

Liceum i technikum

Poniżej zamieszczamy treści nauczania matematyki w kształceniu ogólnym dla liceum ogólnokształcącego i technikum oraz wybrane fragmenty warunków realizacji tych treści ujęte w podstawie programowej dla liceum ogólnokształcącego i technikum zawartej w rozporządzeniu MEN obowiązującym od 1 września 2024 roku. Kolorem czerwonym zaznaczono treści usunięte, a kolorem zielonym – treści dodane do danego zakresu. Przy wybranych treściach umieszczono komentarze, symbol * oznacza treści ujęte w zakresie rozszerzonym.

Treści nauczania według podstawy programowej – Liceum Ogólnokształcące i Technikum	Komentarze
I. Liczby rzeczywiste.	
Zakres podstawowy. Uczeń:	
1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;	
2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż, np.: a) dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych, b) dowód własności: jeśli liczba przy dzieleniu przez 4 5 daje resztę 3, to nie jest kwadratem liczby całkowitej jej trzecia potęga przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2;	Zmiana treści przykładu b) na taki, który zamiast wzoru skróconego mnożenia $(a \mp b)^3$ wykorzystuje wzór $(a \mp b)^2$.
3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;	
4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;	
5) stosuje własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: jeśli $x < y$ oraz $a > 1$, to $a^x < a^y$, zaś gdy $x < y$ i $0 < a < 1$, to $a^x > a^y$;	
6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;	
7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu: $ x + 4 = 5$, $x - 2 < 3$, $x + 3 \geq 4$;	Część treści z tego punktu usunięto - pozostawiono je w zakresie rozszerzonym, punkt *III.4.
8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów;	
9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.	
Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:	
stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu.	
II. Wyrażenia algebraiczne.	
Zakres podstawowy. Uczeń:	

1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$ $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $a^3 - b^3$, $a^n - b^n$;	Wzory $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $a^3 - b^3$, $a^n - b^n$ przeniesiono do zakresu rozszerzonego, punkt *II.5.
2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;	
3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;	
4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu $W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}$;	Treści z tego punktu przeniesiono do zakresu rozszerzonego, punkt *II.2.
5) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;	Treści z tego punktu usunięto - pozostawiono je w zakresie rozszerzonym, punkt *II.3.
6) dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x - a$;	Treści z tego punktu przeniesiono do zakresu rozszerzonego, punkt *II.1.
4) 7) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne.	
8) dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, np.: w przypadkach nie trudniejszych niż: $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x'} \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}$	Treści z tego punktu przeniesiono do zakresu rozszerzonego, punkt *II.6.
Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:	
1) dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x - a$;	Treść tego punktu przeniesiono z zakresu podstawowego, punkt II.6.
2) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów;	Treść tego punktu przeniesiono z zakresu podstawowego, punkt II.4.
3) 1) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych;	Część treści z tego punktu usunięto.
4) 2) stosuje podstawowe własności trójkąta Pascala oraz następujące własności współczynnika dwumianowego (symbolu Newtona): $\binom{n}{0} = 1$, $\binom{n}{1} = n$, $\binom{n}{n-1} = n$, $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$, $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$;	
5) 3) korzysta ze wzorów na: $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$, $a^n - b^n$; $(a + b)^n$ i $(a - b)^n$;	Część treści tego punktu przeniesiono z zakresu podstawowego, punkt II.1.
6) dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, np.: $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x'} \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}$.	Treść tego punktu przeniesiono z zakresu podstawowego, punkt II.8.
III. Równania i nierówności.	
Zakres podstawowy. Uczeń:	
1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny, w tym np. przekształca równoważnie równanie $\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}$;	Dopisano przykład.

