

Agnieszka Kamińska
Dorota Ponczek

Plan wynikowy
MATeMATyka 3
Zakres podstawowy i rozszerzony



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.
Warszawa 2021

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

| Temat lekcji | Zakres treści | Osiągnięcia ucznia | Poziom wymagań | Liczba godzin |
|--|---|--|---|---------------|
| 1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE | | | | 32 |
| 1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta | <ul style="list-style-type: none"> - kąt w układzie współrzędnych - definicje funkcji trygonometrycznych kąta $\alpha \in (0^\circ; 360^\circ)$ - znaki wartości funkcji trygonometrycznych - wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie definicji | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - zaznacza kąt w układzie współrzędnych - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu - określa znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°, korzystając z definicji dowolnego kąta $\alpha \in (0^\circ; 360^\circ)$ - określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta - oblicza wartości, w których występują funkcje trygonometryczne kątów należących do przedziału $(0^\circ; 360^\circ)$ | K K-P K-P K-P K-R P-D | 2 |
| 2. Kąt obrotu | <ul style="list-style-type: none"> - dodatni i ujemny kierunek obrotu - wartości funkcji trygonometrycznych kąta $k \cdot 360^\circ + \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$, $\alpha \in (0^\circ; 360^\circ)$ | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - zaznacza w układzie współrzędnych położenie ramienia końcowego danego kąta α - zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$, $k \in \mathbf{Z}$ - wyznacza kąt, gdy dany jest punkt należący do jego końcowego ramienia - bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest jego miara stopniowa - wyznacza kąt w podanym przedziale, gdy dana jest wartość jednej jego funkcji trygonometrycznej - określa miarę kąta na podstawie informacji podanych w zadaniu | K K K-P P-R P-R P-R P-D | 2 |
| 3. Miara łukowa kąta | <ul style="list-style-type: none"> - miara łukowa kąta - radian jako jednostka miary łukowej | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie - zapisuje miarę łukową danego kąta w postaci $2k\pi + \alpha$, $k \in \mathbf{Z}$ | K K | 1 |

| | | | | |
|--|---|--|------------------------------|---|
| | <ul style="list-style-type: none"> - zamiana miary stopniowej kąta na miarę łukową i odwrotnie | <ul style="list-style-type: none"> - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów o danej mierze łukowej | P-R | |
| 4. Funkcje okresowe | <ul style="list-style-type: none"> - definicja funkcji okresowej - okres podstawowy funkcji | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu - szkicuje wykres funkcji okresowej - stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości | K P-R P-R | 1 |
| 5. Wykresy funkcji sinus i cosinus | <ul style="list-style-type: none"> - wykresy funkcji sinus i cosinus - własności funkcji sinus i cosinus - środki symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus - osie symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus - funkcje parzyste i funkcje nieparzyste | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale - określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale - odczytuje z wykresów funkcji sinus i cosinus argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość - korzystając z wykresów funkcji sinus i cosinus podaje liczbę rozwiązań równania $\sin x = m$, $\cos x = m$ w zależności od parametru m | K P P-R R | 2 |
| 6. Wykresy funkcji tangens i cotangens | <ul style="list-style-type: none"> - wykresy funkcji tangens i cotangens - własności funkcji tangens i cotangens - środki symetrii wykresów funkcji tangens i cotangens | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykresy funkcji tangens i cotangens w danym przedziale - określa własności funkcji tangens i cotangens w danym przedziale - odczytuje z wykresów funkcji tangens i cotangens rozwiązania równania $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$ w podanym przedziale | K P P-R | 2 |
| 7. Przesunięcie wykresu funkcji o wektor | <ul style="list-style-type: none"> - metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = f(x - p) + q$ | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi OX - szkicuje wykres funkcji będącej złożeniem przesunięcia i symetrii względem osi OX - podaje zbiory wartości funkcji, np. $f(x) = 2 \cos^2 x - 1$ | K-P K-P P-D R-D | 1 |
| 8. Przekształcenia wykresu funkcji (1) | <ul style="list-style-type: none"> - metoda szkicowania wykresu funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną - pojęcie amplitudy wykresu funkcji | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - podaje amplitudę wykresu funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną - szkicuje wykres funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykres funkcji $y = af(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności | P R-D R-D | 1 |

