# CIĄGI LICZBOWE

1. Znaleźć ciąg arytmetyczny, którego suma $n$ pierwszych wyrazów jest równa $3n^2+n$
2. Zbadać monotoniczność ciągu $a_n=\frac{2n+1}{3n+1}$
3. Drugi wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 10, piąty wyraz 28. Wyznaczyć $a_1$ i $r$. Podać wzór ogólny ciągu
4. Podać definicję ciągu geometrycznego. Zamienić ułamek 1,1(12) na ułamek zwykły
5. Obliczyć 2+4+8+…+1024
6. Rozwiązać równanie $1-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{4}+...=\frac{3}{x}$
7. Dane są trzy pierwsze wyrazy nieskończonego ciągu geometrycznego $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$; $\frac{-1}{\sqrt{3-3}};\frac{1}{6}$. Podać dwa następne wyrazy i obliczyć sumę tego ciągu.
8. Stosując zasadę indukcji matematycznej wykazać, że dla każdego $n\in N\setminus\{0;1\}$ $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\cdots+\frac{1}{(n-1)n}=1-\frac{1}{n}$
9. Podać definicję ciągu arytmetycznego. Obliczyć sumę wszystkich liczb naturalnych, dwucyfrowych podzielnych przez 5.
10. Udowodnić, że dla każdej liczby naturalnej $n$ liczba $7^n-1$ jest podzielna przez 6
11. Wyprowadzić wzór na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego $(a_n)$ znając wyraz pierwszy $a_1$ oraz iloraz $q$ tego ciągu
12. Rozwiąż równanie $x-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^5}+\cdots=\frac{8}{5}$
13. Wykazać, że ciąg $a_n=2^n-n$ jest rosnący
14. Na paraboli $y=48-x^2$ znaleźć punkty $(x;y)$ takie, że $3,x,y$ tworzą ciąg geometryczny
15. Dla ciągu $\{a_n\}$ gdzie $a_n=cos\frac{n\pi}{2}$ wyznaczyć $a_3$, $a_6$, $a_9$ *i* $a_{12}$
16. Oblicz sumę kolejnych liczb parzystych od 8 do 2004
17. Liczby 2, $2^x$ *i* $2^x+3$ tworzą ciąg arytmetyczny. Obliczyć x
18. Udowodnić, że dla każdego $n\in N$ liczba postaci $4^n+5$ jest podzielna przez 3
19. Sprawdź czy ciąg o wyrazie ogólnym $a_n=\frac{n+3}{n+4}$ jest rosnący
20. Suma $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego $(r\neq 0)$ jest równa połowie sumy następnych $n$ wyrazów. Znaleźć $\frac{s_{3n}}{s_n}$
21. Wyznaczyć wartość parametru $b$, dla której $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{b^2n}{(b+4)n+b}=2$
22. Liczby $a,b,c,d$ są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Suma dwóch liczb środkowych jest równa 24, a suma dwóch liczb skrajnych jest równa 36. Znaleźć te liczby

