

V. WYMAGANIA EGZAMINACYJNE



Standardy wymagań egzaminacyjnych

Standardy wymagań, będące podstawą przeprowadzania egzaminu maturalnego z matematyki, obejmują trzy obszary:

- I. Wiadomości i rozumienie
- II. Korzystanie z informacji
- III. Tworzenie informacji.

W ramach każdego obszaru cyframi arabskimi i literami oznaczono poszczególne standardy wynikające z *Podstawy programowej*.

Przedstawiają one:

- zakres treści nauczania, na podstawie których może być podczas egzaminu sprawdzany stopień opanowania określonej w standardzie umiejętności,
- rodzaje informacji do wykorzystywania,
- typy i rodzaje informacji do tworzenia.

Schemat ten dotyczy poziomu podstawowego i rozszerzonego.

Przedstawione poniżej standardy wymagań egzaminacyjnych są dosłownym przeniesieniem fragmentu rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 10 kwietnia 2003 r. zmieniającego rozporządzenie w sprawie standardów wymagań będących podstawą przeprowadzania sprawdzianów i egzaminów.

Standardy wymagań egzaminacyjnych

I. WIADOMOŚCI I ROZUMIENIE

Zdający wie, zna i rozumie:

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1) liczby i ich zbiory: a) co to jest zbiór, suma, iloczyn i różnica zbiorów, ¹ b) podstawowe prawa rachunku zdań, ² c) co to jest zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory, liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne, rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej, d) prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych, e) definicję potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym, f) co to jest oś liczbowa i co to jest układ współrzędnych na płaszczyźnie,	1) jak na poziomie podstawowym oraz: a) zasadę indukcji matematycznej, ³ b) metody rozwiązywania i interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną, c) prawa działań na potęgach o wykładniku rzeczywistym,

¹ odnosi się tylko do przedziałów liczbowych i zdarzeń losowych

² nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

³ jw.

<ul style="list-style-type: none"> g) definicję przedziału liczbowego na osi oraz definicję sumy, iloczynu i różnicy przedziałów, h) definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną, i) pojęcie błędu przybliżenia oraz zasady szacowania wartości liczbowych, j) co to jest procent i jak wykonuje się obliczenia procentowe, 	
<p>2) funkcje i ich własności:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) definicję funkcji oraz definicję wykresu funkcji liczbowej, b) pojęcia: dziedziła funkcji, miejsce zerowe, zbiór wartości, wartość najmniejsza i największa funkcji w danym przedziale, monotoniczność funkcji, c) jak wykonać przesunięcia wykresu funkcji wzdłuż osi x oraz osi y, 	<p>2) jak na poziomie podstawowym oraz:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) definicję i własności funkcji różnowartościowej,⁴ b) definicję i własności funkcji parzystej, nieparzystej i okresowej,⁵ c) definicję przekształcenia wykresu funkcji przez zamianę skali i przez symetrię względem osi,
<p>3) wielomiany i funkcje wymierne:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) definicję i własności funkcji liniowej, b) definicję i własności funkcji kwadratowej, jej wykres i miejsca zerowe, c) definicję wielomianu i prawa dotyczące działań na wielomianach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie,⁶ d) sposoby rozkładu wielomianu na czynniki, e) twierdzenie Bézouta,⁷ f) definicję funkcji homograficznej i jej własności,⁸ g) zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych, h) sposoby rozwiązywania równań wielomianowych oraz równań i nierówności z funkcją homograficzną,⁹ 	<p>3) jak na poziomie podstawowym oraz:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) wzory Viéte'a, b) sposoby rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z parametrem, c) definicję funkcji wymiernej oraz metody rozwiązywania równań i nierówności wymiernych, d) co to jest dwumian Newtona,¹⁰
	<p>4) funkcję wykładniczą i logarytmiczną:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) definicje, własności i wykresy funkcji logarytmicznej i wykładniczej, b) metody rozwiązywania równań i nierówności wykładniczych i logarytmicznych,¹¹

⁴ **nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009**

⁵ **jw.**

⁶ **obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym tylko w zakresie dzielenia przez dwumian stopnia pierwszego**

⁷ **obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym**

⁸ **dotyczy tylko proporcjonalności odwrotnej**

⁹ **nierówności z funkcją homograficzną obowiązuja na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 tylko na poziomie rozszerzonym**

