GEOMETRIA PŁASZCZYZNY

1. Oblicz pole trapezu równoramiennego, którego podstawy mają długość 12 cm i 20 cm, a przekątne są do siebie prostopadłe.
2. Dany jest kwadrat ABCD. Punkty E i F są środkami boków BC i CD. Wiedząc, że $\overrightarrow{AE} \circ \overrightarrow{AF} = 4$ oblicz pole kwadratu.
3. W trójkącie prostokątnym wysokość dzieli przeciwprostokątną na odcinki o długościach 2 i 3. Oblicz pole tego trójkąta.
4. Boki kwadratu skrócono o 20 %. O ile procent zmniejszyło się pole kwadratu.
5. Znajdź pole kwadratu wpisanego w okrąg o promieniu R.
6. Znajdź obwód okręgu opisanego na kwadracie o polu P.
7. Znajdź kąty rombu, którego krótsza przekątna jest równa bokowi.
8. Znajdź stosunek przyprostokątnych w trójkącie prostokątnym jeżeli wysokość i środkowa wychodzące z wierzchołka kąta prostego mają do siebie jak 40 : 41
9. W trapezie, którego podstawy mają długość a i b, miary katów przy większej podstawie są równe 30° i 45°. Oblicz pole tego trapezu.
10. Dane są długości b i c dwóch boków trójkąta ostrokątnego. Pole tego trójkąta jest równe $\frac{1}{4}$ bc. Znajdź długość trzeciego boku tego trójkąta.
11. W trójkącie równoramiennym ABC, w którym $|AC| = |BC|$ kąt przy podstawie ma miarę α. Znajdź długość wysokości CD jeśli wiadomo, że $|AC| + |CD| = d$.
12. Obliczyć długość boków trójkąta prostokątnego wiedząc, że tworzą one ciąg arytmetyczny, a pole tego trójkąta jest równe 6.
13. W trapezie równoramiennym o podstawach a =10 i b =20 oraz kącie ostrym równym α=30° połączono odcinkami środki sąsiednich boków. Obliczyć pole czworokąta, którego bokami są te odcinki
14. Obliczyć długość boku rombu znając jego pole P i stosunek długości przekątnych $\frac{m}{n}$.
15. Obliczyć długość okręgu opisanego na trójkącie o bokach długości 2, 3, 4.
16. Obliczyć długość promienia okręgu wpisanego w wycinek koła o kącie środkowym 60° i polu P.
17. W trójkącie prostokątnym ABC dane są długości przyprostokątnych $|AB| = a$ oraz $|AC| = b$. Dwusieczna kąta prostego przecina przeciwprostokątną w punkcie D. Oblicz długość odcinka AD.
18. Obwód rombu jest równy 12, a suma przekątnych 8. Oblicz pole i wysokość rombu.
19. W okręgu o średnicy 10 cm kąt środkowy α ma miarę120°. Obliczyć długość cięciwy odpowiadającej temu kątowi.
20. W trójkąt równoramienny o obwodzie 56 wpisano okrąg, którego promień jest równy $\frac{2}{7}$ długości wysokości poprowadzonej do podstawy tego trójkąta. Obliczyć długości boków trójkąta.
21. Obliczyć długość promienia okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym 13, 12 i 5 oraz długość promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt.
22. Obliczyć promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny o polu P.
23. W okrąg o promieniu r = $\sqrt{3}$ wpisano trójkąt prostokątny, którego jedna prostokątna jest dwa razy dłuższa od drugiej. Obliczyć obwód tego prostokąta.