2) interpretuje równania i nierówności liniowe sprzeczne oraz tożsamościowe;	
3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;	
4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;	
5) rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe;	Treści z tego punktu przeniesiono do zakresu rozszerzonego, punkt *III.6.
5) 6) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania.	Część treści z tego punktu przeniesiono do zakresu rozszerzonego, punkt *III.1.
7) rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej.	Treści z tego punktu przeniesiono do zakresu rozszerzonego, punkt *III.7.
Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:	
1) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ oraz nierówności wielomianowe typu: $W(x) > 0$, $W(x) \geq 0$, $W(x) < 0$, $W(x) \leq 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;	Część treści tego punktu przeniesiono z zakresu podstawowego, punkt III.6.
2) rozwiązuje równania i nierówności wymierne, które dadzą się sprowadzić do równania lub nierówności liniowej lub kwadratowej nie trudniejsze niż $\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$;	Usunięto przykład oraz doprecyzowano typ równania i nierówności.
3) stosuje wzory Viète'a dla równań kwadratowych;	
4) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną; o stopniu trudności nie większym niż: $2 x+3 +3 x-1 =13$, $x+2 +2 x-3 <11$;	Usunięto przykład.
5) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności: wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają określone znaki, bądź należą do określonego przedziału, żadaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów;	Doprecyzowano ten punkt.
6) rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe;	Treść tego punktu przeniesiono z zakresu podstawowego, punkt III.5.
7) rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej.	Treść tego punktu przeniesiono z zakresu podstawowego, punkt III.7.
IV. Układy równań.	
Zakres podstawowy. Uczeń:	
1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;	
2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.	

<p>3) rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe, a drugie kwadratowe, postaci $\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases}$ lub $\begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + f \end{cases}$</p>	<p>Treść tego punktu ujęto w zakresie rozszerzonym, punkt *IV.</p>
<p>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p>	
<p>rozwiązuje układy równań kwadratowych postaci liniowych i kwadratowych z dwiema niewiadomymi, które można sprowadzić do równania kwadratowego lub liniowego, a które nie są trudniejsze niż $\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}$</p>	<p>Zmiana sformułowania.</p>
<p>V. Funkcje.</p>	
<p>Zakres podstawowy. Uczeń:</p>	
<p>1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);</p>	
<p>2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;</p>	
<p>3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;</p>	
<p>4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;</p>	
<p>5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</p>	
<p>6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;</p>	
<p>7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;</p>	
<p>8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);</p>	
<p>9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</p>	
<p>10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</p>	
<p>11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;</p>	
<p>12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;</p>	<p>Część treści z tego punktu przeniesiono do zakresu rozszerzonego, punkt *V.1.</p>
<p>13) posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;</p>	
<p>14) posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.</p>	

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:	
1) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ rysuje wykresy funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ $y = f(x)$;	Część treści usunięto oraz część treści z tego punktu przeniesiono z zakresu podstawowego, punkt V.12.
2) posługuje się złożeniami funkcji;	
3) dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ jest monotoniczna w przedziale $(-\infty, -2)$.	
VI. Ciągi.	
Zakres podstawowy. Uczeń:	
1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;	
2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie; jak w przykładach: a) $\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 0,001 \\ a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2} a_n (1 - a_n) \end{array} \right\}$, b) $\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 1 \\ a_2 = 1 \\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \end{array} \right\}$;	Usunięto przykłady.
3) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący czy malejący;	
4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;	
5) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;	
6) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;	
7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.	
Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:	
1) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\sqrt[n]{a}$ oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach;	
2) rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę.	
VII. Trygonometria.	
Zakres podstawowy. Uczeń:	
1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;	
2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;	Treści te ujęto w sposobach realizacji.
3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;	Treści te ujęto w sposobach realizacji.
2) 4) korzysta z wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$;	

<p>3) 5) stosuje twierdzenie a sinusów i cosinusów oraz wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$.</p>	<p>Część treści z tego punktu (twierdzenie sinusów) przeniesiono do zakresu rozszerzonego, punkt *VII.7.</p>
<p>4) 6) oblicza kąty trójkąta prostokątnego i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty prostokątne, w tym z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych).</p>	<p>Doprecyzowano ten punkt w zakresie podstawowym. W niezmienionej formie treści z tego punktu przeniesiono do zakresu rozszerzonego, punkt *VII.8.</p>
<p>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p>	
<p>1) stosuje miarę łukową, zamienia stopnie na radiany miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;</p>	
<p>2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens;</p>	
<p>3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;</p>	
<p>4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;</p>	
<p>5) korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych;</p>	
<p>6) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne; o stopniu trudności nie większym niż w przykładach: $4 \cos 2x \cos 5x - 2 \cos 7x + 1$, $2 \sin^2 x \leq 1$.</p>	<p>Część treści z tego punktu usunięto.</p>
<p>7) stosuje twierdzenie sinusów;</p>	<p>Treść tego punktu przeniesiono z zakresu podstawowego, punkt VII.5.</p>
<p>8) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).</p>	<p>Treść tego punktu przeniesiono z zakresu podstawowego, punkt VII.6.</p>
<p>VIII. Planimetria.</p>	
<p>Zakres podstawowy. Uczeń:</p>	
<p>1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;</p>	
<p>2) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;</p>	
<p>3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;</p>	
<p>4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezach;</p>	
<p>5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;</p>	
<p>6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu;</p>	