23. Wyznaczyć dwa kolejne wyrazu ciągu geometrycznego: $\sqrt{2}+\sqrt{3};1;\sqrt{3}-\sqrt{2}\ldots$
24. Narysować wykres funkcji *f*, wiedząc, że *f(x)* jest sumą szeregu $1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+...$
25. Podać przykład ciągu malejącego zbieżnego do liczby 2
26. Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny o sumie równej 18. Największa z nich ma wartość 9. Wyznacz pozostałe liczby
27. Podać wzór ogólny ciągu arytmetycznego, wiedząc, że suma *n* pierwszych jego wyrazów jest równa $n^2+n$ dla każdego *n* naturalnego
28. Dla jakiej wartości *k* suma wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego: $\left(k;\frac{k}{3};\frac{k}{9}...\right)$ jest równa 3?
29. Rozwiązać równanie $\frac{1}{x}-\frac{x}{3}+\frac{1}{x^2}-\frac{x^2}{6}+\frac{1}{x^3}-\frac{x^3}{12}+\cdots\frac{1}{x^n}-\frac{x^n}{3\cdot 2^{n-1}}+\cdots=0$
30. Iloczyn pierwszych pięciu wyrazów ciągu geometrycznego, w którym $a_1=2$ jest równy $\frac{1}{32}$. Wyznaczyć iloraz q tego ciągu
31. Ciąg ($a_n$)jest ciągiem geometrycznym. Pokazać, że ciąg ($b_n$) o wyrazie ogólnym $b_n=a_n+1$-$a_n$ jest też ciągiem geometrycznym.
32. Długości boków trójkąta tworzą ciąg geometryczny. Jaki warunek musi spełniać iloraz tego ciągu?
33. Długości boków trójkąta prostokątnego tworzą ciąg arytmetyczny. Jakie są długości przyprostokątnych, jeżeli przeciwprostokątna ma długość 10?
34. Krótsza przyprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 1. Jakie są długości pozostałych boków, jeżeli wiadomo, że długości wszystkich boków tworzą ciąg geometryczny.
35. W Papadocji zbudowano piramidę w taki sposób, że najniższa warstwa bloków skalnych miała objętość *V* , a objętość każdej warstwy stanowiła 60% objętości warstwy leżącej bezpośrednio pod nią. Jaką objętość ma piramida, jęli składa się ona z 20 warstw.
36. W ciągu arytmetycznym suma pierwszych n wyrazów o numerach nie parzystych wynosi $3n^2$-5n. Podać sumę n pierwszych wyrazów o numerach parzystych.
37. Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n=\frac{n-1}{n}$. Znaleźć granicę tego ciągu. Które wyrazy ciągu mają tę własność, że wartość bezwzględna $a_n$ i granicy tego ciągu jest nie mniejsza od 0,01?
38. Zbadać monotoniczność ciągu($b_n$)o wyrazie ogólnym $b_n=\frac{1}{a_n{}^2+2}$ gdzie ($a_n$)jest ciągiem malejącym o wyrazach ujemnych .
39. Obliczyć sumę wszystkich liczb dwucyfrowych, których reszta z dzielenia przez 5 jest równa 2.
40. Dla jakich wartości parametru *m* suma nieskończonego ciągu geometrycznego $\frac{1}{m+2};m-2;n^3-2m^2-4m+8;\cdots$ jest skończona?

41. Oblicz granice: a) $\lim_{n\to\infty}\frac{\binom{n}{2}}{1+2+5+...+(2n-1)}$ b) $\lim_{x\to-1}\frac{\sin(x+1)}{x^2+5x+4}$

c) $\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2-n}{1+2+3+...+n}$ d) $\lim_{n\to\infty}\frac{1+2+3+...+n}{n^2}$ e) $\lim_{n\to\infty}\frac{n(3n+2}{2n^2+\sqrt{n+3}}$

f) $\lim_{n\to\infty}(n-\sqrt{n^2+5n})$ g) $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{9n^2+4n}-3n)$ h) $\lim_{n\to\infty}\frac{1+4+7+...+(3n-2)}{2n^2+3n+4}$

i) $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n}-n$ j) $\lim_{n\to\infty}\frac{n\sqrt{1+3+5+...+(2n-1)}}{2n^2+n+1}$

k) $\lim_{n\to\infty}\frac{4+8+12+...+4n}{1+3+6+...+(2n-1)}$ l) $\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{4n^2+9}}{3n+1}$ ł) $\lim_{n\to\infty}\frac{(n+2)!}{n^2\cdot n!}$

m) $\lim_{n\to\infty}\frac{2^n4^n}{5^n}$ n) $\lim_{n\to\infty}\frac{2^n+3^n}{(2\times3)^n}$ o) $\lim_{n\to\infty}\frac{(n+2)!+n!}{(n+2)!-(n+1)!}$

p) $\lim_{n\to\infty}\frac{n!(n+1)!}{(n-1)!(n+2)!}$ r) $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+3n+1}-\sqrt{n^2+2}}$

s) $\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^2+n}-n}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+...+\frac{1}{3^n}}$ t) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+...+\frac{n-1}{n^2}\right)$

