

# Prosta na płaszczyźnie

*Równania prostej  
na płaszczyźnie.*

autor : Bartosz Kiera

# Równania ogólne i kierunkowe prostej.

## ■ I. Równanie ogólne.

$$Ax + By + C = 0$$

## ■ II. Równanie kierunkowe.

$$By = -Ax - C$$

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} \quad B \neq 0$$

$$y = ax + b$$



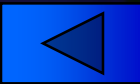
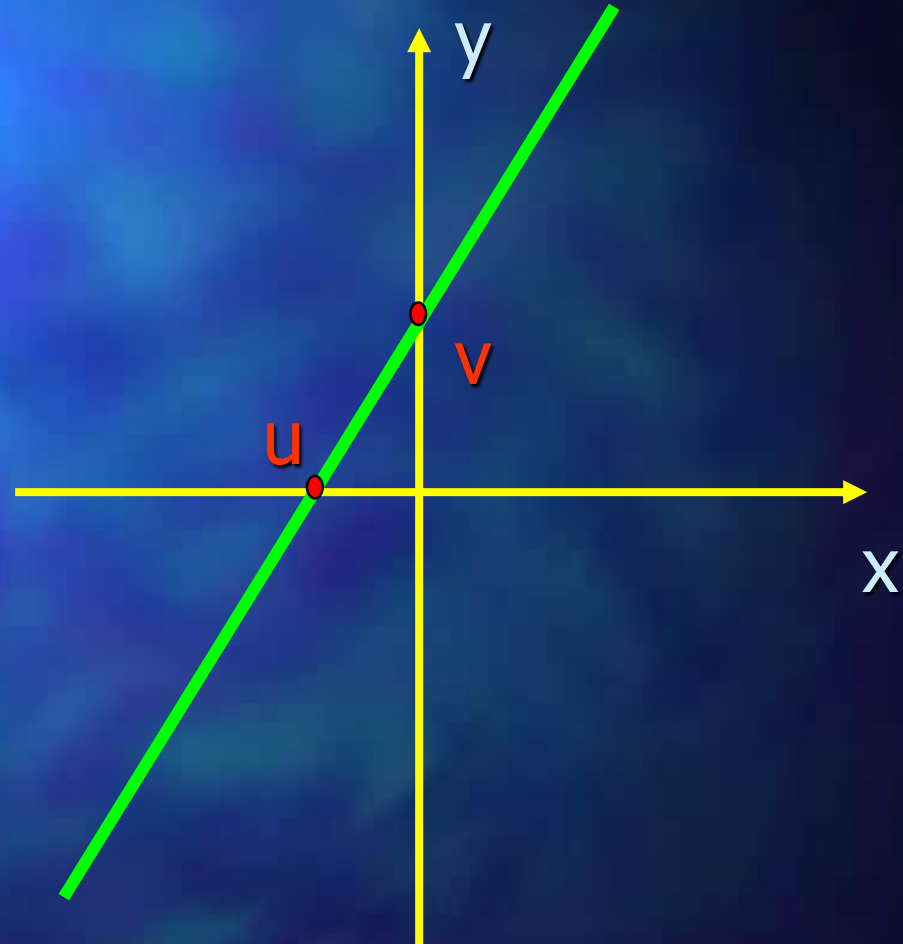
# Postać odcinkowa prostej.

■  $Ax + By = -C \quad C \neq 0$

$$\frac{Ax}{-C} + \frac{By}{-C} = 1$$

$$\frac{x}{\frac{-C}{A}} + \frac{y}{\frac{-C}{B}} = 1$$

$$\frac{x}{u} + \frac{y}{v} = 1$$



# ZADANIA

Narysuj prostą, przedstaw w pozostałych postaciach.

$$y=2x+4 ; 2x-4y-6=0 ; 3x+4y-5=0 ;$$

$$y=0,3x+1,3 ;$$

$$x + \frac{y}{-2} = 1 ; \frac{x}{2} + \frac{y}{-1} = 1 ;$$

Dyżurny ztrze tablicę.