24. Obliczyć stosunek pola sześciokąta foremnego wpisanego w okrąg o promieniu r, do pola trójkąta równobocznego opisanego na tym okręgu.
25. Dane są trzy okręgi zewnętrznie styczne względem siebie i parami styczne. Oblicz długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt wyznaczony przez środki tych trzech okręgów, jeżeli ich promienie są równe odpowiednio $r_1=3$, $r_2=3$, $r_3=1$.
26. Oblicz długość każdej z trzech wysokości trójkąta o bokach 13, 13, 10.
27. Trapez opisany na okręgu o promieniu 5 cm ma dwa kąty o miarach 90° i 45°. Znaleźć długość boku trapezu i jego pole.
28. Znaleźć kąty trójkąta o bokach a=2, b=2, c=$2\sqrt{3}$.
29. Miary łukowe kątów trójkąta prostokątnego tworzą ciąg arytmetyczny, a jego obwód jest równy $3+\sqrt{3}$. Obliczyć długość boków trójkąta .
30. W trapez równoramienny o polu S wpisano czworokąt tak, że jego wierzchołki są środkami boków trapezu. Jaki to czworokąt? Obliczyć jego pole.
31. Dłuższa podstawa trapezu równoramiennego ma długość 13 cm, a jego obwód jest równy 28cm. Wyrazić pole tego trapezu jako funkcję długości ramienia trapezu. Znaleźć dziedzinę i zbiór wartości tej funkcji.
32. W trójkącie równoramiennym o ramieniu a=10 cm jeden z kątów ma miarę 120°. Obliczyć pole tego trapezu.
33. Obliczyć promienie okręgów wpisanego i opisanego na trójkącie równoramiennym o ramieniu długości 2 i kącie i kącie przy podstawie $\frac{\Pi}{6}$.
34. W trapezie prostokątnym w który można wpisać okrąg. Jedna z podstaw ma długość a, druga zaś jest trzy razy dłuższa. Obliczyć pole trapezu.
35. W trapez można wpisać okrąg i opisać na nim okrąg. Jedna z podstaw jest równa a, druga jest cztery razy dłuższa. Obliczyć pole trapezu.
36. Suma kątów wewnętrznych w wielokącie wypukłym jest równa 540°. Ile wierzchołków ma ten wielokąt?
37. Różnica pól dwóch kwadratów jest równa 15, a różnica obwodów wynosi 12. Jakie są długości boków tych kwadratów?
38. Długości boków trójkąta prostokątnego tworzą ciąg arytmetyczny. Jakie są długości przyprostokątnych, jeśli przeciwprostokątna ma długość 10cm.
39. Krótsza przyprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 1. Jakie są długości pozostałych boków, jeśli długości wszystkich boków tworzą ciąg arytmetyczny.
40. W trójkącie prostokątnym, którego długość przyprostokątnych są równe 5 i 12 wpisano koło. Obliczyć pole tego koła.
41. W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A jest dwa razy mniejszy od kąta przy wierzchołku B. Długość boku AB jest równa c, a długość AC jest równa b. Oblicz długość a boku BC.
42. Trapez równoramienny o polu 8 cm^2 i kącie przy dłuższej podstawie 30° jest opisany na kole. Oblicz pole koła, długość boków trapezu oraz długość jego przekątnych.
43. Dwa okręgi o promieniach $r_1=3$cm, $r_2=9$m są styczne zewnętrznie. Oblicz pole oraz obwód figury ograniczonej tymi okręgami i ich wspólną styczną zewnętrzną
44. Na okręgu o średnicy d opisano trapez równoramienny, którego podstawy mają odpowiednio długości a i b. Wykazać, że $ab=d^2$
45. Promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny ma długość 1. Obliczyć długość boków trójkąta, wiedząc, że są one liczbami całkowitymi.
46. Oblicz pole trójkąta prostokątnego o przeciwprostokątnej 10, jeżeli wiadomo, że promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy 2.

