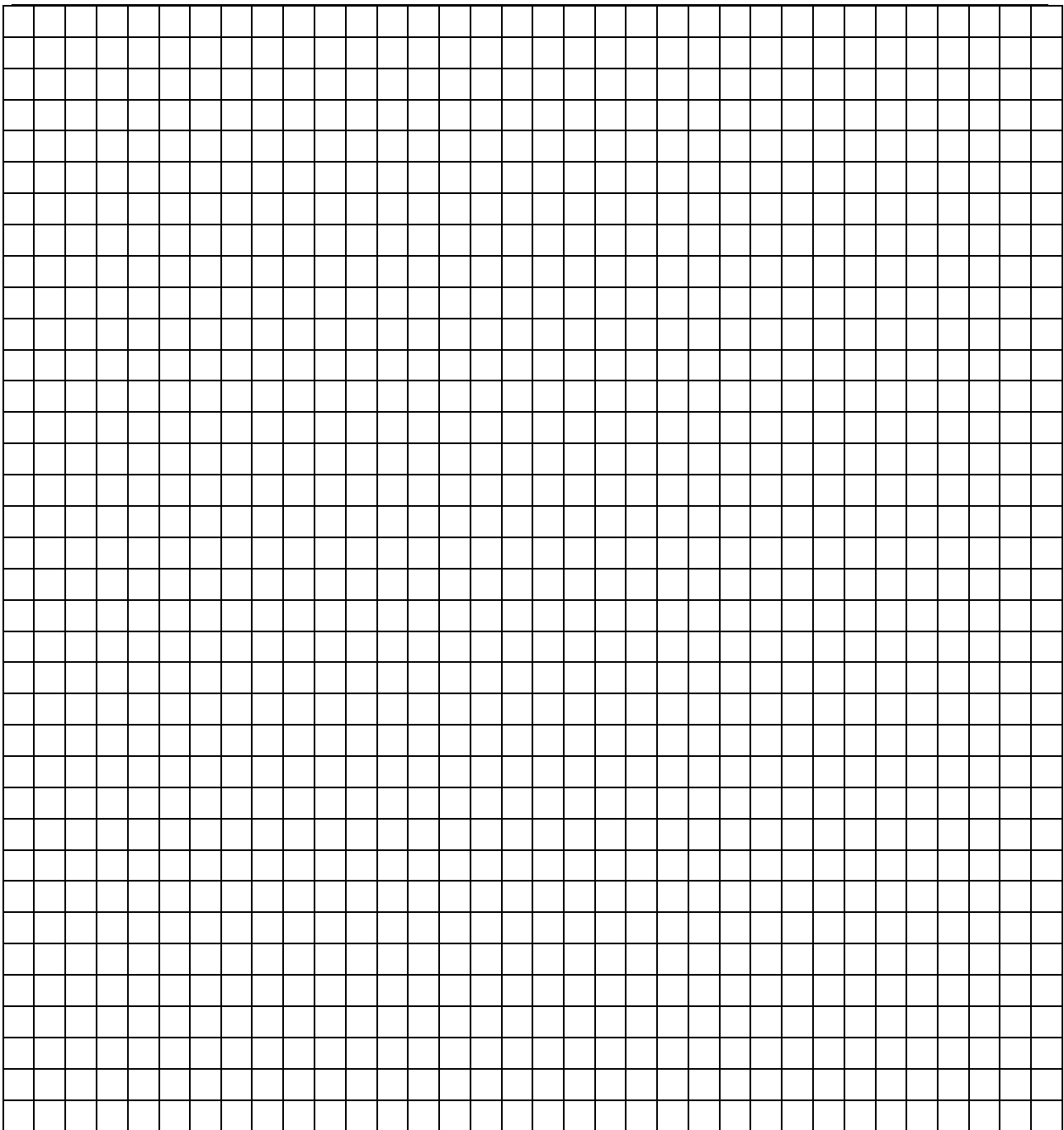
Wysokość stożka jest równa 8, a tworząca jest nachylona do podstawy pod kątem 30° . Oblicz objętość tego stożka.



Zadanie 29. (5 pkt)

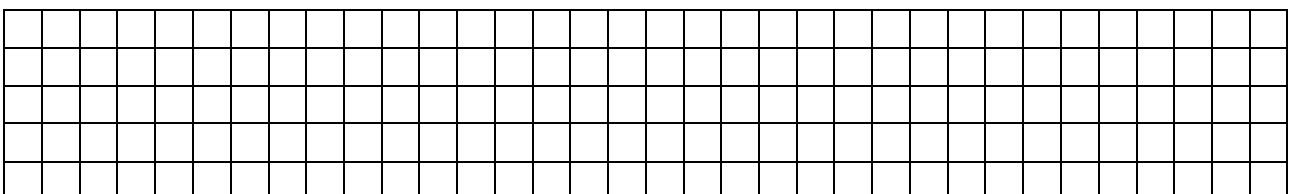
W pewnej szkole maturzyści mieli zapłacić za salę i muzykę na bal studniówkowy w sumie 16500 złotych. Gdyby 10 osób nie przyszło na studniówkę, każdy z pozostałych musiałby zapłacić 0 15 złotych więcej. Oblicz ilu maturzystów jest w tej szkole.