¹⁰ **nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009**

¹¹ **jw.**

<p>4) funkcje trygonometryczne:</p> <p>a) definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym,¹²</p> <p>b) pojęcie miary łukowej kąta oraz definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta,¹³</p> <p>c) co to są tożsamości trygonometryczne,¹⁴</p>	<p>5) jak na poziomie podstawowym oraz:</p> <p>a) wzory redukcyjne,¹⁵</p> <p>b) sposoby rozwiązywania równań trygonometrycznych,</p>
<p>5) ciągi liczbowe:</p> <p>a) definicję ciągu liczbowego,</p> <p>b) definicję ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wzór na n-ty wyraz, wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego,</p> <p>c) co to jest procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów,</p>	<p>6) jak na poziomie podstawowym oraz:</p> <p>a) przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie,¹⁶</p> <p>b) definicję granicy ciągu liczbowego oraz sposoby obliczania granic ciągów,¹⁷</p> <p>c) pojęcie sumy szeregu geometrycznego,¹⁸</p>
	<p>7) ciągłość i pochodną funkcji:¹⁹</p> <p>a) pojęcie funkcji ciągłej,</p> <p>b) pojęcie pochodnej, jej interpretację geometryczną i fizyczną,</p> <p>c) wzory do obliczania pochodnych wielomianów i funkcji wymiernych,</p> <p>d) związek pochodnej z istnieniem ekstremum i z monotonicznością funkcji,</p>
<p>6) planimetrię:</p> <p>a) własności czworokątów wypukłych, twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie,²⁰</p> <p>b) związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii,</p> <p>c) pojęcie osi symetrii i środka symetrii figury,</p> <p>d) twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem,</p> <p>e) cechy podobieństwa trójkątów,</p>	<p>8) jak na poziomie podstawowym oraz:</p> <p>a) twierdzenie sinusów i cosinusów,</p> <p>b) pojęcia: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa oraz własności tych przekształceń,²¹</p> <p>c) definicję wektora, sumy wektorów i iloczynu wektora przez liczbę,</p> <p>d) definicję i własności jednokładności,</p>

¹² funkcja ctg nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

¹³ **pojęcie miary łukowej kąta oraz definicje, własności i wykresy funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta obowiązują na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym**

¹⁴ **tylko w odniesieniu do kąta ostrego**

¹⁵ **nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009**

¹⁶ **nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 za wyjątkiem wyznaczania wyrazów ciągu zdefiniowanego rekurencyjnie**

¹⁷ **nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009**

¹⁸ **jw.**

¹⁹ **nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 (cały dział ciągłość i pochodna funkcji)**

²⁰ **obowiązują na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym**

²¹ **pojęcie obrotu nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009**

<p>7) geometrię analityczną:</p> <p>a) różne typy równania prostej na płaszczyźnie oraz opis półpłaszczyzny za pomocą nierówności,²²</p> <p>b) pojęcie odległości na płaszczyźnie kartezjańskiej,</p>	<p>9) jak na poziomie podstawowym oraz:</p> <p>a) równanie okręgu i nierówność opisującą koło,</p> <p>b) wzajemne położenie prostej i okręgu oraz pary okręgów na płaszczyźnie,</p>
<p>8) stereometrię:</p> <p>a) rozróżnia: graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule,</p> <p>b) pojęcie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny i kąta dwuściennego,</p> <p>c) związki miarowe w bryłach z zastosowaniem trygonometrii,</p>	<p>10) jak na poziomie podstawowym oraz:</p> <p>a) co to są przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów,</p> <p>b) pojęcie wielościanu foremnego,²³</p>
<p>9) rachunek prawdopodobieństwa:</p> <p>a) pojęcia kombinatoryczne: permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń,²⁴</p> <p>b) pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności,</p> <p>c) elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby).</p>	<p>11) jak na poziomie podstawowym oraz:</p> <p>a) pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego oraz twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym,²⁵</p> <p>b) co to są zdarzenia niezależne,²⁶</p> <p>c) schemat Bernoulliego.²⁷</p>

²² opis półpłaszczyzny za pomocą nierówności obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym

²³ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

²⁴ na poziomie podstawowym mogą wystąpić zadania z prostymi sytuacjami kombinatorycznymi niewymagającymi użycia wzorów, np. rozwiązywane wprost z zasady mnożenia

²⁵ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

²⁶ jw.

²⁷ jw.