47. W połowę trójkąta równobocznego o boku 2 wpisano okrąg. Jaka jest odległość środka okręgu od wierzchołka kąta prostego.
48. W trójkącie równoramiennym naprzeciw podstawy o długości 1 leży kąt $\frac{\Pi}{6}$. Jaka jest odległość środka okręgu opisanego na tym trójkącie od jego podstawy?
49. Wysokość trapezu jest równa 1, a jedno z ramion ma długość 2. Na trapezie tym można opisać okrąg i można w niego wpisać okrąg. Oblicz obwód trapezu.
50. Oblicz pole trapezu o podstawach a i b jeżeli wiadomo, że na tym trapezie można opisać okrąg i można w niego wpisać okrąg.
51. Jedną z podstaw trapezu wpisano w okrąg o promieniu 1 i jest średnicą tego okręgu. Dla jednego z kątów tego trapezu zachodzi związek $\cos\alpha = \frac{5}{13}$. Obliczyć pole tego trapezu.
52. W trójkącie prostokątnym mniejsza przyprostokątna ma długość $\sqrt{3}$. Prosta przechodząca przez wierzchołek kata prostego tworzy z tą przyprostokątną kąt 30° i dzieli przeciwprostokątną w stosunku 1 : 2. Znaleźć pozostałe długości boków trójkąta.
53. W trójkącie ABC dane są: kąt α =60°, bok $|AB| = 2\sqrt{3}$ oraz promień okręgu opisanego na trójkącie R= $4\sqrt{3}$. Znaleźć długości pozostałych boków i miary kątów trójkąta.
54. Dany jest czworokąt o polu równym 20. Znaleźć pole czworokąta, którego bokami są odcinki łączące środki boków danego czworokąta.
55. W trójkącie ABC długość boku AB jest równa 7, a suma długości pozostałych boków jest równa 13. Obliczyć długość boków BC i AC jeśli $\overrightarrow{CA} \circ \overrightarrow{CB}$ =20
56. Na okręgu o promieniu r opisano trapez równoramienny, którego jedna z podstaw ma długość 3r. Obliczyć odległości środka okręgu od wierzchołków trapezu.
57. Trapez równoramienny ma podstawy długości a i 4a. Jakiej długości powinna być wysokość trapezu, aby w ten trapez można było wpisać okrąg?
58. W okrąg o średnicy AB=2R wpisano drugi okrąg, styczny wewnętrznie do danego okręgu w punkcie A. Okrąg widać z punktu B pod kątem 60°. Obliczyć odległość środka okręgu wpisanego od punktu B.
59. Wykazać, że w trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych a i b oraz przeciwprostokątnej c, promień okręgu wpisanego wyraża się wzorem r $= \frac{1}{2}(a+b-c)$
60. Sformułować twierdzenie sinusów i podać tego twierdzenia w przypadku trójkąta ostrokątnego.
61. Sformułować i udowodnić twierdzenie cosinusów
62. Jaką własność ma czworokąt wpisany w okrąg. Udowodnić tę własność.
63. W trójkącie ostrokątnym ABC z wierzchołków A i C opuszczono wysokości AD i CE na boki BC i AB. Wykazać, że te trójkąty ABC i BDE są podobne.
64. Wykazać, że pole dowolnego czworokąta wypukłego jest równe połowie iloczynu jego przekątnych pomnożonego przez sinus kąta między nimi.
65. Podać i udowodnić związek pomiędzy wysokością h trójkąta prostokątnego poprowadzoną z wierzchołka kata prostego oraz odcinkami x i y, na które wysokość ta dzieli przeciwprostokątną.
66. Udowodnić, że suma kątów wewnętrznych trójkąta jest równa katowi półpełnemu.
67. Wykazać, że jeżeli kąty trójkąta spełniają warunek $\sin\gamma = 2\cos\alpha\sin\beta$ to trójkąt jest równoramienny.

