Temat: **Funkcja wykładnicza**

DEFINICJA :

Funkcję $f(x) = a^x$, gdzie $a \in R_+ \setminus \{1\}$ nazywamy funkcją wykładniczą. Dziedziną funkcji wykładniczej jest zbiór R.

I. $a \in (1, +\infty)$

np.:

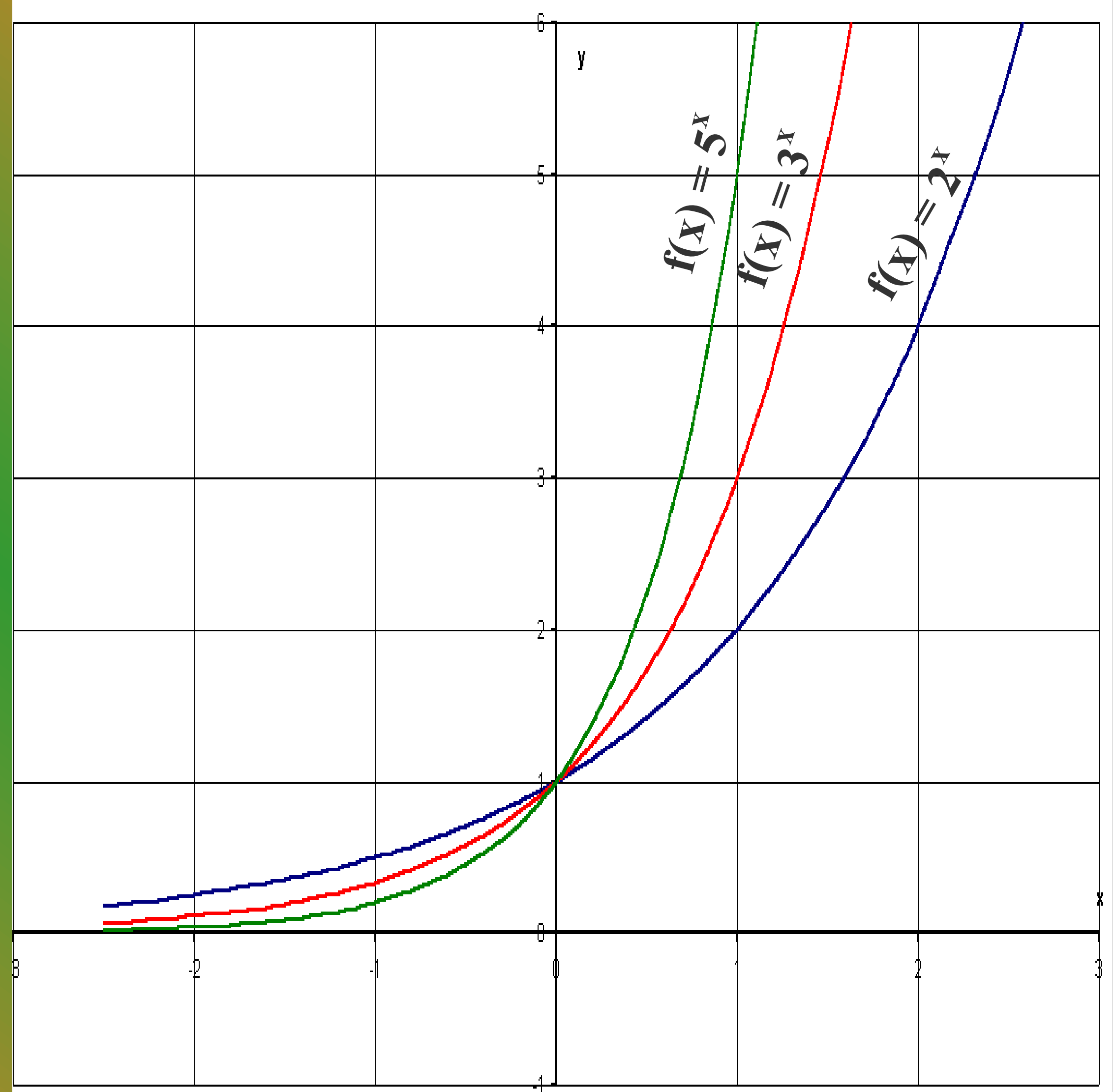
$f(x) = 2^x$

$f(x) = 3^x$

$f(x) = 5^x$

Własności:

- $D = R$;
- Ɑ $= R_+$;
- M_Z – brak ;
- funkcja rosnąca ;
- funkcja różnowartościowa ;
- nie jest parzysta i nie jest nieparzysta ;
- do wykresu należy punkt (0,1) .