II. KORZYSTANIE Z INFORMACJI

Zdający wykorzystuje i przetwarza informacje:

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1) umie poprawnie interpretować tekst matematyczny: a) stosuje podaną definicję, twierdzenie lub wzór do rozwiązania problemu matematycznego, b) stosuje przedstawiony algorytm do rozwiązania problemu praktycznego lub teoretycznego,	1) jak na poziomie podstawowym,
2) posiada wiedzę i sprawność w zakresie rozwiązywania zadań matematycznych: a) posługuje się znaną definicją lub twierdzeniem, b) odczytuje informacje ilościowe oraz jakościowe z tabel, diagramów i wykresów, c) posługuje się odpowiednimi miarami oraz przybliżeniami dziesiętnymi liczb rzeczywistych, stosuje zapis funkcyjny.	2) jak na poziomie podstawowym oraz zapisuje proste zależności i formułuje wnioski wynikające z podanych zapisów matematycznych.

III. TWORZENIE INFORMACJI

Zdający rozwiązuje problemy:

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1) analizuje sytuacje problemowe: a) podaje opis matematyczny danej sytuacji (także praktycznej) w postaci wyrażenia algebraicznego, funkcji, równania, nierówności, przekształcenia geometrycznego i wykorzystuje go do rozwiązania problemu, b) dobiera odpowiedni algorytm do wskazanej sytuacji problemowej i ocenia przydatność otrzymanych wyników, c) przetwarza informacje przedstawione w postaci wyrażenia algebraicznego, równania, wzoru, wykresu funkcji lub opisu słownego w inną postać ułatwiającą rozwiązanie problemu, d) stosuje definicje i twierdzenia do rozwiązywania problemów,	1) jak na poziomie podstawowym oraz interpretuje jakościowo informacje przedstawione w formie tabel, diagramów, wykresów, ustala zależności między nimi i wykorzystuje je do analizy sytuacji problemowych i rozwiązywania problemów,
2) potrafi argumentować i prowadzić rozumowanie typu matematycznego: a) interpretuje treść zadania, zapisuje warunki i zależności między	2) jak na poziomie podstawowym oraz przeprowadza dowód twierdzenia.

obiektami matematycznymi, analizuje i interpretuje otrzymane wyniki, b) formułuje i uzasadnia wnioski oraz opisuje je w sposób czytelny i poprawny językowo.	
---	--

B. Opis wymagań egzaminacyjnych

Z zapisów ustawowych wynika, że informator powinien zawierać szczegółowy opis zakresu egzaminu. Standardy, będące dostateczną wskazówką dla konstruktorów arkuszy egzaminacyjnych, mogą być, naszym zdaniem, niewystarczającą wskazówką dla osób przygotowujących się do egzaminu maturalnego. Dlatego przygotowaliśmy opis wymagań egzaminacyjnych, który uszczegółowia zakres treści oraz rodzaje informacji wykorzystywanych bądź tworzonych.

Schemat ten dotyczy poziomu podstawowego i rozszerzonego.

Poniżej prezentujemy szczegółowy opis wymagań egzaminacyjnych z matematyki.

Uwaga: tekst pisany pogrubioną kursywą dotyczy wiadomości i umiejętności wymaganych na poziomie rozszerzonym.

Dział	OPIS WYMAGAŃ	
	Zdający zna:	Zdający potrafi:
I. LICZBY I ICH ZBIORY	1. Zbiory; suma, iloczyn, różnica zbiorów. Podstawowe pojęcia rachunku zdań.	a) <i>wyznaczać: sumę, iloczyn, różnicę zbiorów,</i> ²⁸ b) <i>wyznaczać dopełnienie zbioru,</i> ²⁹ c) <i>stosować własności działań na zbiorach,</i> ³⁰ d) stosować język matematyki w zapisie rozwiązań zadań, e) stosować <i>alternatywę, koniunkcję, implikację, równoważność zdań oraz zaprzeczenie zdania,</i> ³¹ f) <i>stosować prawa logiczne</i> ³² <i>w dowodzeniu twierdzeń;</i>
	2. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory: liczby naturalne (liczby pierwsze), liczby całkowite, wymierne i niewymierne. Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej.	a) planować i wykonywać obliczenia, b) porównywać liczby wymierne, rzeczywiste, c) przedstawiać liczby wymierne w różnych postaciach (ułamek zwykły, ułamek dziesiętny), d) usuwać niewymierność z mianownika ułamka, e) wyznaczać przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również z użyciem kalkulatora), f) wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym stosować wzory skróconego mnożenia, również na sześciang sumy i różnicy oraz sumę i różnicę sześciątów);

²⁸ odnosi się tylko do przedziałów liczbowych i zdarzeń losowych

²⁹ jw.