Nie ma?

Gospodarz! Do tablicy...



# Równanie prostej przez punkt i 2 punkty.

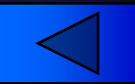
I. Niech dany będą punkt  $A(x_1; y_1)$ , współczynnik kierunkowy  $a$  i prosta  $y=ax+b$ .

Punkt A należy do prostej, więc spełnia jej równanie :  $y_1=ax_1+b \Rightarrow b=y_1-ax_1$  .

Podstawiając otrzymamy:  $y=ax+(y_1-ax_1)$   
 $y=ax+y_1-ax_1$   
 $y-y_1=a(x-x_1)$  .

## Przykład.

Wyznacz równanie prostej o  $a=3$ ,  
przechodzącej przez punkt  $P(2;-1)$ .



II. Niech dane będą punkty  $A(x_1; y_1)$  i  $B(x_2; y_2)$ .

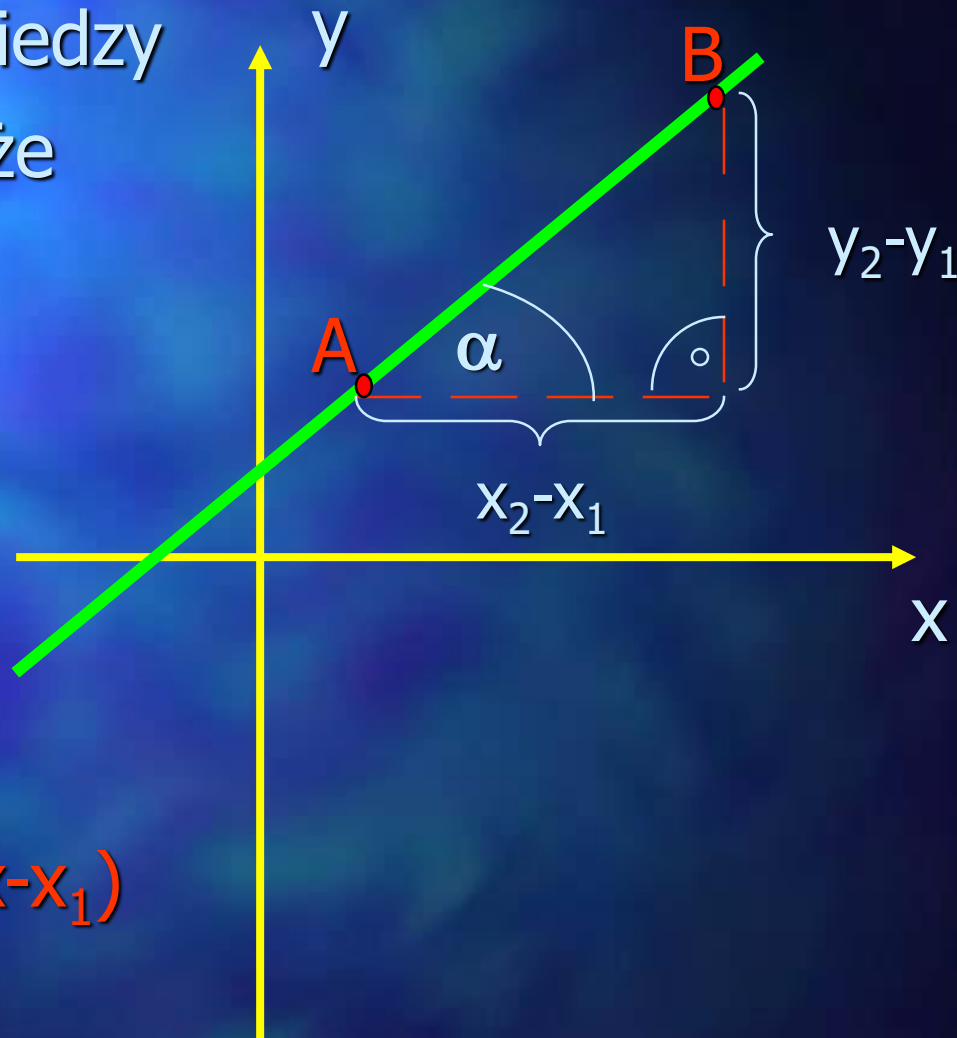
Korzystając ze zdobytej wiedzy z łatwością zauważymy, że

$$a = \operatorname{tg} \alpha = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$