| | | | | |
|---|--|---|---|----------|
| 9. Przekształcenia wykresu funkcji (2) | <ul style="list-style-type: none"> - metoda szkicowania wykresu funkcji $y = f(ax)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykres funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykresy funkcji będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności | <p>R</p> <p>D</p> | <p>2</p> |
| 10. Przekształcenia wykresu funkcji (3) | <ul style="list-style-type: none"> - metoda szkicowania wykresów funkcji $y = f(x)$ oraz $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$ oraz $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności - szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności - stosuje wykresy funkcji w zadaniach różnych typów | <p>P-R</p> <p>P-D</p> <p>R-D</p> | <p>2</p> |
| 11. Tożsamości trygonometryczne | <ul style="list-style-type: none"> - podstawowe tożsamości trygonometryczne - metody dowodzenia tożsamości trygonometrycznych | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje podstawowe tożsamości trygonometryczne w prostych sytuacjach - dowodzi tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia - oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich | <p>K</p> <p>P-R</p> <p>P-R</p> | <p>2</p> |
| 12. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów | <ul style="list-style-type: none"> - funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów - funkcje trygonometryczne podwojonego kąta | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów - stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta - wykorzystuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta - stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych - wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów - wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego i funkcje trygonometryczne połowy kąta | <p>K-P</p> <p>P-D</p> <p>R</p> <p>R-D</p> <p>R-D</p> <p>W</p> | <p>2</p> |
| 13. Wzory redukcyjne | <ul style="list-style-type: none"> - wzory redukcyjne | <p>Uczeń:</p> | | <p>2</p> |

| | | | | |
|---|--|--|---------------|-----------|
| | | <ul style="list-style-type: none"> - zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$ - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych (także z wykorzystaniem tablic wartości trygonometrycznych lub kalkulatora) - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych | K P R-D | |
| 14. Równania trygonometryczne (1) | - metody rozwiązywania równań trygonometrycznych | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje proste równania trygonometryczne - rozwiązuje równania trygonometryczne, wyłączając wspólny czynnik poza nawias | K-P P-D | 1 |
| 15. Równania trygonometryczne (2) | <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązywanie równań trygonometrycznych metodą grupowania wyrazów, podstawiania i wykorzystywania wzorów na funkcje trygonometryczne sum i różnic kątów - wzory na sumę i różnicę sinusów oraz cosinusów | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje równania trygonometryczne, które można sprowadzić do równań wielomianowych - stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów | R-D W | 2 |
| 16. Nierówności trygonometryczne | - metody rozwiązywania nierówności trygonometrycznych | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych - rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia | K-D W | 2 |
| 17. Powtórzenie wiadomości 18. Praca klasowa i jej omówienie | | | | 5 |
| 2. GEOMETRIA ANALITYCZNA | | | | 24 |
| 1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych | - wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - oblicza odległości między punktami w układzie współrzędnych - stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych - wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej | K P-D D | 2 |