³⁰ jw.

³¹ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

³² stosować prawa logiczne (niekoniecznie w ich formalnym zapisie)

	3. Działania na potęgach. Potęga o wykładniku wymiernym.	wykonywać działania na potęgach o wykładnikach całkowitych i wymiernych;
I. LICZBY I ICH ZBIORY	4. Oś liczbowa. Przedziały na osi liczbowej. Sumy przedziałów; iloczyny i różnice takich zbiorów.	a) zapisywać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami, b) wyznaczać sumę, iloczyn, różnicę, dopełnienie przedziałów liczbowych oraz innych podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych;
	5. Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej. Interpretacja geometryczna.	a) obliczać wartość bezwzględną liczby, b) zaznaczać na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $ x - a = b$, $ x - a < b$, $ x - a > b$, c) obliczać odległość punktów na osi liczbowej;
	6. Pojęcie błędu przybliżenia. Szacowanie wartości liczbowych. Obliczenia procentowe.	a) szacować wyniki obliczeń z zadaną dokładnością, b) wyznaczać błąd względny i bezwzględny, c) posługiwać się procentem w rozwiązywaniu zadań, d) porównywać wielkości;
	7. Indukcja matematyczna. ³³	stosować zasadę indukcji matematycznej w dowodzeniu twierdzeń;
	8. Równania i nierówności z wartością bezwzględną i ich interpretacja geometryczna.	a) rozwiązywać równania, nierówności i układy równań liniowych z wartością bezwzględną, b) stosować definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej własności (np.: $-x = x$, $x \geq 0$, $xy = x \cdot y$) w rozwiązywaniu zadań;
II. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI	1. Pojęcie funkcji. Wykres funkcji liczbowej.	a) podawać przykłady funkcji, b) określać funkcję wzorem, tabelką, wykresem, grafem, opisem słownym, c) wyznaczać wartość funkcji dla danego argumentu, d) szkicować wykres funkcji określonej: grafem, tabelką, wzorem, słownie;
	2. Wyznaczanie dziedziny funkcji, jej miejsc zerowych, zbioru wartości, wartości największej i najmniejszej w danym przedziale, przedziałów monotoniczności.	a) określać z wykresu: <ul style="list-style-type: none"> • dziedzinę funkcji, • zbiór wartości funkcji, • wartość funkcji mając dany argument, • argument mając daną wartość funkcji, • miejsca zerowe funkcji, • przedziały monotoniczności funkcji, • zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne), • najmniejszą i największą wartość funkcji, b) wyznaczać dziedzinę funkcji określonej wzorem, c) badać monotoniczność funkcji na podstawie definicji; ³⁴

³³ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

³⁴ jw.

	3. Zastosowania funkcji do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym.	a) określać zależność funkcyjną między wielkościami liczbowymi, b) opisywać za pomocą funkcji zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym, c) interpretować zależności funkcyjne na podstawie danego wzoru;
	4. Przesuwanie wykresu funkcji wzdłuż osi x i osi y.	a) przesuwać wykres funkcji wzdłuż osi x lub osi y układu współrzędnych, b) przesuwać wykres funkcji o dany wektor, c) zapisywać wzór funkcji otrzymanej w wyniku przesunięcia o dany wektor;
II. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI	5. Różnowartościowość funkcji. ³⁵	a) określać na podstawie wykresu różnowartościowość funkcji, b) badać różnowartościowość funkcji z wykorzystaniem definicji;
	6. Funkcje parzyste, nieparzyste, okresowe. ³⁶	a) określać na podstawie wykresu parzystość, nieparzystość i okresowość funkcji, b) badać z wykorzystaniem definicji: parzystość, nieparzystość, okresowość funkcji;
	7. Przekształcanie wykresu funkcji przez zmianę skali i przez symetrię względem osi.	a) na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$ sporządzać wykresy funkcji: $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = -f(-x)$, $y = f(x - a) + b$, $y = k \cdot f(x)$, $y = f(k \cdot x)$, ³⁷ $y = f(x)$ ³⁸ , $y = f(x) $, b) zapisywać wzór funkcji otrzymanej w wyniku danego przekształcenia;
III. WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE	1. Funkcja liniowa	a) sporządzać wykres funkcji liniowej, b) podawać wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach, c) rozwiązywać równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą, d) określać liczbę rozwiązań równania liniowego z jedną niewiadomą, e) rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą, f) rozwiązywać algebraicznie i graficznie układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, g) rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi, h) rozwiązywać układy trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi, ³⁹ i) rozwiązywać układy dwóch równań liniowych z parametrem (w tym określać liczbę rozwiązań układu w zależności od parametru); ⁴⁰

³⁵ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

³⁶ jw.