Pamiętamy, że  
 $y - y_1 = a(x - x_1)$

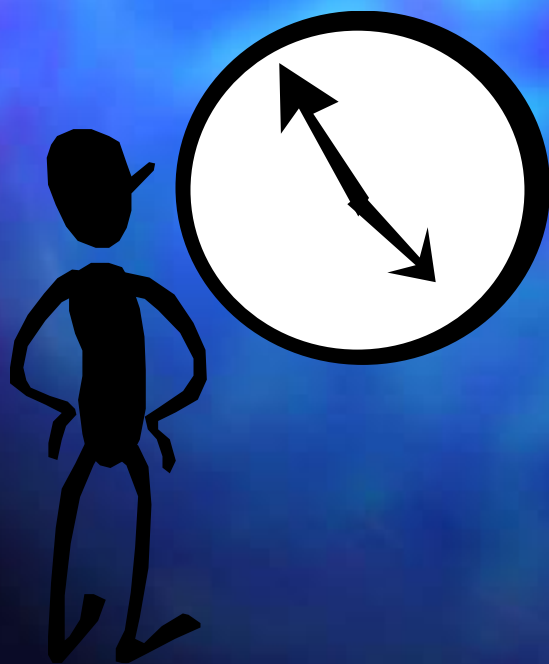
Podstawiając otrzymamy:

$$y - y_1 = ((y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)) * (x - x_1)$$



## Przykład.

Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkty:  $A(2;-1)$ ,  $B(3;2)$ .



Przerwa!

Dyżurny otworzy okno.



# Odległość punktu od prostej.

Wyznaczyć odległość punkty P(1;-1) od prostej

$$k=3x-4y+8=0$$

Kolejne kroki postępowania:

1. Wyznaczyć prostą prostopadłą do k, przechodzącą przez punkt P.
2. Wyznaczyć punkt przecięcia prostych Q.
3. Obliczyć odległość PQ.

Przypominam  $PQ = \sqrt{(x_q - x_p)^2 + (y_q - y_p)^2}$



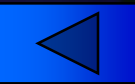


Po prostych obliczeniach szukana odległość  
wynosi  $d=3$ .



W praktyce wygodniej jednak jest  
skorzystać z gotowego wzoru (nieprawdaż?).

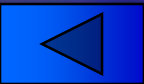
$$d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$



# Prosta na płaszczyźnie

*ZADANIA.*

autor : Bartosz Kiera



**1. Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkt  $P(3;-2)$  oraz:**

**a) nachylonej do osi  $OX$ ,  $\alpha = 120^\circ$**

**b) równoległej do osi  $OX$**

**c) równoległej do prostej  $x+2y-4=0$**

**d) prostopadłej do prostej  $-x+3y=0$**

---

**2. Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkt  $A(1;3)$  i tworzącej z prostą  $2x-y=0$**

**kąt  $45^\circ$ .**



### ***3. Znaleźć odległość między prostymi:***

$$3x - 2y + 6 = 0$$

$$3x - 2y - 2 = 0$$

### ***4. \*Dane są proste, których punkty przecięcia***

$$x + y - 3 = 0$$

$$x - y - 3 = 0$$

$$3x - y - 1 = 0$$

***wyznaczają trójkąt ABC.***

***Wyznacz:***

- a) współrzędne wierzchołków;    b) obwód;***  
***c) wysokości, środkowe, symetralne***  
***(i ich równania);***