42. Ciąg (an) jest ciągiem arytmetycznym o pierwszym wyrazie $a_1$=2m-3 różnicy r=m+2. Dla jakich wartości parametru m ciąg (bn) o wyrazie ogólnym $b_n=a^2{}_{n+1}-a_n{}^2$ jest ciągiem arytmetycznym, a dla jakich wartości m jest ciągiem geometrycznym?
43. Ciąg (an) jest ciągiem geometrycznym o pierwszym wyrazie $a_1$=1 i ilorazie $q=k^2+1$. Dla jakich wartości parametru k ciąg (bn) o wyrazie ogólnym $b_n=\log^2 a_{n+1}-\log^2 a_n$ jest ciągiem arytmetycznym, a dla jakich ciągiem geometrycznym?
44. Siódmy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 11, a suma piętnastu pierwszych wyrazów jest równa 210, który wyraz tego ciągu jest równy 26?
45. Znaleźć ciąg arytmetyczny, dla którego przy dowolnym naturalnym *k* suma *n* pierwszych wyrazów o numerach nieparzystych jest równa $3k^2+3k$.
46. Wykaż, że jeśli n jest podzielne przez 3to $n^2$-n jest podzielne przez 6.
47. Udowodnić indukcyjnie, że dla $x\neq1$ zachodzi równość: $1+x+x^2+...+x^n=\frac{x^{n+1}-1}{x-1}$
48. Dany jest ciąg o wyrazach. Obliczyć $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+1}{a_n}$
49. Rozwiązać równanie $1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}+...=x-1$
50. Od jakiego n począwszy wyrazy ciągu o wyrazie ogólnym $a_n=\frac{3n+1}{n+1}$ spełniają nierówności $|a_n-g|\leq0{,}01$, gdzie g jest granicą ciągu (an)?
51. Znaleźć sumę 80 początkowych liczb naturalnych, które przy dzieleniu przez 6 dają resztę 3.
52. Trzy liczby, których suma jest równa 6, tworzą ciąg geometryczny. Jeśli dwie ostatnie z nich zamienimy miejscami, to otrzymujemy ciąg arytmetyczny. Jakie to liczby?

53. Dla jakich wartości k zachodzi równość $\lim_{n\to\infty}(\sqrt{4n^2+kn}-2n)=1$?
54. Dla jakich wartości k granica ciągu o wyrazie ogólnym $a_n=\dfrac{1-kn^2}{1+6+11+...+(5n-4)}$ jest równa 2?
55. Wyznaczyć piąty wyraz malejącego ciągu arytmetycznego, w którym wyraz drugi i wyraz czwarty są pierwiastkami równania $4^{2x+1}-17\cdot 4^x+4=0$
56. Wykopano studnie o głębokości 20m. Za pierwszy metr zapłacono p zł, a za każdy następny metr zapłacono 2 razy więcej niż za poprzedni metr. Ile kosztowało wykopanie studni?
57. Liczby a,b,c są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Jeżeli dodamy do tych liczb odpowiednio 4,5,-3 to otrzymamy trzy kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego o różnicy 4. Znaleźć liczby a,b,c.
58. Liczby a,b,c są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Jeżeli dodamy do tych liczb odpowiednio 3,-5,-4 to otrzymamy trzy kolejne wyrazy ciągu geometrycznego o ilorazie $\frac{1}{4}$. Znaleźć licz by a,b,c.
59. Obliczyć $\lim_{n\to\infty}\dfrac{a_n+1}{a_n}$ gdy $a_n=\dfrac{n^9}{4^n}$.
60. Bez rozwijania potęgi wyznaczyć siódmy wyraz rozwinięcia dwumianu $(3+2x^2)^9$.
61. Dla jakiej wartości n współczynniki drugiego, trzeciego i czwartego wyrazu rozwinięcia dwumianu $(a+b)^n$ tworzą ciąg arytmetyczny.
62. Wyznaczyć ciąg arytmetyczny, którego 5 wyraz jest równy $\frac{3}{2}$, a suma pięciu początkowych wyrazów jest równa 5.
63. Wyznaczyć ciąg arytmetyczny, w którym suma trzech pierwszych wyrazów wynosi 27, a suma kwadratów tych wyrazów jest równa 275.
64. Obwód trójkąta prostokątnego wynosi 60 cm. Oblicz długość boków tego trójkąta wiedząc, że tworzą one ciąg arytmetyczny.
65. Rozwiązać równania:
a) 1+4+7+…+x=117
b) (x+1)+(x+4)+(x+7)+…(x+28)=155
66. Wykazać, że jeżeli $\dfrac{1}{a+b};\dfrac{1}{c+a};\dfrac{1}{b+c}$ są trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego to $b^2;a^2;c^2$ są także kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego.
67. W ciągu arytmetycznym $a_m=n$ i $a_n=m$. Obliczyć $a_p$.
68. Wykazać, że jeżeli w ciągu arytmetycznym spełniony jest warunek $s_m\div s_n=m^2\div n^2$ to $a_m\div a_n=(2m-1)\div(2n-1)$.
69. Dla jakich wartości k pierwiastki równania $x^4-(3k+2)x^2+k^2=0$ tworzą ciąg arytmetyczny?
70. W ciągu geometrycznym mamy dane : $a_1+a_5=51\wedge a_2+a_6=102$. Dla jakich wartości n suma $s_n=3069$?
71. Boki trójkąta prostokątnego tworzą ciąg geometryczny, znaleźć tangensy kątów ostrych tego trójkąta.