³⁷ przekształcenia $y = k \cdot f(x)$ oraz $y = f(k \cdot x)$ odnoszą się na egzaminie maturalnym 2008-2009 tylko do funkcji trygonometrycznych

³⁸ przekształcenie $y = f(|x|)$ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

³⁹ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

⁴⁰ jw.

	2. Trójmian kwadratowy i jego pierwiastki. Wykres funkcji kwadratowej.	<ul style="list-style-type: none"> a) wyznaczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej, b) przedstawiać funkcję kwadratową w różnych postaciach: ogólnej, iloczynowej, kanonicznej, c) sporządzać wykresy funkcji kwadratowych, d) odczytywać własności funkcji kwadratowej z jej wykresu, e) określać przedziały monotoniczności funkcji kwadratowej, f) wyznaczać największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale, g) wykorzystywać własności funkcji kwadratowej i jej wykresu do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych;
III. WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE	3. Rozwiązywanie zadań prowadzących do równań i nierówności stopnia drugiego.	<ul style="list-style-type: none"> a) rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą, b) graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą, c) rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą, d) stosować wzory Viete'a, e) rozwiązywać równania, nierówności i układy równań⁴¹ stopnia drugiego z wartością bezwzględną lub z parametrem,⁴² f) rozwiązywać algebraicznie i graficznie układy równań z dwiema niewiadomymi, z których przynajmniej jedno jest stopnia drugiego;⁴¹
	4. Wielomiany. Działania na wielomianach.	<ul style="list-style-type: none"> a) rozpoznawać wielomian jednej zmiennej i określać jego stopień, b) wykonywać działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie) na wielomianach jednej zmiennej, c) rozpoznawać wielomiany równe;
	5. Dzielenie wielomianów z resztą. Twierdzenie Bézouta. Zastosowanie do znajdowania pierwiastków wielomianów metodą rozkładania na czynniki.	<ul style="list-style-type: none"> a) wykonywać dzielenie wielomianu przez wielomian,⁴³ b) sprawdzać, czy liczba jest pierwiastkiem wielomianu, c) rozkładać wielomiany na czynniki między innymi z wykorzystaniem twierdzenia Bézouta⁴⁴ oraz twierdzenia o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych, d) rozwiązywać równania wielomianowe, e) określać krotność pierwiastka wielomianu,⁴⁵ f) rozwiązywać równania, nierówności wielomianowe z wartością bezwzględną lub z parametrem;⁴⁶

⁴¹ na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 nie obowiązują układy równań drugiego stopnia, w których oba równania są stopnia II

⁴² bez równań i nierówności stopnia drugiego z wartością bezwzględną

⁴³ obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym tylko w zakresie dzielenia przez dwumian stopnia pierwszego

⁴⁴ twierdzenie Bézouta obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym

⁴⁵ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

⁴⁶ jw.

	6. Działania na wyrażeniach wymiernych. Funkcja homograficzna.	<ul style="list-style-type: none"> a) określać dziedzinę wyrażenia wymiernego,⁴⁷ b) wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych,⁴⁸ c) określać dziedzinę i zbiór wartości funkcji homograficznej,⁴⁹ d) szkicować wykresy funkcji homograficznych,⁵⁰ e) wyznaczać miejsca zerowe funkcji homograficznej,⁵¹ f) wyznaczać przedziały monotoniczności funkcji homograficznej,⁵²
	7. Rozwiązywanie równań i nierówności z funkcją homograficzną. ⁵³	rozwiązywać równania i nierówności związane z funkcją homograficzną;
	8. Definicja funkcji wymiernej. Rozwiązywanie równań i nierówności wymiernych.	<ul style="list-style-type: none"> a) wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej,⁵⁴ b) rozwiązywać równania i nierówności wymierne,⁵⁵ c) rozwiązywać równania, nierówności oraz układy równań i nierówności wymiernych z wartością bezwzględną lub z parametrem,⁵⁶
	9. Dwumian Newtona.⁵⁷	<ul style="list-style-type: none"> a) obliczać współczynniki rozwinięcia dwumianu Newtona, b) korzystać z dwumianu Newtona w rozwiązywaniu zadań;
IV. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE	1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym.	<ul style="list-style-type: none"> a) obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego oraz wyznaczać miarę kąta, gdy dana jest wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta, b) rozwiązywać zadania geometryczne z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
	2. Miara łukowa kąta. Definicja funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta. ⁵⁸	<ul style="list-style-type: none"> a) stosować miarę łukową i stopniową kąta, b) stosować definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta oraz zmiennej rzeczywistej;
	3. Wykresy funkcji trygonometrycznych. ⁵⁹	szkicować wykresy funkcji trygonometrycznych i na podstawie wykresu określać ich własności;