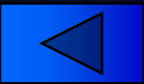
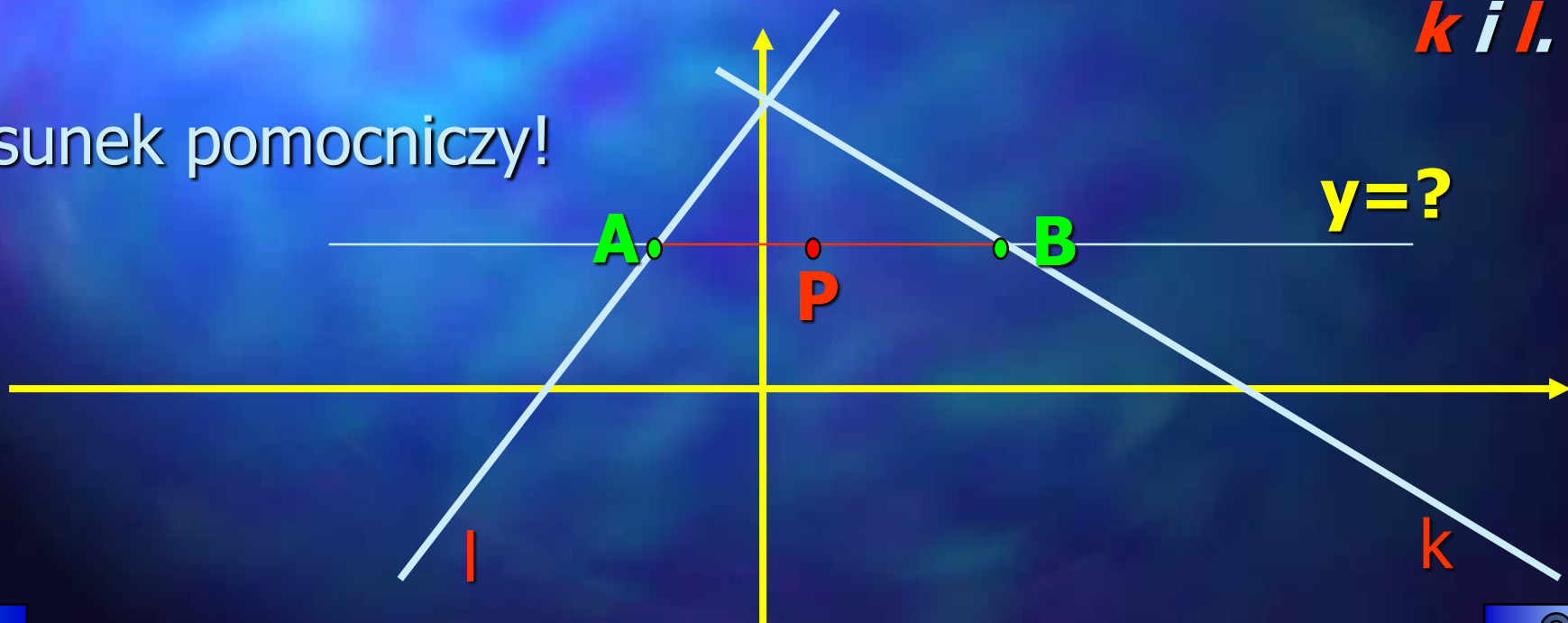
***c.d.n.!!!***



d) pole trójkąta; e) promień okręgu wpisanego;

5.\* Dane są proste  $k: x+y-5=0$  i  $l: 3x-y+5=0$  oraz punkt  $P(1;2)$ . Znaleźć równanie prostej, do której należy punkt  $P$  będący środkiem odcinka tej prostej zawartego między prostymi  $k$  i  $l$ .

Rysunek pomocniczy!



**6. \*Punkt  $P(-2;-3)$  jest wierzchołkiem rombu, którego jeden z boków jest zawarty w prostej  $x-2y-4=0$ . Punkt  $M(1;1)$  jest środkiem symetrii rombu. Wyznacz pozostałe wierzchołki.**

**Mniej zabawy!!**



Autoro prawa muzyczna  
mamie ta, Bartosz Kieraj, i kolegom!

**TERAZ MOŻNA BEZPIECZNIE  
WYŁĄCZYĆ KOMPUTER.**