72. Dla jakich $\alpha$ liczby $\frac{1}{6}\sin\alpha;\cos\alpha;tg\alpha$ wzięte w tej kolejności tworzą ciąg geometryczny.
73. Suma liczb tworzących ciąg geometryczny jest równa 93. Liczby te są równe pierwszemu, drugiemu i siódmemu wyrazowi ciągu arytmetycznego. Znaleźć te liczby.
74. Dla jakich wartości parametru m, liczby x,y,z będące rozwiązaniem układu $x+y+z=m+4 \wedge 2x-y+2z=2m+2 \wedge 3x+2y-3z=1-2m$ tworzą ciąg geometryczny?
75. Wykazać, że jeżeli $s_n$ jest sumą n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego to $s_n(s_{3n}-s_{2n})=(s_{2n}-s_n)^2$.
76. Dla jakich wartości x ciąg geometryczny $1,(x^2-3x+1),(x^2-3x+1)^2...$ jest zbieżny i ma sumę 0,8?
77. Obliczyć sumę $s_n=1+2a+3a^2+4a^3+...+na^{n-1}$.
78. Rozwiązać nierówności $\lim_{n\to\infty}\frac{x-4}{n-\sqrt{n+n}}\geq\frac{4}{x}$.
79. Oblicz sumę wszystkich parzystych liczb trzycyfrowych podzielnych przez 3.
80. Wyprowadzić wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.
81. Udowodnić metodą indukcji., że dla $n\in N$ liczba $3^{2n+1}+40n-67$ jest podzielna przez 64.
82. Dla jakich n suma początkowych wyrazów ciągu liczb naturalnych 1,2,3,…n jest równa liczbie dwucyfrowej, której cyfry są równe?
83. Podać definicję granicy właściwej ciągu liczbowego i udowodnić na podstawie definicji, że $\lim_{n\to\infty}\frac{2n}{n+3}=2$.
84. Rozwiązać równanie $\lim_{n\to\infty}(ctgx+ctg^3x+...ctgx^{2n-1})=\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$.
85. Współczynniki a,b,c równania $ax^2+bx+c=0$ tworzą ciąg arytmetyczny. Suma tych współczynników jest równa 24. Jedno z rozwiązań równania jest równe -3. Znaleźć drugie rozwiązanie tego równania.
86. Z ciągu liczb naturalnych 1,2,3…n.. wybrano dziesięć kolejnych liczb takich, że po poprzedzielaniu każdej przez 3 uzyskujemy resztę 1. Znaleźć najmniejszą z nich, jeśli wiadomo, ę suma wszystkich jest równa 10.
87. Dany jest ciąg arytmetyczny o wyrazach $a_1=2, a_2=7, a_3=12...$ uzasadnij, że pewien wyraz tego ciągu jest równy 2007.
88. Dla jakich wartości parametru k granica ciągu $a_n=\frac{(k^2-k-1)n^2-5}{n^2+2n+2}$ jest liczbą nie większą niż pierwiastek równania:
$$x^2+2x-3+\frac{x^2+2x-3}{2}+\frac{x^2+2x-3}{4}+\frac{x^2+2x-3}{8}+...=3x^2-2$$
89. Dla jakiej liczby n suma n początkowych wyrazów w ciągu arytmetycznego ($a_n$) jest równa 260 jeżeli $a_1$=x $a_2=3x+y, a_4=5x-2y-1, a_6=17$
90. Wszystkie wyrazy ciągu arytmetycznego ($a_n$) są dodatnimi liczbami całkowitymi. Suma pierwszego i trzeciego wyrazu wynosi 4, a ich iloczyn jest równy 3. Znajdź

największą liczbę naturalną n, dla której spełniona jest nierówność $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n \leq 50$

91. Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego ($a_n$) jest równy 1, natomiast dla pewnej liczby naturalne n suma $s_n$ początkowych n wyrazów tego ciągu jest równa 0. Wyznacz wzór na sumę częściową $s_{2n}$ początkowych $2_n$ wyrazów ciągu ($a_n$)
92. Wykazać, że jeśli ciąg (a,b,c) jest jednocześnie ciągiem arytmetycznym i geometrycznym to a=b=c
93. Wykazać, jeśli n-ta suma częściowa ciągu ($a_n$) wyraża się wzorem $S_n = 3n^2+2n$ dla n=1,2,… to ciąg ($a_n$) jest ciągiem arytmetycznym
94. Wykazać ,że jeśli iloraz pewnego ciągu geometrycznego jest równy $1+\sqrt{2}$ to każdy jego wyraz o numerze większym od 1 jest dwa razy mniejszy od różnicy dwóch jego sąsiednich wyrazów
95. Udowodnić, że jeśli ciąg ($a_n$) jest ciągiem geometrycznym, to ciąg ($b_n$) określony dla n=1,2…. Wzorem $b_n = a^2{}_{n+1} + a_n{}^2$ jest również ciągiem geometrycznym
96. Dziedzina pewnej funkcji f jest równa przedziałom $\left(\frac{1}{2};1\right)$, natomiast jej wartości spełniają dla każdego $x \in \left(\frac{1}{2};1\right)$ następujące równanie: $1 + f(x) + f^2(x) + f^3(x) + ... = \frac{1}{x^3 + x}$ w którym lewa strona jest równa sumie wyrazów pewnego nieskończonego ciągu geometrycznego. Wyznaczyć zbiór wszystkich wartości funkcji f
97. Wyraz $a_1$ i iloraz q nieskończonego ciągu geometrycznego zbieżnego ($a_n$) n=1,2,… są różnymi pierwiastkami równania $2x^2 - 3x - 2 = 0$. Uzasadnić, że $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{100} \langle \frac{4}{3}$
98. Niech A będzie zbiorem wszystkich wyrazów ciągu arytmetycznego 17,21,25,29,…, zaś B zbiorem wszystkich wyrazów ciągu 16,21,26,… oraz $C = A \cap B$ Obliczyć $c_1 + c_2 + c_3 + ... + c_{20}$
99. Suma wszystkich wyrazów ciągu geometrycznego nieskończonego jest równa 2, zaś suma kwadratów wyrazów tego ciągu jest równa 1. Wyznaczyć ten ciąg
100. Niech $s_n(x) = (2x-5) + (2x-5)^2 + ... + (2x-5)^n \wedge x \in R \wedge n \in N$ wykazać, że : a)istnieje skończona granica $\lim_{n\to\infty} s_n(x)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in (2;3)$; b) $\lim_{n\to\infty} s_n(\sqrt{5})$ jest liczbą ujemną
101. Niech $p_n$ , gdzie $n \in N$ , oznacza pole powierzchni trójkąta o wierzchołkach $(0;0)$; $\left(\frac{1}{2^{n-1}};0\right)$; $\left(\frac{1}{2^n};3\right)$ Wykazać, że:

a) ciąg $\frac{p_{n+2}}{p_n}$ jest stały

b) $p_1 + p_2 + p_3 + ... + ... \geq 3$

102. Niech $f(x) = \frac{1}{2 + x^2} dla x \in R$ sprawdzić, czy:

a) $f(x) + f^2(x) + f^3(x) + ... = \frac{1}{1 + x^2}$ dla $x \in R$

b) $f(x) - f^2(x) + f^3(x) - f^4(x) + \ldots = \frac{1}{3+x^2}\ dla x \in R$

103. Niech $s_n(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x} + \ldots + \frac{\sin^n x}{\cos^{n=1} x}\ gdzie x \in \left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right) n = 1,2,\ldots$ Wykazać, że $\lim_{x\to 0} \frac{s_n(x)}{x} = 1$