⁴⁷ tylko w wyrażeniach wymiernych, w których w mianowniku występują wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych za pomocą wzorów skróconego mnożenia, grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias

⁴⁸ jw.

⁴⁹ dotyczy jedynie proporcjonalności odwrotnej

⁵⁰ jw.

⁵¹ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

⁵² jw.

⁵³ na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 obowiązują tylko proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych i kwadratowych

⁵⁴ tylko w wyrażeniach wymiernych, w których w mianowniku występują wyrażenia dające się sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych za pomocą wzorów skróconego mnożenia, grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias

⁵⁵ tylko równania i nierówności, które prowadzą do równań i nierówności liniowych lub kwadratowych

⁵⁶ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

⁵⁷ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

⁵⁸ obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym

⁵⁹ jw.

	4. Najprostsze tożsamości trygonometryczne.	<p>a) stosować związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych:</p> $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \quad \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1, \quad {}^{60}$ <p>b) stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta;⁶¹</p>
	5. Wzory redukcyjne. ⁶²	stosować wzory redukcyjne do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych;
	6. Proste równania trygonometryczne.	rozwiązywać równania trygonometryczne (również z wykorzystaniem wzorów wymienionych w pkt.4b i 5⁶³);
V. CIĄGI LICZBOWE	1. Definicja i przykłady ciągów liczbowych.	<p>a) określać ciąg wzorem ogólnym, b) wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym, c) sporządzać wykres danego ciągu,⁶⁴ d) podawać własności ciągu na podstawie jego wykresu;</p>
	2. Ciąg arytmetyczny i geometryczny. Wzór na n -ty wyraz. Wzór na sumę n początkowych wyrazów.	<p>a) badać czy ciąg jest arytmetyczny (geometryczny), b) wyznaczać ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych, c) obliczać sumę n kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego (geometrycznego), d) stosować własności ciągu arytmetycznego (geometrycznego) w zadaniach (także tekstowych);</p>
	3. Procent składany. Oprocentowanie lokat i kredytów.	stosować procent składany w zadaniach również dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;
	4. Przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie. ⁶⁵	<p>a) określać ciąg wzorem rekurencyjnym, b) na podstawie określenia rekurencyjnego ciągu podawać wzór ogólny na n-ty wyraz tego ciągu;</p>
	5. Pojęcie granicy ciągu. Obliczanie granic niektórych ciągów. Suma szeregu geometrycznego. ⁶⁶	<p>a) podawać przykłady ciągów: zbieżnego, rozbieżnego, b) stosować twierdzenia o granicy sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych do obliczania granic ciągów, c) badać warunek istnienia sumy szeregu geometrycznego, d) obliczać sumę szeregu geometrycznego, e) zamieniać ułamek okresowy na zwykły, f) stosować w zadaniach wzór na sumę szeregu geometrycznego;</p>

⁶⁰ na poziomie podstawowym tylko w odniesieniu do kąta ostrego, ale bez wzoru $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

⁶¹ wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych oraz wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta nie obowiązują na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

⁶² nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

⁶³ za wyjątkiem wzorów redukcyjnych

⁶⁴ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

⁶⁵ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 za wyjątkiem wyznaczania wyrazów ciągu zdefiniowanego rekurencyjnie