68. Wykazać, że trójkąt o bokach 3a, 4a, 6a (a>0) jest rozwartokątny.
69. Udowodnić wzór na pole trójkąta P = pr, gdzie p – połowa obwodu trójkąta, r- promień okręgu wpisanego w trójkąt.
70. Sformułować i udowodnić twierdzenie o podziale boku trójkąta dwusieczną kąta wewnętrznego.
71. Dwa okręgi o promieniach R i $\frac{R}{4}$ są styczne wewnętrznie w punkcie A. Przez środek większego okręgu poprowadzono cięciwę BC styczną do mniejszego okręgu. Obliczyć pole trójkąta ABC.
72. Z wierzchołka kata rozwartego rombu opuszczono dwie prostopadłe do jego boków. Długość każdej prostopadłej jest równa a, zaś odległość między spodkami tych prostopadłych jest równa b. Obliczyć pole rombu.
73. Udowodnić, że odcinek łączący środki dwóch boków trójkąta jest równoległy do trzeciego boku i równa się jego połowie.
74. Na okręgu opisano trapez równoramienny o obwodzie 2p i przekątnej d. Obliczyć stosunek promienia okręgu wpisanego do promienia okręgu opisanego na tym trapezie.
75. Obliczyć pole trapezu równoramiennego, którego długości podstaw są a = 24, b =10, zaś przekątna jest prostopadła do ramienia trapezu.
76. W trójkącie ABC dane są AB = 7cm, AC = 6cm, BC =5 cm. Wiadomo, że boki AC i BC są styczne do okręgu którego środek leży na boku AB. Znaleźć długość promienia okręgu.
77. Wysokość i środkowa poprowadzone z jednego wierzchołka kąta trójkąta dzielą ten kąt na trzy równe części. Oblicz kąty trójkąta.
78. Dany jest trójkąt o bokach 3cm, 4cm, 5cm. Obliczyć długości środkowych tego trójkąta.
79. Dany jest trójkąt równoramienny o podstawie długości 10cm i kącie prostym między ramionami. Obliczyć długości środkowych w tym trójkącie.
80. Pole trójkąta prostokątnego jest równe $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$. Wysokość opuszczona z wierzchołka kata prostego dzieli kąt prosty w skali 1:2. Obliczyć długość środkowych w tym trójkącie.
81. Wykaż, że jeżeli a, b, c, są długościami boków trójkąta ostrokątnego, to $a^2+b^2+c^2 < 2(ab+ac+bc)$.
82. Wykaż, że trójkąty, których wspólnym wierzchołkiem jest punkt przecięcia się przekątnych trapezu nie będącego równoległobokiem, zaś boki przeciwległe temu wierzchołkowi pokrywają się z bokami nierównoległymi tego trapezu, mają równe pola.
83. Na jednym z boków trójkąta ABC obrano punkt D, przez który zostały poprowadzone dwa odcinki równoległe do pozostałych boków tego trójkąta. Odcinki te podzieliły trójkątna dwa trójkąty i równoległobok. Mając dane pola P_1 , P_2 powstałych trójkątów obliczyć pole trójkąta ABC.
84. Na trójkącie, którego kąty mają miary α i β opisano koło. Wyznaczyć stosunek pola tego trójkąta, do pola koła opisanego na tym trójkącie.
85. Przez punkt przecięcia się przekątnych trapezu ABCD o podstawach AB i CD poprowadzono prostą równoległą do AD, przecinającą podstawę AB w punkcie E oraz prostą równoległą do BC przecinającą tę samą podstawę w punkcie R. Wykazać, że |AE|= |RB|.
86. Wykazać, że w trójkącie prostokątnym suma kwadratów długości środkowych przyprostokątnych stanowi $\frac{5}{4}$ kwadratu długości przeciwprostokątnej.

87. Wykazać, że w trapezie prostokątnym różnica kwadratów długości przekątnych jest równa różnicy kwadratów długości podstaw.
88. Ramię trójkąta równoramiennego ma długość 4 cm . Obliczyć długość podstawy tego trójkąta wiedząc, że odległość środka ramienia od przeciwległego wierzchołka podstawy jest równa 3 cm.
89. Wykazać, że jeżeli h jest długością wysokości trójkąta prostokątnego opuszczoną na jego przeciwprostokątną, zaś a i b są długościami przyprostokątnych to $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$.
90. Odcinek CB jest cięciwą koła o długości 10. Prze punkt C poprowadzono styczną do tego koła, zaś przez punkt B prostą l równoległą do tej stycznej. Obliczyć długość promienia koła wiedząc, że odcinek będący częścią wspólną koła i prostej l ma długość 12.
91. Długości dwóch boków trójkąta są równe 5 i 10. Wykazać, że długość odcinka będącego częścią wspólną i dwusiecznej jego kąta wewnętrznego zawartego między bokami o podanych długościach jest mniejsza od 20/3.
92. Wykazać, że jeśli α, β, γ są kątami trójkąta i $\sin^2\alpha= \sin^2\beta + \sin^2\gamma$ to ten trójkąt jest prostokątny.
93. Trapez równoramienny o przekątnej 5 cm i obwodzie 36 cm jest opisany na okręgu. Oblicz długość promienia okręgu wpisanego w trapez i długość promienia opisanego na nim.
94. Wykazać, że w trójkącie prostokątnym suma przyprostokątnych równa się sumie średnic koła opisanego na tym trójkącie i wpisanego w ten trójkąt.
95. Wykazać, żę suma odległości dowolnego punktu wewnętrznego trójkąta od jego wierzchołków jest większa od polowy obwodu.
96. W trójkącie równoramiennym suma ramienia i wysokości jest równa k, kąt przy podstawie ma miarę α. Obliczyć pole tego trójkąta.
97. Trzy okręgi o tym samym promieniu styczne zewnętrznie ograniczają trójkąt krzywoliniowy. Obliczyć pole powierzchni tego trójkąta wiedząc, że promień okręgu opisanego na figurze utworzonej z tych trzech okręgów jest równy R.
98. W kwadrat o boku a wpisano drugi kwadrat tak, że boki kwadratu wpisanego tworzą z bokami kwadratu danego odpowiednio kąty $\frac{\pi}{6}$ i $\frac{\pi}{3}$. Obliczyć pole powierzchni wpisanego kwadratu
99. W trapezie równoramiennym dane jest ramie a i kat ostry α. Przekątna trapezu jest prostopadła do ramienia. Obliczyć pole tego trapezu.
100. Dany jest romb o boku a i kącie ostrym α. Romb ten podzielono na trzy części o równych polach odcinkami mającymi wspólny początek w wierzchołku kąta ostrego i końce w bokach rombu. Wyznaczyć długość tych odcinków.
101. Wyznaczyć liczbę x tak, by w prostokącie o bokach 1 i x proste poprowadzone z przeciwległych wierzchołków i prostopadłe do przekątnej dzieliły ja na trzy części o równych długościach.
102. W kwadrat ABCD, którego bok ma długość 10 cm, wpisano kwadrat KLMN, którego pole stanowi $\frac{3}{4}$ pola kwadratu ABCD. Obliczyć stosunek długości odcinków, na które wierzchołki kwadratu KLMN dzielą każdy bo kwadratu ABCD.
103. W trójkącie równoramiennym między długością a podstawy i długościami h, H dwóch jego nierównych wysokości zachodzi związek: $a^2= h\cdot H$. Wyznaczyć cosinus kata przy podstawie trójkąta.