| | | | | |
|--|--|--|--|---|
| 2. Środek odcinka | <ul style="list-style-type: none"> - wzór na współrzędne środka odcinka | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców - wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca - stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych | K P P-D | 2 |
| 3. Odległość punktu od prostej | <ul style="list-style-type: none"> - wzór na odległość punktu od prostej | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza odległość punktu od prostej - oblicza odległość między prostymi równoległymi - stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów | K P P-D | 2 |
| 4. Okrąg w układzie współrzędnych | <ul style="list-style-type: none"> - równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych - równanie okręgu w postaci kanonicznej - równanie okręgu w postaci ogólnej | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu - sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu - wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt - wyznacza środek i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej - sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu - wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg - wyznacza równanie okręgu opisanego na trójkącie - stosuje w zadaniach równanie okręgu | K K K K-P P-R R-D R-D P-D | 2 |
| 5. Wzajemne położenie dwóch okręgów | <ul style="list-style-type: none"> - okręgi: styczne, przecinające się i rozłączne | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - określa wzajemne położenie dwóch okręgów - podaje liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów - wyznacza równanie okręgu o danym środku, znając jego położenie względem okręgu opisanego podanym równaniem - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgów, w tym zadania z parametrem | P-R R R R-D | 2 |
| 6. Wzajemne położenie okręgu i prostej | <ul style="list-style-type: none"> - styczna do okręgu - sieczna okręgu | <p>Uczeń:</p> | | 2 |

| | | | | |
|-----------------------------------|--|---|---|---|
| | | <ul style="list-style-type: none"> - podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu - wyznacza równanie stycznej do okręgu spełniającej podane warunki - określa liczbę punktów wspólnych okręgu i prostej w zależności od parametru - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej | <p>P</p> <p>R</p> <p>R-D</p> <p>P-D</p> | |
| 7. Układy równań drugiego stopnia | - sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest drugiego stopnia, w tym zadania z parametrem - stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów | <p>K-R</p> <p>P-D</p> | 2 |
| 8. Koło w układzie współrzędnych | - nierówność opisująca koło | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - sprawdza, czy dany punkt należy do danego koła - opisuje koło w układzie współrzędnych - podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia - opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny | <p>P</p> <p>P</p> <p>R-D</p> <p>R-D</p> | 1 |
| 9. Działania na wektorach | <ul style="list-style-type: none"> - dodawanie i odejmowanie wektorów - mnożenie wektora przez liczbę - interpretacja geometryczna działań na wektorach - długość wektora - pojęcia wektora zerowego i wektora jednostkowego - równoległość wektorów | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wykonuje działania na wektorach - sprawdza, czy wektory są równoległe - wyznacza wartości parametru tak, aby wektory spełniały podany warunek - stosuje w zadaniach działania na wektorach i ich interpretację geometryczną | <p>K-P</p> <p>P</p> <p>P-R</p> <p>P-D</p> | 1 |
| 10. Wektory – zastosowania | - zastosowanie działań na wektorach | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów - stosuje działania na wektorach do podziału odcinka | <p>P</p> <p>K-P</p> | 1 |

| | | | | |
|-----------------------------------|---|---|-----------------------------|-----------|
| | | <ul style="list-style-type: none"> - stosuje wektory w zadaniach z geometrii analitycznej - wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie | P-D D-W | |
| 11. Symetria osiowa | <ul style="list-style-type: none"> - definicja symetrii osiowej - figury osiowosymetryczne - symetria względem osi układu współrzędnych | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii - znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków - wyznacza równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych lub prostej o danym równaniu - stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach | K K K-P K-R P-D | 1 |
| 12. Symetria środkowa | <ul style="list-style-type: none"> - definicja symetrii środkowej - figury środkowosymetryczne - symetria względem początku układu współrzędnych | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje figury środkowosymetryczne - znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków - podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych - stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej | K K K-P K-P P-D | 1 |
| 13. Powtórzenie wiadomości | | | | 5 |
| 14. Praca klasowa i jej omówienie | | | | 5 |
| 3. CIĄGI | | | | 34 |
| 1. Pojęcie ciągu | <ul style="list-style-type: none"> - definicja ciągu - ciąg liczbowy - wykres ciągu - wyraz ciągu | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów - wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie - szkicuje wykres ciągu | K-P K-P K-P | 1 |
| 2. Sposoby określania ciągu | <ul style="list-style-type: none"> - sposoby określania ciągu - wzór ogólny ciągu | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów | P | 2 |