⁶⁶ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

VI. PLANIMETRIA	1. Własności czworokątów wypukłych. Okrąg wpisany w czworokąt. Okrąg opisany na czworokącie. ⁶⁷	a) określać własności podstawowych figur płaskich (odcinek, półprosta, prosta, kąt, wielokąt, okrąg, koło) i posługiwać się nimi, b) posługiwać się własnościami: symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta, środkowych boków trójkąta, kątów środkowych i wpisanych w koło, c) korzystać z własności czworokątów wypukłych opisanych na okręgu i wpisanych w okrąg;
	2. Wyznaczanie związków miarowych w figurach płaskich z zastosowaniem trygonometrii.	obliczać obwody i pola podstawowych figur płaskich, między innymi z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych;
	3. Oś symetrii i środek symetrii figury.	a) rozpoznawać wielokąty foremne, b) podawać przykłady figur osiowosymetrycznych oraz środkowosymetrycznych, c) wyznaczać oś symetrii i środek symetrii figury;
	4. Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem. Cechy podobieństwa trójkątów.	a) stosować twierdzenie Talesa do rozwiązywania problemów teoretycznych lub praktycznych, b) rozpoznać trójkąty podobne na podstawie cech podobieństwa trójkątów, c) stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązywania problemów teoretycznych lub praktycznych;
	5. Twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów.	stosować: twierdzenie cosinusów, twierdzenie sinusów, związki miarowe w trójkącie oraz funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań matematycznych;
	6. Przykłady przekształceń geometrycznych: symetria osiowa, przesunięcie, obrót, symetria środkowa.	a) stosować własności: izometrii (symetrii, obrotu⁶⁸ i przesunięcia) w rozwiązywaniu zadań, b) stosować własności figur przystających w rozwiązywaniu zadań;
	7. Wektory. Dodawanie wektorów i mnożenie wektora przez liczbę. Jednokładność.	a) wykonywać działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez liczbę) – w ujęciu analitycznym i syntetycznym, b) znajdować obraz figury jednokładnej do danej, c) stosować własności jednokładności i podobieństwa w rozwiązywaniu zadań;

⁶⁷ twierdzenia: o okręgu wpisanym w czworokąt i o okręgu opisanym na czworokącie obowiązują na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym

⁶⁸ stosowanie własności obrotu nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

VII. GEOMETRIA ANALITYCZNA	1. Równanie prostej na płaszczyźnie. Półpłaszczyzna – opis za pomocą nierówności.	<ul style="list-style-type: none"> a) rozpoznawać równanie prostej w postaci ogólnej i kierunkowej, b) interpretować współczynniki w równaniu kierunkowym prostej, c) wyznaczać równanie prostej określonej przez dwa punkty o danych współrzędnych, d) wyznaczać równanie prostej równoległej (prostopadłej) do danej, e) badać wzajemne położenie prostych w ujęciu syntetycznym i analitycznym, f) graficznie przedstawiać równania i nierówności⁶⁹ liniowe z dwiema niewiadomymi, g) zaznaczać w układzie współrzędnych zbiór punktów określony przez układ nierówności liniowych,⁷⁰ h) opisywać za pomocą układu nierówności zbiory punktów;⁷¹
	2. Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej.	wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych;
	3. Okrąg i koło we współrzędnych.	<ul style="list-style-type: none"> a) przedstawiać okrąg za pomocą równania z dwiema niewiadomymi, b) przedstawiać koło za pomocą nierówności z dwiema niewiadomymi, c) graficznie przedstawiać równania (nierówności) drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi – okrąg (koło), sumę mnogościową dwóch prostych (kątowny);⁷²
	4. Punkty przecięcia prostej z okręgiem i pary okręgów.	<ul style="list-style-type: none"> a) określać wzajemne położenie prostej i okręgu oraz dwóch okręgów – w ujęciu syntetycznym i analitycznym, b) obliczać współrzędne wspólnych punktów prostej i okręgu oraz dwóch okręgów,⁷³ c) posługiwać się równaniem okręgu i prostej w rozwiązywaniu zadań;
VIII. STEREOOMETRIA	1. Graniastopy i ostrosłupy. Walec, stożek, kula.	<ul style="list-style-type: none"> a) określać własności podstawowych figur przestrzennych: graniastopów i ostrosłopów (prostych, prawidłowych), b) określać własności brył obrotowych (kuli, walca, stożka), c) rysować siatki wielościanów, d) stosować i przekształcać wzory związane z polem powierzchni i objętością wielościanów i brył obrotowych;

⁶⁹ graficzne przedstawianie nierówności z dwiema niewiadomymi obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym

⁷⁰ obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym

⁷¹ jw.