# ODPOWIEDZI

1. $a_n=6n-2$
2. Ciąg malejący
3. $a_1=4$, $r=6$, $a_n=6n-2$
4. $\frac{37}{33}$
5. 2046
6. Nie ma rozwiązania
7. $a_4 = \frac{3-\sqrt{3}}{36}, a \ = \frac{\left(3-\sqrt{3}\right)^2}{216}, S = 3+\sqrt{3}$
8. -
9. $S_{18} = 945$
10. -
11. -
12. *x=2*
13. -
14. (6;12);(-6:12)
15. $a_3 = 0; a_6 = -1; a_9 = 0; a_{12} = 1$
16. *1005994*
17. $x = \log_2 5$
18. –
19. -
20. $6; S_n \neq 0$
21. b=-2 v b=4
22. a=32, b=16, c=8, d=4 v a=4, b=8, c=16, d=32
23. $5-2\sqrt{6}, 9\sqrt{3}-11\sqrt{2}$
24. –
25. -
26. 6 i 3
27. -
28. k=2
29. $x = \frac{3}{2}$
30. $q = \frac{1}{2} \vee q = -\frac{1}{2}$
31. -
32. $q \in \left( \frac{-1+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$
33. 6 i 8
34. $\frac{1}{2}\sqrt{2+2\sqrt{5}}; \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)$
35. $V_{20} = \frac{5}{2}\left[1-\left(\frac{3}{5}\right)^{20}\right] \times V$

36. $S_n = 3n^2 - 2n$

37. $\lim_{n\to\infty} a_n = 1; n \leq 100$

38. Ciąg malejący

39. S=981

40. $m \in \left(-\sqrt{5};-2\right) \cup (-2;-\sqrt{3}) \cup \left(\sqrt{3};\sqrt{5}\right), S = \dfrac{1}{(n+2)\left(5-m^2\right)}$

41. $a)\frac{1}{2}; b)\frac{1}{3}; c)4; d)\frac{1}{2}; e)\frac{3}{2}; f)\frac{-5}{2}; g)\frac{2}{3}; h)\frac{3}{4}; i)\frac{1}{2}; j)\frac{1}{2}; k)2; l)\frac{2}{3}; l)1;$
$m)0; n)0; o)1; p)1; r)\frac{2}{3}; s)\frac{1}{3}; t)1$

42. Dla $m \in R$ ciąg $(b_n)$ jest arytmetyczny dla m=-a ciąg ten jest geometryczny

43. Dla $k \in R$ ciąg $(b_n)$ jest arytmetyczny, dla k=0 jest geometryczny

44. $a_{12}=26$

45.-

46. –

47.-

48. $\frac{1}{4}$

49. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

50.n=200

51. -

52. (2;2;2) lub (8;-4;2)

53. k=4

54. k=-5

55. $a_5=-2$

56. $S_{20} = p\left(2^{19} - 1\right)$

57. a=1, b=4, c=16

58. a=13, b=9, c=5

59. $\frac{1}{4}$

60. $145152x^{12}$

61. n=7

62. $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}; \frac{3}{2}$

63. 5,9,13… lub 13,9,5…

64. 15, 20, 25

65. a) x=25
    b) x=1

66. -

67. $a_p = m + n - p$

68. -

69. $k = 6 \vee k = \frac{-6}{19}$

70. n=10

71. -

72. $\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}; \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$

73. $\left(\alpha = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee \alpha = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi\right) \wedge k \in C$

74. (3,15,75) lub (31,31,31)

75. $m = 3 \vee m = \frac{-39}{5}$

76.-

77. $x \in (0;1) \cup (2;3); x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{5}{2}$

78. $S_n = \frac{n(n+1)}{2} dla \quad a = 1; S_n = \frac{1-a^n}{(1-a)^2} - n \times \frac{a^n}{1-a} dla \quad a \neq 1$

79. $x \in (-\infty;0) \cup \left(2 - 2\sqrt{2}; 2 + \sqrt{2}\right)$

80. *82350*

81. –

82. –

83. n=10 lub n=11

84. -

85. Równanie jest sprzeczne

86. *x=-5*

87. 13

88. -

89. $k \in \left\langle \frac{1-\sqrt{13}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2} \right\rangle$

90. *n=13*

91. *n=9*

92. $r = \frac{-2}{n-1} \quad S_{2n} = \frac{-2n^2}{n-1}$

93. –

94. –

95. –

96. –

97. $f(x) \in \left(-1; \frac{3}{8}\right)$

98. -

99. 4220

100. $a_1 = \frac{4}{5}, q = \frac{3}{5}$

101. –

102. -

103. a) tak
 b) tak