| | | | | |
|----------------------------------|--|--|--|---|
| | | <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym - wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek - wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki | K-P P-R R-D | |
| 3. Ciągi monotoniczne (1) | <ul style="list-style-type: none"> - definicje ciągów: rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki - uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, gdy dane są jego kolejne wyrazy albo wzór ogólny - wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym - bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji - wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym - dowodzi monotoniczności ciągów określonych za pomocą innych ciągów monotonicznych; podaje przykłady takich ciągów | K-P K-P K-P P-R P-D R-W | 2 |
| 4. Ciągi określone rekurencyjnie | <ul style="list-style-type: none"> - określenie rekurencyjne ciągu | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie - wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny ciągu - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu | K-P P-R R-D | 1 |
| 5. Ciągi monotoniczne (2) | <ul style="list-style-type: none"> - suma, różnica, iloczyn i iloraz ciągów | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów - bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu | K-R P-D R-W | 1 |
| 6. Ciąg arytmetyczny (1) | <ul style="list-style-type: none"> - definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy - wzór ogólny ciągu arytmetycznego - monotoniczność ciągu arytmetycznego - własności ciągu arytmetycznego | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - podaje przykłady ciągów arytmetycznych - wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica - określa monotoniczność ciągu arytmetycznego - wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy | K K-P K-P P | 2 |

| | | | | |
|---|---|--|---------------------------------|---|
| | | <ul style="list-style-type: none"> - stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu - wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego | P-R P-R P-D | |
| 7. Ciąg arytmetyczny (2) | <ul style="list-style-type: none"> - zastosowanie w zadaniach własności ciągu arytmetycznego | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym - udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego | P-R D P-D | 2 |
| 8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | <ul style="list-style-type: none"> - wzory na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - stosuje w zadaniach tekstowych wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego - uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | K-P P-R P-R R-D R-D | 2 |
| 9. Ciąg geometryczny (1) | <ul style="list-style-type: none"> - definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu - wzór ogólny ciągu geometrycznego - własności ciągu geometrycznego | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - podaje przykłady ciągów geometrycznych - wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz - wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy - wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny | K K-P P P-R | 1 |
| 10. Ciąg geometryczny (2) | <ul style="list-style-type: none"> - monotoniczność ciągu geometrycznego - pojęcie średniej geometrycznej | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - określa monotoniczność ciągu geometrycznego - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym - stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego oraz średnią geometryczną | P-R P-D P-R | 1 |

| | | | | |
|---|---|--|---------------------------------|---|
| | | <ul style="list-style-type: none"> - stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu | P-D | |
| 11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego | <ul style="list-style-type: none"> - wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego - stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu | K-P P-R | 2 |
| 12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania | <ul style="list-style-type: none"> - własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach różnego typu, w tym w zadaniach na dowodzenie | P-D | 2 |
| 13. Procent składany | <ul style="list-style-type: none"> - procent składany - kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji - stopy procentowe nominalna i efektywna | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji - oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania - oblicza oprocentowanie lokaty - ustala okres oszczędzania - rozwiązuje zadania związane z kredytami | K-P R-D P-R P-R R-D | 2 |
| 14. Granica ciągu | <ul style="list-style-type: none"> - definicja granicy ciągu - pojęcia: ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, prawie wszystkie wyrazy ciągu - twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ dla $q \in (-1; 1)$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$ dla $a > 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ dla $k > 0$ | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę - ustala, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość - uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy | K-P P-R P-D | 1 |
| 15. Ciągi rozbieżne | <ul style="list-style-type: none"> - definicja ciągu rozbieżnego do ∞ ($-\infty$) - pojęcie granicy niewłaściwej - twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$ dla $q > 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = \infty$ dla $k > 0$ | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy - bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby - udowadnia rozbieżność ciągu, korzystając z definicji | K-P P-R R-D | 1 |