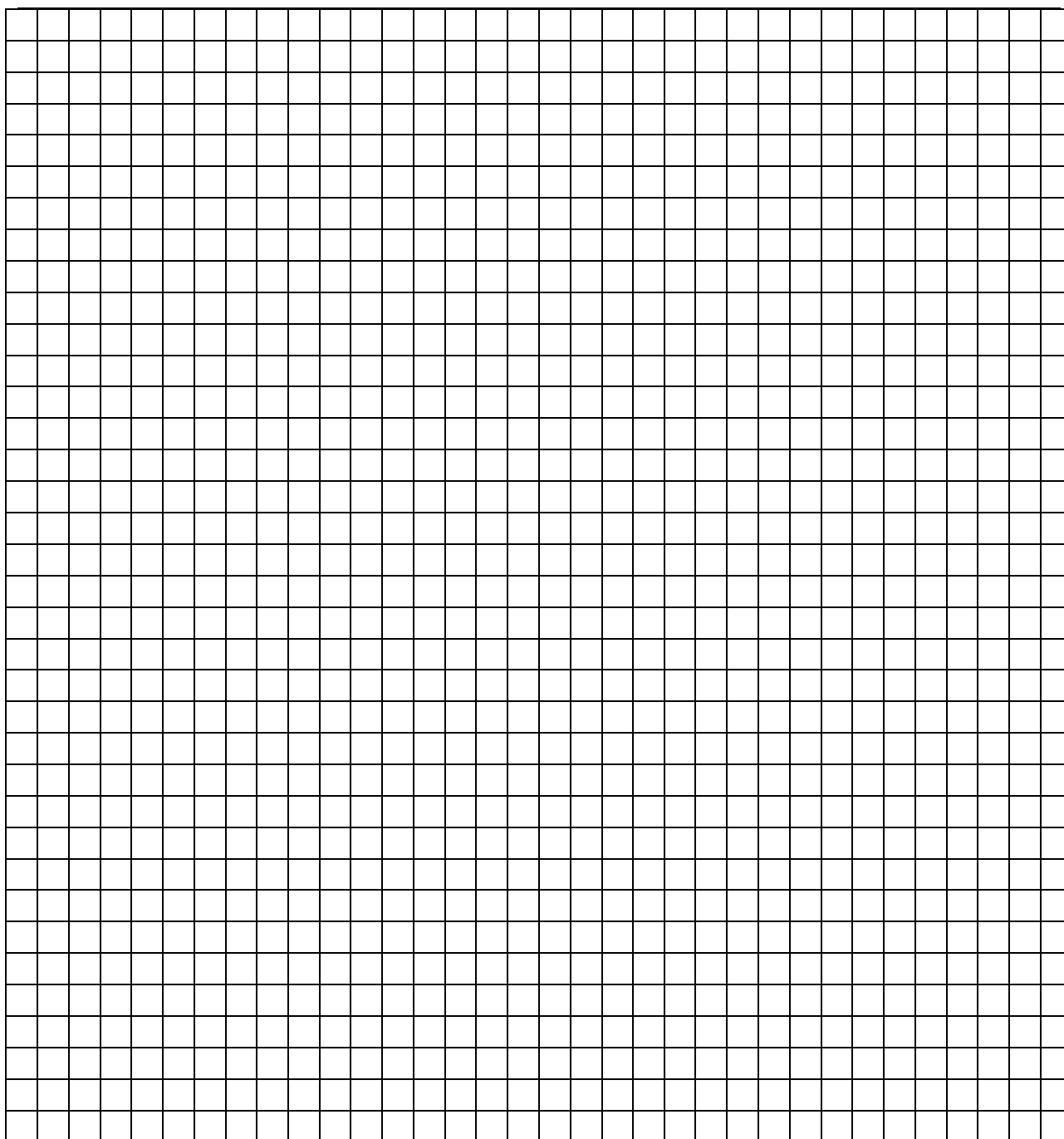




Zadanie 30. (4 pkt)