104. W trójkącie prostokątnym długość jednej przyprostokątnej jest dwa razy mniejsza od długości przeciwprostokątnej. Obliczyć stosunek długości promienia okręgu opisanego na tym trójkącie do długości okręgu wpisanego w ten trójkąt.
105. W trójkącie równoramiennym podstawa ma długość 2 a, wysokość zaś opuszczona na tę podstawę ma długość h. W trójkąt wpisano okrąg i poprowadzono styczną do okręgu równoległa do podstawy. Obliczyć długość promienia i długość odcinka stycznej zawartego w tym trójkącie.
106. W trapezie ABCD łączymy środek M ramienia AB z końcami ramienia CD. Wykazać, że pole powstałego trójkąta jest połową pola trapezu.
107. W trapezie równoramiennym jedna z podstaw jest dwa razy dłuższa od drugiej. Przekątna trapezu jest dwusieczną kąta przy podstawie. Obliczyć długości boków trapezu wiedząc, że jego pole jest równe $3\sqrt{3}$.
108. W trapezie opisanym na okręgu długości ramion są równe 3 i 5. Odcinek łączący środki ramion dzieli trapez na części, których pola są w stosunku 5:11.Obliczyć długości podstaw trapezu.
109. W romb o boku długości a i kacie ostrym 60º wpisano okrąg. Obliczyć pole prostokąta, którego wierzchołkami są punkty styczności okręgu z bokami rombu.
110. Pole trójkąta równobocznego wpisanego w koło o promieniu 2 jest równe $3\sqrt{3}$. Obliczyć długość wysokości tego trójkąta.
111. Na okręgu o promieniu r =2 opisano trójkąt prostokątny, którego przeciwprostokątna ma długość 10. Obliczyć pole i obwód tego trójkąta.
112. Na okręgu o promieniu długości r opisano trapez prostokątny, którego najdłuższy bok ma długość 4r. Obliczyć pole tego trapezu.
113. Dwa boki trójkąta wpisanego w okrąg o promieniu r maja długość $\frac{3}{2}$r oraz r$\sqrt{3}$. Wyznaczyć długość trzeciego boku
114. Trzy cięciwy okręgu o promieniu r tworzą trójkąt w wpisany w ten okrąg. Długości dwóch tych cięciw są odpowiednio równe $\frac{1}{2}$ r oraz r$\sqrt{3}$. Wyznaczyć długość trzeciej cięciwy.
115. W trójkącie ABC, gdzie $|AC| = |BC| = \sqrt{10}$, środkowe poprowadzone z wierzchołków A oraz B przecinają się pod kątem prostym. Obliczyć pole trójkąta.
116. Bok rombu ABCD ma długość $5\sqrt{5}$. Punkty M i N są środkami boków odpowiednio AB i AD. Proste zawierające odcinki BN oraz BM są prostopadłe, a kąt DAB jest ostry. Obliczyć pole rombu.
117. Na kwadracie opisano okrąg i w ten sam okrąg wpisano okrąg. Pole pierścienia kołowego, którego brzeg tworzą dwa okręgi jest równe 3π. Oblicz pole kwadratu.
118. Na trójkącie równobocznym opisano okrąg i w ten sam trójkąt wpisano okrąg. Pole powierzchni pierścienia kołowego, którego brzeg tworzą okręgi jest równe 2π. Obliczyć pole trójkąta.
119. W kwadrat o boku a wpisano dwa okręgi o środkach leżących na przekątnej kwadratu w taki sposób, że są do siebie styczne i każdy z nich jest styczny do dwóch boków kwadratu. Wyznaczyć promienie tych okręgów, jeśli ich obwody są w stosunku 2:1.
120. Punkt D dzieli podstawę trójkąta równobocznego w stosunku 1:2. Obliczyć odległości punktu D od ramion tego trójkąta wiedząc, że podstawa ma długość a.
121. Wierzchołek A kwadratu ABCD połączono ze środkami E i F boków BC i CD, Wykazać, ze odcinki AE i AF dzielą przekątną BD na trzy równe części.
122. Na okręgu o promieniu długości r opisano trapez równoramienny, którego jedna z podstaw ma długość 3r.Obliczyć odległości środka okręgu od wierzchołków trapezu.