⁷² graficzne przedstawianie nierówności w postaci sumy mnogościowej kątowny nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

⁷³ obliczanie wspólnych punktów dwóch okręgów nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

	2. Wzajemne położenie krawędzi i ścian brył: kąt nachylenia prostej do płaszczyzny i kąt dwuścienny.	a) badać wzajemne położenia prostych i płaszczyzn w przestrzeni, b) stosować pojęcia: kąta dwuściennego, kąta między prostą i płaszczyzną w rozwiązywaniu zadań;
	3. Wyznaczanie związków miarowych w bryłach z zastosowaniem trygonometrii.	wyznaczać pola powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych z zastosowaniem trygonometrii;
	4. Przekroje płaskie graniastosłupów i ostrosłupów.	wyznaczać przekroje płaskie wielościanów;
	5. Wielościany foremne.	a) rozdzielić wielościany foremne, b) określać własności wielościanów foremnych, c) stosować własności wielościanów foremnych w rozwiązywaniu zadań;
	IX. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA	1. Proste zadania kombinatoryczne.
2. Pojęcie prawdopodobieństw a i jego własności.		a) określać zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego, b) wyznaczać liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych oraz liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu, c) stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań;
3. Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń w skończonych przestrzeniach probabilistycznych.		a) obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie definicji klasycznej lub za pomocą drzewa, b) obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie własności prawdopodobieństwa;
4. Elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja i odchylenie standardowe (liczone z próby).		a) odczytywać dane z tabel, diagramów i wykresów, b) przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów, c) przeprowadzać analizę ilościową przedstawianych danych, d) obliczać średnią arytmetyczną, średnią ważoną medianę zbiorów danych, e) obliczać wariancję i odchylenie standardowe danej próby, f) przetwarzać informacje, g) przeprowadzać analizę jakościową przedstawianych danych;

⁷⁴ obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009 na poziomie rozszerzonym

⁷⁵ jw.

⁷⁶ na poziomie podstawowym mogą wystąpić zadania z prostymi sytuacjami kombinatorycznymi niewymagającymi użycia wzorów, np. wprost z zasady mnożenia

	5. Prawdopodobieństwo warunkowe. Wzór na prawdopodobieństwo całkowite. ⁷⁷	obliczać prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite w skończonym zbiorze zdarzeń elementarnych;
	6. Niezależność zdarzeń. ⁷⁸	badać niezależność zdarzeń w skończonym zbiorze zdarzeń elementarnych;
	7. Schemat Bernoulliego. ⁷⁹	stosować schemat Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa;
X. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE	1. Potęga o wykładniku rzeczywistym.	a) porównywać potęgi o wykładnikach rzeczywistych, b) stosować własności potęg do przekształcania wyrażeń zawierających potęgi o wykładnikach rzeczywistych;
	2. Definicja i wykresy funkcji wykładniczych i logarytmicznych.	a) posługiwać się własnościami funkcji wykładniczych i logarytmicznych, b) szkicować wykresy funkcji wykładniczych i logarytmicznych;
	3. Proste równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne. ⁸⁰	a) rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne, b) rozwiązywać układy równań i nierówności wykładniczych i logarytmicznych;
XI. CIĄGŁOŚĆ I POCHODNA FUNKCJI	1. Pojęcie funkcji ciągłej. ⁸¹	a) badać ciągłość funkcji, b) korzystać z ciągłości funkcji przy badaniu własności funkcji oraz rozwiązywaniu równań;
	2. Pojęcie pochodnej. Interpretacja geometryczna i fizyczna pochodnej ⁸²	a) obliczać pochodną funkcji w punkcie na podstawie definicji, b) korzystać z geometrycznej interpretacji pochodnej funkcji w punkcie (np. wyznaczać równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie);
	3. Obliczanie pochodnych wielomianów i funkcji wymiernych. ⁸³	obliczać pochodne wielomianów i funkcji wymiernych;
	4. Związek pochodnej z istnieniem ekstremów i z monotonicznością funkcji. ⁸⁴	a) wyznaczać przedziały monotoniczności funkcji, b) wyznaczać ekstrema funkcji, c) wyznaczać najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym;

⁷⁷ nie obowiązuje na egzaminie maturalnym w latach 2008-2009

⁷⁸ jw.

⁷⁹ jw.

⁸⁰ jw.

⁸¹ jw.

⁸² jw.

⁸³ jw.

⁸⁴ jw.

	5. Zastosowanie pochodnej do rozwiązywania prostych problemów praktycznych.⁸⁵	stosować pochodną do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych.
--	---	--

⁸⁵ jw.