| | | | | |
|---|--|---|---|-----------|
| 16. Obliczanie granic ciągów (1) | <ul style="list-style-type: none"> - twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych - twierdzenie o trzech ciągach - twierdzenie $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$ | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych - stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów - oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach | P-D P-D P-D | 2 |
| 17. Obliczanie granic ciągów (2) | <ul style="list-style-type: none"> - twierdzenie o własnościach granic ciągów rozbieżnych - symbole nieoznaczone | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych - wyznacza granice ciągu w zależności od wartości parametru - uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej | P-D D-W D-W | 2 |
| 18. Szereg geometryczny | <ul style="list-style-type: none"> - definicja szeregu geometrycznego - suma szeregu geometrycznego - pojęcia szeregu zbieżnego i szeregu rozbieżnego - wzór na sumę szeregu geometrycznego o pierwszym wyrazie a_1 i ilorazie $q \in (-1; 1)$: $S = \frac{a_1}{1-q}$ - warunek zbieżności i warunek rozbieżności szeregu geometrycznego | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny - oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego - rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły | K-P P-D P-D P-D R-D W P-R | 2 |
| 19. Powtórzenie wiadomości 20. Praca klasowa i jej omówienie | | | | 5 |
| 4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY | | | | 35 |
| 1. Granica funkcji w punkcie | <ul style="list-style-type: none"> - intuicyjne pojęcie granicy funkcji w punkcie - pojęcie sąsiedztwa punktu x_0 - definicja granicy funkcji w punkcie | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu - uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie, korzystając z definicji | K-R P-R | 1 |

| | | | | |
|--------------------------------------|---|--|----------------------|---|
| 2. Obliczanie granic funkcji | <ul style="list-style-type: none"> - twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji w punkcie - twierdzenie o granicy wielomianu i granicy funkcji wymiernej w punkcie - twierdzenie o granicy funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - twierdzenie o granicach funkcji sinus i cosinus w punkcie | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie - oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie | K-R R-D D | 2 |
| 3. Granice jednostronne | <ul style="list-style-type: none"> - definicja granicy prawostronnej i lewostronnej funkcji w punkcie - twierdzenie o związku między granicami jednostronnymi w punkcie a granicą funkcji w punkcie | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie - stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie | K-D P-D | 1 |
| 4. Granice niewłaściwe | <ul style="list-style-type: none"> - definicja granicy niewłaściwej funkcji w punkcie - definicja granicy niewłaściwej jednostronnej funkcji w punkcie - twierdzenia dotyczące granic niewłaściwych funkcji w punkcie - asymptota pionowa wykresu funkcji | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie - wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie - wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji | P-D P-D P-D | 1 |
| 5. Granica funkcji w nieskończoności | <ul style="list-style-type: none"> - definicja granicy funkcji w nieskończoności - twierdzenie dotyczące granicy niektórych funkcji w nieskończoności - asymptota pozioma wykresu funkcji | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza granice funkcji w nieskończoności - stosuje różne metody wyznaczania granicy odpowiednio w ∞ i w $-\infty$ - wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji - udowadnia, że funkcja nie ma granicy w nieskończoności | K-D D K-D D | 2 |
| 6. Ciągłość funkcji | <ul style="list-style-type: none"> - definicja ciągłości funkcji w punkcie | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie - bada ciągłość funkcji | P-R P-D | 2 |

| | | | | |
|-------------------------------|---|--|--------------------------|---|
| | <ul style="list-style-type: none"> - twierdzenie o ciągłości: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych w punkcie - definicja funkcji ciągłej w przedziale $(a; b)$ i w przedziale $\langle a; b \rangle$ | <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale | R-D | |
| 7. Własności funkcji ciągłych | <ul style="list-style-type: none"> - własność Darboux - twierdzenie Weierstrassa | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich (własność Darboux) do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości - stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji w danym przedziale domkniętym | P-D P-D | 1 |
| 8. Pochodna funkcji w punkcie | <ul style="list-style-type: none"> - iloraz różnicowy funkcji - współczynnik kierunkowy prostej jako tangens kąta nachylenia prostej do osi OX - styczna i sieczna wykresu funkcji - definicja pochodnej funkcji w punkcie - interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji pochodnej - stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie - oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią OX - uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie | P-R P-D P-D R-D | 2 |
| 9. Funkcja pochodna | <ul style="list-style-type: none"> - określenie funkcji pochodnej danej funkcji - funkcja różniczkowalna - wzory na pochodne funkcji potęgowej - równanie stycznej | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - korzysta ze wzorów do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie - wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie - wyznacza współrzędne punktu wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki - na podstawie definicji pochodnej wyprowadza wzory na pochodne funkcji | K-R K-P R-D R-W | 2 |
| 10. Działania na pochodnych | <ul style="list-style-type: none"> - twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji - pochodne funkcji trygonometrycznych | <p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie | K-D | 2 |