123. Na okręgu o promieniu długości r opisano trójkąt prostokątny, którego jeden z wierzchołków jest oddalony od środka okręgu o $r\sqrt{26}$. Obliczyć pole tego trójkąta.

124. W rombie ABCD punkt E dzieli bok AB, gdzie $|AB| = a$ w stosunku 2:3 licząc od wierzchołka a. Obliczyć pole powierzchni tego rombu, jeśli odległość punktu E od przekątnej AC jest trzy razy mniejsza od odległości punktu E od przekątnej BD.

ODPOWIEDZI

1. P=256cm^2
2. P=4
3. P=$\frac{5\sqrt{6}}{2}$
4. 36%
5. P=2R^2
6. α=2Π
7. 60^0 i 120^0
8. $\frac{4}{5}$ lub $\frac{5}{4}$
9. P=$\frac{(\sqrt{3}-1)(a^2-b^2)}{4}$
10. a=$\sqrt{b^2+c^2-bc\sqrt{3}}$
11. h=$\frac{d\sin\alpha}{1+\sin\alpha}$
12. 3, 4 i 5
13. P=$\frac{25\sqrt{3}}{2}$
14. a=$\sqrt{\frac{P(m^2+n)}{2mn}}$
15. $\alpha=\frac{16}{15}\Pi\sqrt{15}$
16. r=$\sqrt{\frac{2P}{3\Pi}}$
17. AD=$\frac{ab\sqrt{2}}{a+b}$
18. P=7, h=$\frac{7}{3}$
19. a=$10\sqrt{3}$
20. 16, 20, 20
21. R=$6\frac{1}{2}$, r=2
22. r=$\frac{1}{3}\sqrt{P\sqrt{3}}$
23. L=$\frac{6\sqrt{15}+10\sqrt{3}}{5}$
24. $\frac{1}{2}$
25. r = $\frac{3\sqrt{7}}{7}$

26. 12, $\frac{120}{13}, \frac{120}{13}$

27. P = $50(1+\sqrt{2}\,)cm^2$

28. $\alpha = \beta = 30^0$ $\gamma = 120^0$

29. 1, $\sqrt{3}$, 2

30. Romb, $\frac{s}{2}$

31. $P = (14 - x)\sqrt{2x-1},\ x \in (1, \frac{15}{2})$ $P(x) \in (0, 27 >$

32. P = $25\sqrt{3}$ cm^2

33. R = 2, r= $2\sqrt{3} - 3$

34. P = $3a^2$

35. P = $5a^2$

36. Pięć

37. 4 i 1

38. 6cm i 8cm

39. $\frac{1}{2}\sqrt{2+2\sqrt{5}},\ \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$