7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą;	Część treści z tego punktu (twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa) przeniesiono do zakresu rozszerzonego, punkt *VIII.2. Część treści (twierdzenie o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą) usunięto z obu zakresów. Twierdzenie o dwusiecznej pozostało w wykazie twierdzeń i dowodów dla zakresu podstawowego.
8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;	
9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;	
10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;	
11) 12) przeprowadza dowody geometryczne;	Zmieniono kolejność punktów 11 i 12.
12) 11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.	Zmieniono kolejność punktów 11 i 12.
Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:	
1) stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;	
2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa.	Treść tego punktu przeniesiono z zakresu podstawowego, punkt *VIII.7.
IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.	
Zakres podstawowy. Uczeń:	
1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;	
2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich, jak np. przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);	Część treści z tego punktu przeniesiono do zakresu rozszerzonego, punkt *IX.4.
3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;	
4) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$;	
5) oblicza odległość punktu od prostej;	Treści z tego punktu usunięto z zakresu podstawowego.

<p>6) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;</p>	<p>Część treści z tego punktu (wyznaczanie punktów wspólnych prostej i okręgu) przeniesiono do zakresu rozszerzonego, punkt *IX.1. Wyznaczanie punktów wspólnych prostej i paraboli usunięto z obu zakresów.</p>
<p>5) 7) wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).</p>	
<p>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p>	
<p>1) stosuje równanie okręgu w postaci ogólnej;</p>	<p>Treści z tego punktu usunięto.</p>
<p>1) 2) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;</p>	<p>Treść tego punktu przeniesiono z zakresu podstawowego, punkt IX.6.</p>
<p>2) znajduje punkty wspólne dwóch okręgów;</p>	
<p>3) zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość, dodaje wektory i mnoży wektor przez liczbę, oba te działania wykonuje zarówno analitycznie, jak i geometrycznie;</p>	
<p>4) wyznacza równanie prostej prostopadłej do zadanej prostej i prostej stycznej do danego okręgu.</p>	<p>Treść tego punktu przeniesiono z zakresu podstawowego, punkt IX.2.</p>
<p>X. Stereometria.</p>	
<p>Zakres podstawowy. Uczeń:</p>	
<p>1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;</p>	
<p>2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;</p>	
<p>3) rozpoznaje w graniastopupach i ostrostupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;</p>	
<p>4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;</p>	
<p>5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;</p>	<p>Treść tego punktu usunięto z obu zakresów.</p>
<p>5) 6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastopupów, ostrostupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;</p>	<p>Zmiana sformułowania.</p>
<p>6) 7) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.</p>	
<p>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p>	
<p>1) zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych;</p>	

2) wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii.	
XI. Kombinatoryka.	
Zakres podstawowy. Uczeń:	
1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;	
2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w sytuacjach nie trudniejszych niż, np.: a) obliczenie, ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2, b) obliczenie, ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1.	Zmiana sformułowania.
Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:	
1) oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów;	Zmiana sformułowania.
2) stosuje współczynnik dwumianowy (symbol Newtona) i jego własności przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych.	
XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.	
Zakres podstawowy. Uczeń:	
1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym;	
2) stosuje skalę centylową;	Treść tego punktu usunięto z obu zakresów.
2) 3) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę.	
4) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych;	Treść tego punktu usunięto z obu zakresów.
5) oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach.	Treść tego punktu usunięto z obu zakresów.
Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:	
1) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe i stosuje wzór Bayesa, stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym;	
2) stosuje schemat Bernoulliego.	
XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.	
Zakres podstawowy. Uczeń:	
rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.	
Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:	
1) oblicza granice funkcji (w tym jednostronne);	

2) stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i znajdowania przybliżonej wartości miejsca zerowego;	Część treści z tego punktu usunięto.
3) stosuje definicję pochodnej funkcji, podaje interpretację geometryczną i fizyczną pochodnej;	
4) oblicza pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym oraz oblicza pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu i funkcji złożonej;	
5) stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji;	
6) rozwiązuje zadania optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej.	

Warunki i sposoby realizacji

W warunkach i sposobie realizacji dopisano punkt dotyczący funkcji trygonometrycznych oraz zmieniono listę twierdzeń i dowodów które powinni poznać uczniowie.