| | | | | |
|--|---|---|--------------------------|---|
| | | <ul style="list-style-type: none"> - stosuje pochodne w zadaniach dotyczących stycznej do wykresu funkcji - wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych - wyprowadza wzory na pochodną: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji | P-D D D-W | |
| 11. Pochodna funkcji złożonej | <ul style="list-style-type: none"> - funkcja złożona, funkcja wewnętrzna, funkcja zewnętrzna - twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór funkcji złożonej oraz jej dziedzinę - wyznacza pochodną funkcji złożonej - stosuje pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących stycznej - wyznacza pochodną funkcji będącej złożeniem funkcji trygonometrycznych i wielomianów | P-D P-D P-D D-W | 2 |
| 12. Interpretacja fizyczna pochodnej | <ul style="list-style-type: none"> - interpretacja fizyczna pochodnej | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - stosuje pochodną do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał | P-R | 1 |
| 13. Monotoniczność funkcji | <ul style="list-style-type: none"> - twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji - uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze - wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna, stosując twierdzenie o znaku pochodnej - wykorzystuje znak pochodnej do uzasadniania nierówności trygonometrycznych | K-R P-R P-D W | 1 |
| 14. Ekstrema funkcji | <ul style="list-style-type: none"> - definicje minimum lokalnego i maksimum lokalnego - warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu - wyznacza ekstremum funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający jego istnienia - wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie - uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum | K-P K-R P-R P-D | 2 |
| 15. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji | <ul style="list-style-type: none"> - wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym | P-R | 2 |

| | | | | |
|---|--|---|------------------------|----------|
| | | <ul style="list-style-type: none"> wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując twierdzenie o przyjmowaniu wartości największej i najmniejszej wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w zadaniach z parametrem | P-D D-W | |
| 16. Zagadnienia optymalizacyjne | - zagadnienia optymalizacyjne | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji w zadaniach optymalizacyjnych | P-D | 3 |
| 17. Szkicowanie wykresu funkcji | - schemat badania własności funkcji | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> podaje schemat badania własności funkcji bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności | K P-D R-D | 2 |
| 18. Powtórzenie wiadomości 19. Praca klasowa i jej omówienie | | | | 6 |
| 5. STATYSTYKA | | | | 9 |
| 1. Średnia arytmetyczna | - pojęcie średniej arytmetycznej | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną | K K-R P-D | 2 |
| 2. Mediana, skala centylowa i dominanta | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie mediany pojęcie skali centylowej pojęcie dominanty | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> wyznacza medianę i dominantę zestawu danych odczytuje informacje ze skali centylowej wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę | K P-R K-R P-D | 1 |
| 3. Odchylenie standardowe | <ul style="list-style-type: none"> pojęcie wariancji pojęcie odchylenia standardowego | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami | K-P P-D | 2 |
| 4. Średnia ważona | - pojęcie średniej ważonej | Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami stosuje w zadaniach średnią ważoną | K-P P-D | 1 |

| | | | | |
|--|--|--|--|------------------|
| 5. Powtórzenie wiadomości | | | | 3 |
| 6. Praca klasowa i jej omówienie | | | | |
| Godziny do dyspozycji nauczyciela | | | | 16 |
| | | | | Razem 150 |