40. P = 4Π

41. $|a| = \frac{\sqrt{c^2 + 4b^2} - c}{2}$

42. P=Πcm^2, a=4+2$\sqrt{3}$ b=4-2$\sqrt{3}$ $c_1 = c_2$ = 4cm, p=2$\sqrt{5}$ cm

43. P=$\frac{3}{2}(24\sqrt{3} - 11\Pi)cm^2$, L = $(5\Pi + 6\sqrt{3})cm$

44. –

45. 3,4,5

46. P = 24

47. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}cm$

48. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

49. L = 8

50. P=$\frac{a+b}{2}\sqrt{ab}$

51. P = $\frac{34560}{28561}$

52. b =2 c = $\sqrt{7}$

53. a =12, b = $\sqrt{3}(1+3\sqrt{5})$ $\gamma = \arccos\frac{\sqrt{15}}{4}$ $\beta = \frac{2\Pi}{3} - arc\cos\frac{\sqrt{15}}{4}$

54. P =10

55. $(|BC| = 5 \wedge |AC| = 8)$ v $(|BC| = 8 \wedge |AC| = 5)$

56 .x = $\frac{r\sqrt{13}}{2}$, y = $\frac{r\sqrt{13}}{3}$

57. h = 2a

58. $\frac{4}{3}R$

59. $r = \frac{1}{2}(a+b-c)$

60. –

61. –

62. –

63. –

64.P=$\frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\alpha$

65. –

66. –

67. –

68. –

69. –

70. –

71. $\frac{1}{3}R^2$

72. $\frac{2a^4}{b\sqrt{4a^2-b^2}}$,   2a > b

73. –

74. $\frac{r}{R} = \frac{4d^2 - p^2}{2dp}$,   2d > p > 0

75. $17\sqrt{119}$

76. $R = \frac{12}{11}\sqrt{6}cm$

77. 90°, 60°, 30°

78. $\sqrt{13},\ \frac{1}{2}\sqrt{73},\ \frac{5}{2}$

79. $|\mathrm{CD}|$=5cm $|\mathrm{AE}| = |\mathrm{BF}| = \frac{5}{2}\sqrt{10}$

80. $\sqrt{39}cm,\ \ \sqrt{21}cm,\ \ 2\sqrt{3}cm$

81. -

82. -

83. $P = P_1 + 2\sqrt{P_1 \cdot P_2} + P_2$

84. $\frac{P_\Delta}{P_o} = \frac{2}{\pi}\sin\alpha \sin\beta \sin(\alpha+\beta)$

85. –

86. –

87. -

88. $\sqrt{10}$

89. -

90. r = $\frac{25}{4}$

91. –

92. -

93. r = $\frac{3}{4}$ R= $\frac{10}{3}$

94. –
95. -
96. $P=\frac{k^2\sin 2\alpha}{2(1+\sin\alpha)^2}$
97. $P=\frac{3R^2(2\sqrt{3}-\pi)}{32}$
98. P= $a^2(\sqrt{3}-1)^2$
99. $P=\frac{a^2\sin^3\alpha}{\cos\alpha}$
100. Odcinki są równej długości $\frac{1}{3}a\sqrt{13+12\cos\alpha}$
101. Jeżeli $0<x<1$ to $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$, jeżeli $x>1$ to $x=\sqrt{2}$
102. $(3+2\sqrt{2}):1$
103. $\cos\alpha=\sqrt{2}-1$
104. $\frac{R}{r}=\sqrt{3}+1$
105. $r=\frac{a\sqrt{a^2+h^2}-a^2}{h}$ $d=\frac{2a(\sqrt{a^2+h^2}-a)^2}{h^2}$
106. -
107. 4; 2; 2; 2;
108. 7; 1
109. P= $\frac{3\sqrt{3}a^2}{16}$
110. h= 3
111. P= 24; L= 24
112. P= $\frac{16}{3}r^2$
113. $\frac{r\sqrt{30-6\sqrt{21}}}{4}$ lub $\frac{r\sqrt{30+6\sqrt{21}}}{4}$
114. $\frac{r\sqrt{46-6\sqrt{5}}}{4}$ lub $\frac{r\sqrt{46+6\sqrt{5}}}{4}$
115. P= 3
116. P= 75
117. P= 12
118. P= $2\sqrt{3}$
119. $R=\frac{2a(2-\sqrt{2})}{3}$ $r=\frac{a(2-\sqrt{2})}{3}$
120. $d_1=\frac{a\sqrt{3}}{3}$, $d_1=\frac{a\sqrt{3}}{6}$
121. -
122. $\frac{r\sqrt{13}}{2}$, $\frac{r\sqrt{13}}{3}$
123. P= $\frac{15}{2}r^2$
124. P= $\frac{4}{5}a^2$