Oto brzmienie punktu dotyczącego funkcji trygonometrycznych oraz lista twierdzeń:

11. Funkcje trygonometryczne.

Funkcje trygonometryczne, oprócz szerokich zastosowań w fizyce, służą do opisu związków miarowych w figurach płaskich oraz bryłach (np. twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów). W wielu sytuacjach dla danego argumentu nie są potrzebne dokładne wartości tych funkcji, tylko ich przybliżenia. Uczniowie powinni umieć korzystać z tablic matematycznych jak i kalkulatora w dwóch celach: wyznaczania przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta oraz określenia kąta, dla którego funkcja trygonometryczna osiąga określoną wartość.

Twierdzenia, dowody – zakres podstawowy

1. Istnienie nieskończenie wielu liczb pierwszych.
2. Niewymierność liczb: $\sqrt{2}$, $\log_2 5$ itp.
3. Wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego.
4. Podstawowe własności potęg (o wykładnikach całkowitych i wymiernych) i logarytmów.

~~5. Twierdzenie o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ wraz ze wzorami rekurencyjnymi na współczynniki ilorazu i resztę (algorytm Hornera) – dowód można przeprowadzić w szczególnym przypadku, np. dla wielomianu czwartego stopnia.~~

(przeniesiono do poziomu rozszerzonego)

~~5. 6.~~ Wzory na n -ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego.

~~6. 7.~~ Twierdzenie o kątach w okręgu:

- 1) kąt wpisany jest połową kąta środkowego opartego na tym samym łuku;
- 2) jeżeli dwa kąty są wpisane w ten sam okrąg, to są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są oparte na równych łukach.

7. 8. Twierdzenie o odcinkach w trójkącie prostokątnym. Jeśli odcinek CD jest wysokością trójkąta prostokątnego ABC o kącie prostym ACB , to $2|AD| \cdot |BD| = |CD|^2$,
 $|AC|^2 = |AB| \cdot |AD|$ oraz $|BC|^2 = |AB| \cdot |BD|$.

8. 9. Twierdzenie o dwusiecznej. Jeśli prosta CD jest dwusieczną kąta ACB w trójkącie ABC i punkt D leży na boku AB , to $\frac{|AD|}{|BD|} = \frac{|AC|}{|BC|}$.

9. 10. Wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$

11. Twierdzenie sinusów.
(przeniesiono do poziomu rozszerzonego)

10. 12. Twierdzenie cosinusów i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.

Twierdzenia, dowody – zakres rozszerzony

1. Dowód kombinatoryczny tożsamości: jeśli $0 < k < n$, to $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$.

2. Wzór dwumianowy Newtona. Wzory skróconego mnożenia na $a^n \pm b^n$ (przy odpowiednich założeniach o n) oraz jako wniosek: dla liczb całkowitych a i b , $(a-b)|(a^n - b^n)$.

3. Twierdzenie o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ wraz ze wzorami rekurencyjnymi na współczynniki ilorazu i resztę (algorytm Hornera) – dowód można przeprowadzić w szczególnym przypadku, np. dla wielomianu czwartego stopnia.
(przeniesione z poziomu podstawowego)

4. 3. Wzory Viète'a.

5. 4. Wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów.

6. Twierdzenie sinusów.
(przeniesione z poziomu podstawowego)

7. 5. Twierdzenia o istnieniu niektórych punktów szczególnych trójkąta:

a) symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie i (jako wniosek) proste zawierające wysokości trójkąta przecinają się w jednym punkcie,

b) środkowe trójkąta przecinają się w jednym punkcie.

8. 6. Twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg. Czworokąt wypukły $ABCD$ można wpisać w okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy $|\angle BAD| + |\angle BCD| = |\angle ABC| + |\angle ADC| = 180^\circ$.

9. 7. Twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu. W czworokąt wypukły można wpisać okrąg wtedy i tylko wtedy, gdy $|AB| + |CD| = |AD| + |BC|$.

10. 8. Twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny. Dane są proste k , l i m leżące na jednej płaszczyźnie. Jeśli proste k i l mają dokładnie jeden punkt wspólny i prosta n jest do nich prostopadła, to prosta n jest także prostopadła do prostej m .

11. 9. Twierdzenie o trzech prostopadłych. Prosta k przecina płaszczyznę P i nie jest do niej prostopadła. Prosta l jest rzutem prostokątnym prostej k na płaszczyznę P . Prosta m leży na płaszczyźnie P . Wówczas proste k i m są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy proste l i m są prostopadłe.