

XII Regionalny Konkurs Matematyczny klas I-II
szkół ponadgimnazjalnych regionu słupeckiego
Finał regionalny - dnia 27. marca 2004r.
Czas rozwiązywania: 100 minut

Główny organizator: II Liceum Ogólnokształcące w Słupsku
Współpraca: Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli w Słupsku

Zadanie 1 (4 pkt.):

Trzej bracia mają łącznie 22 lata. Za 5 lat najstarszy z nich będzie 2 razy starszy od najmłodszego. Ile lat ma każdy z braci, jeżeli wiemy, że tylko jeden z nich chodzi teraz do szkoły?

Zadanie 2 (6 pkt.):

Przedstaw w układzie współrzędnych $A \cap B$ jeżeli dane są zbiory;

$$A = \{(x, y) : x \in \mathbb{N} \wedge y \in \mathbb{N} \wedge y \leq |x| + a - 4\}$$

$$B = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge y \geq x^2 + b\}$$

gdzie: $a = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} - \frac{2}{\sqrt{2}+1}$, b jest pierwiastkiem równania

$$\frac{(x-4)^2 - 4(x-1)(x-4)}{x-4} = 0$$

Zadanie 3 (4 pkt.):

Wyznacz zbiór liczbowy, dla którego poniższa nierówność jest prawdziwa:

$$|x| + 4 > 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 2003 - 200 - 1 + 2003 - 2002$$

Zadanie 4 (6 pkt.):

Dany jest trapez równoramienny ABCD, w którym 3 boki są równe a . Stosunek długości podstawy górnej CD do długości podstawy dolnej AB jest równy $\frac{2}{3}$. Na podstawie górnej obrano punkt K taki, że dzieli on ją w stosunku $1:4$. Jaka część pola trapezu ABCD jest ograniczona odcinkami AK i BK oraz odcinkami CM i DM (gdzie M jest środkiem podstawy dolnej)?

Zadanie 5 (5 pkt.):

Dla jakich wartości parametru m funkcja
dodatnie dla każdego $x \in \mathbb{R}$?

$$f(x) = \frac{(mx^2 + 1)(x^2 - 3x + m)}{(|m| - 1)(mx^2 + 5x + m)}$$

przyjmuje wartości