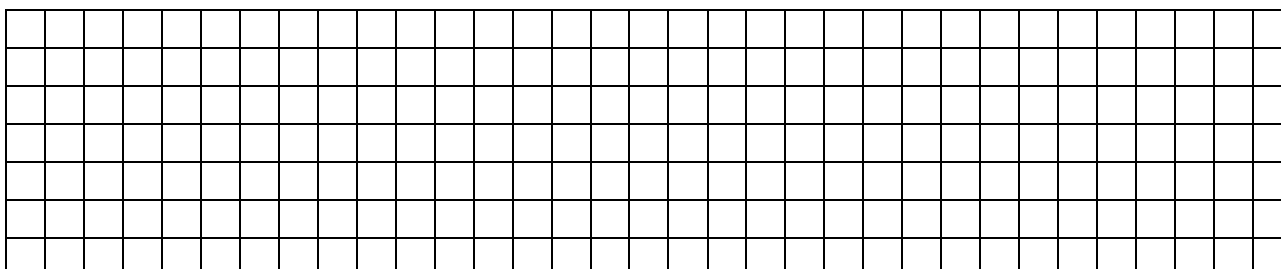
W III wieku p.n.e. władca Syrakuz kazał zrobić koronę ze sztaby złota ważącej 7,465 kg. Następnie polecił Archimedesowi sprawdzić, czy złotnik nie zastąpił części złota tańszym srebrem. Sławny uczony zanurzył koronę w wodzie, gdzie straciła ona pozornie na wadze 0,467 kg. Wiedząc, że złoto traci w wodzie pozornie 0,052 swojego ciężaru, a srebro 0,095 swojego ciężaru, oblicz, ile złota, a ile srebra było w tej koronie. Wynik podaj z dokładnością do 0,001 kg.

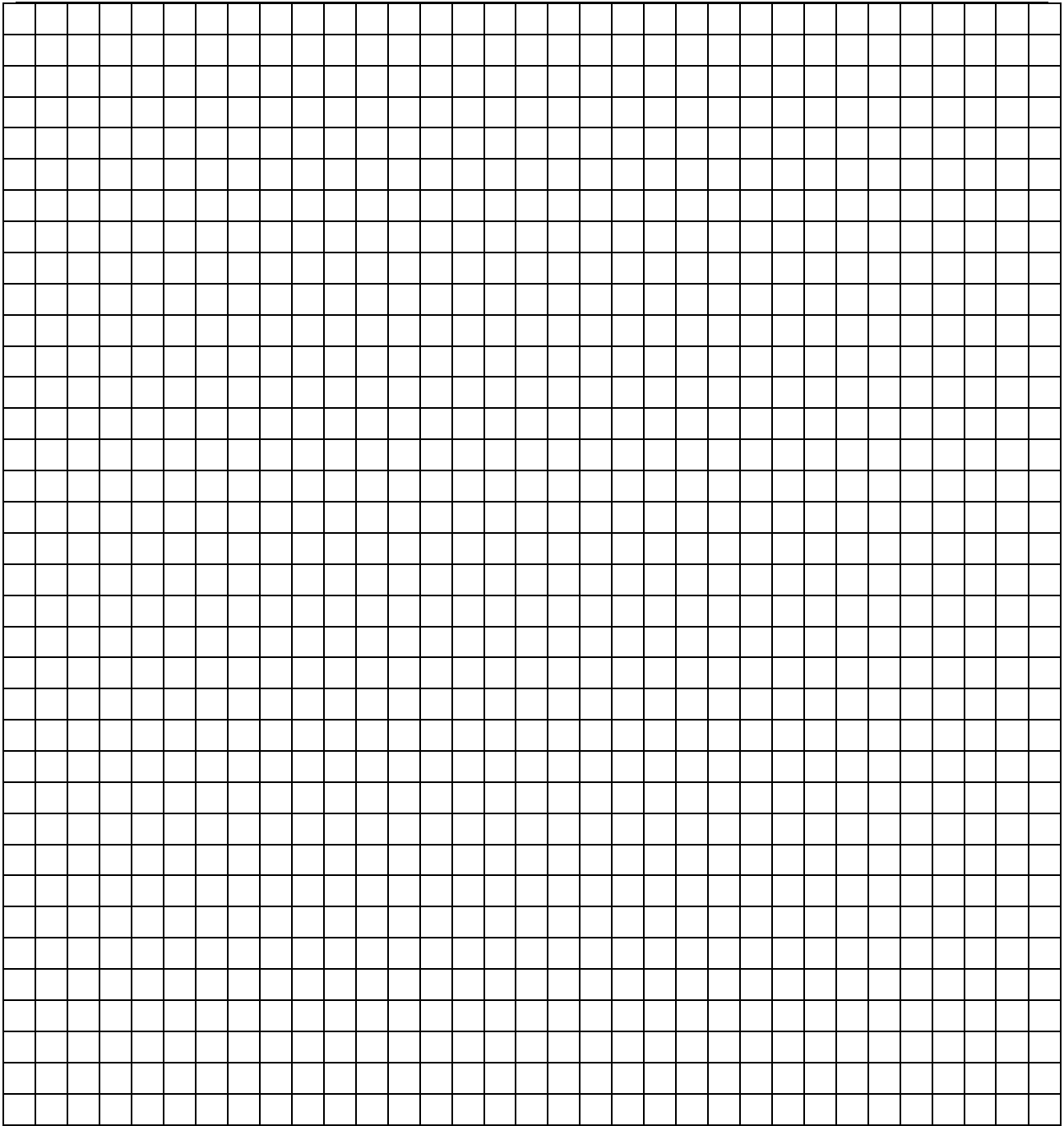




Zadanie 31. (5 pkt)

Dany jest trapez równoramienny ABCD. Ramię trapezu ma długość 10cm, a obwód wynosi 40cm. Oblicz długości podstaw trapezu, jeśli wiadomo, że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4}$, gdzie α jest kątem ostrym trapezu.





KARTA ODPOWIEDZI

Zadanie	A	B	C	D
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Wypełnia egzaminator

Zadanie	Ilość punktów				
	1	2	3	4	5
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
24	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
26	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
28	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
29	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
30	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
31	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Punktacja

Zadania otwarte	
Zadania zamknięte	
Razem	

PUNKTACJA

Zadania zamknięte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

B	A	B	D	B	D	D	A	C	A	D	C	A	C	A	B	A	D	A	C
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Zadania otwarte

Zad.21.

1 – Ułożenie równania wynikającego z treści zadania:

1 – Podanie rozwiązania: 23 lata

Zad.22.

1 – Zapisanie równania w postaci: $(4x^2 + 9)(x - 3) = 0$

1 – Podanie rozwiązania $x = 3$

Zad.23.

1 – Obliczenie pierwszej współrzędnej wierzchołka, zapisanie $p \in \langle -1, 2 \rangle$

1 – Obliczenie $f(-1) = -\frac{3}{4}$, $f(2) = 6$ i podanie wartości największej $M=6$

Zad.24.

1 – Wykazanie, że przekątna trapezu dzieli kąt ostry na dwa kąty równej miary

1 – Wyznaczenie miar kątów 60,60,120,120

Zad.25.

1 – Wyznaczenie środków i promieni okręgów,

1 – Prawidłowa odpowiedź/ sprawdzenie warunku – okręgi styczne zewnętrznie

Zad.26.

1 – Zauważenie, że miejscem zerowym funkcji jest liczba 3,

1 – Wyznaczenie wzoru funkcji $y=1,5x-4,5$

Zad.27.

1 – prawidłowe wyliczenie zdarzeń sprzyjających – 718

1 – Podanie odpowiedzi: $P(A) = \frac{359}{1085}$

Zad.28.

1 – Wyznaczenie długości promienia podstawy stożka $r = 8\sqrt{3}$,

1 – Wyznaczenie objętości stożka: $V = 512\pi$

Zad.29.

2 – Wprowadzenie oznaczeń i zapisanie równania: $\frac{16500}{x} + 15 = \frac{16500}{x-10}$, $x \in N, x > 0$

1 – Przekształcenie do równania kwadratowego $x^2 - 10x - 11000 = 0$

1 – Rozwiązanie równania $x=-100$, $x=110$

1 – Zapisanie odpowiedzi: 110 maturzystów

Zad.30.

2 – Wykonanie analizy treści zadania i ułożenie układu równań:

x – ilość złota w koronie

y – ilość srebra w koronie

$$\begin{cases} x + y = 7,465 \\ 0,052x + 0,095 = 0,467 \end{cases}$$

2 – Rozwiązanie układu równań $\begin{cases} x = \frac{242,175}{43} \\ y = \frac{78,82}{43} \end{cases}$, stąd $\begin{cases} x \approx 5,632 \\ y \approx 1,833 \end{cases}$ i sformułowanie odpowiedzi.

Zad.31.

1 – Wykonanie rysunku, wprowadzenie oznaczeń i zapisanie równości $a + b = 20$

1 – Ułożenie równości: $h = \frac{3}{8}(a - b)$

1 – Ułożenie równania: $\frac{9}{64}(a - b)^2 + \frac{1}{4}(a - b)^2 = 100$

1 – Zapisanie układu równań: $\begin{cases} \frac{9}{64}(a - b)^2 + \frac{1}{4}(a - b)^2 = 100 \\ a + b = 20 \end{cases}$

1 – Rozwiązanie układu: $a = 18, b = 2$