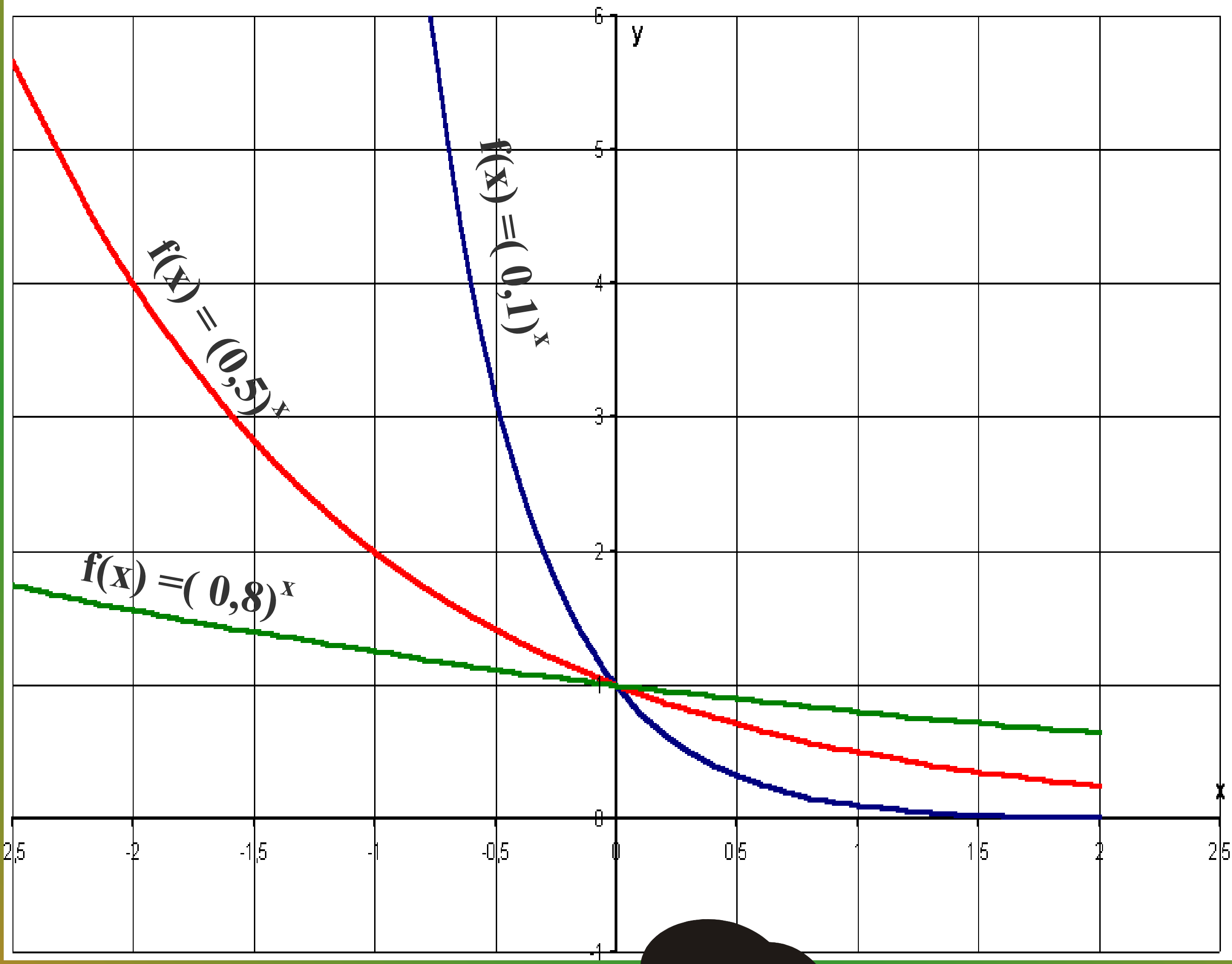
II. $a \in (0,1)$

np.:

$f(x) = (0,1)^x$

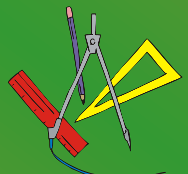
$f(x) = (0,5)^x$

$f(x) = (0,8)^x$



Własności:

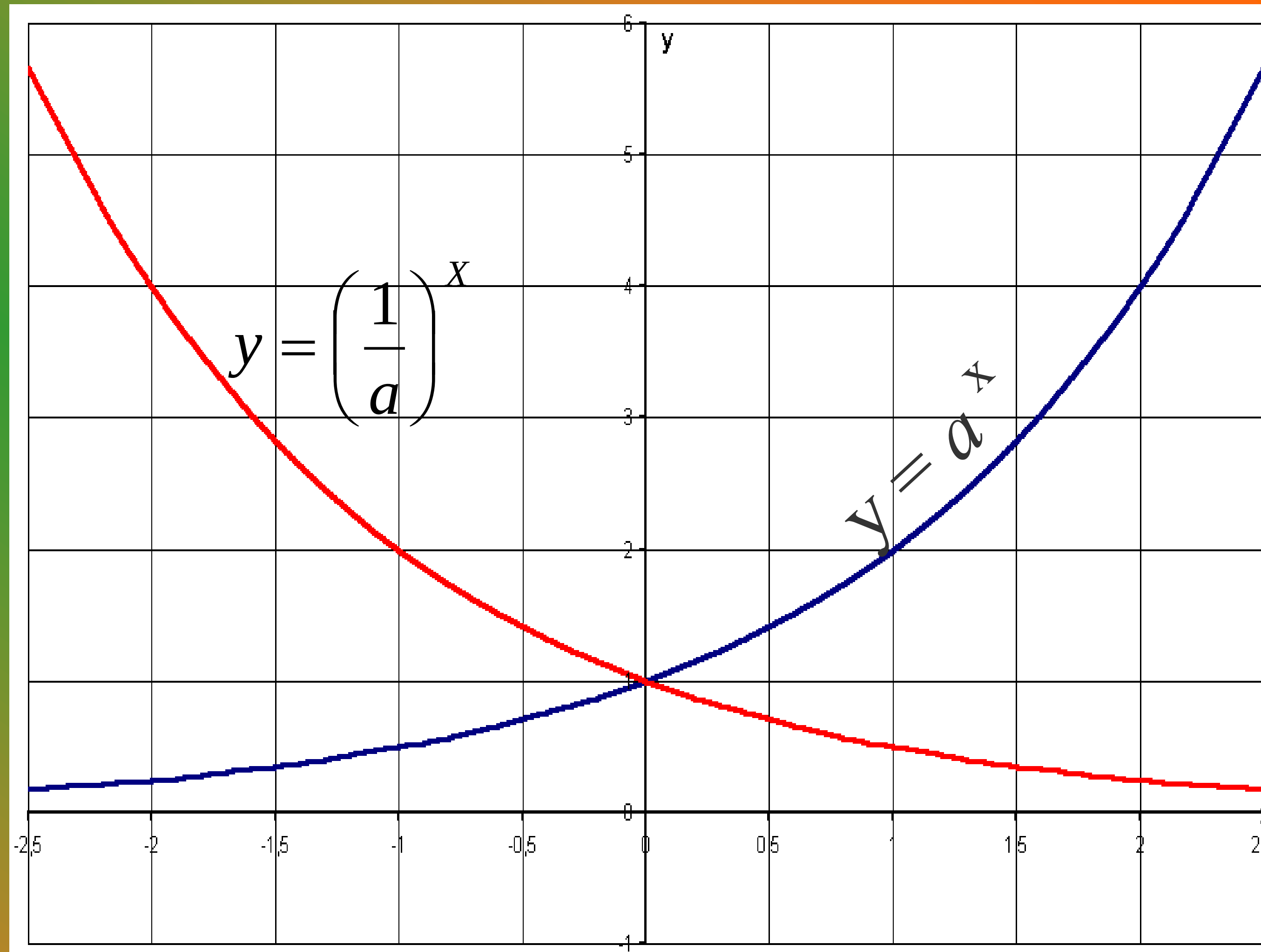
- $D = R$;
- $ZW = R_+$;
- M_Z – brak ;
- funkcja malejąca ;
- funkcja różnowartościowa ;
- nie jest parzysta i nie jest nieparzysta ;
- do wykresu należy punkt (0,1) .

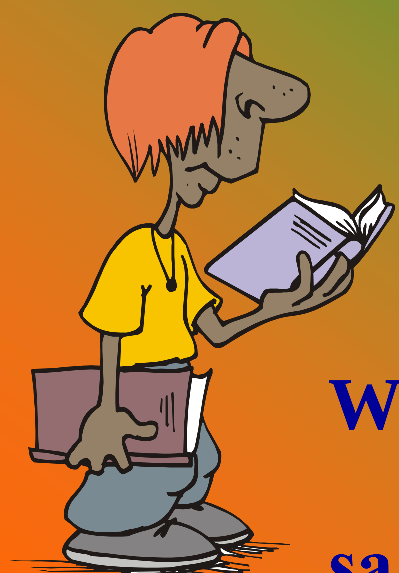


$$y = a^{x}$$

$$y = \left(\frac{1}{a}\right)^{x}$$

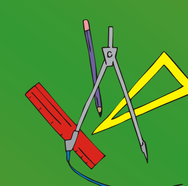
Zał: $a \in (1, \infty)$





Wykresy funkcji $y = a^{x}$ i $y = \left(\frac{1}{a}\right)^{x}$

są symetryczne względem osi OY.



DEFINICJA :

Funkcję f nazywamy** **rosnącą** **w zbiorze A, jeżeli dla dowolnych $x_1, x_2 \in A$ ***zachodzi warunek:***

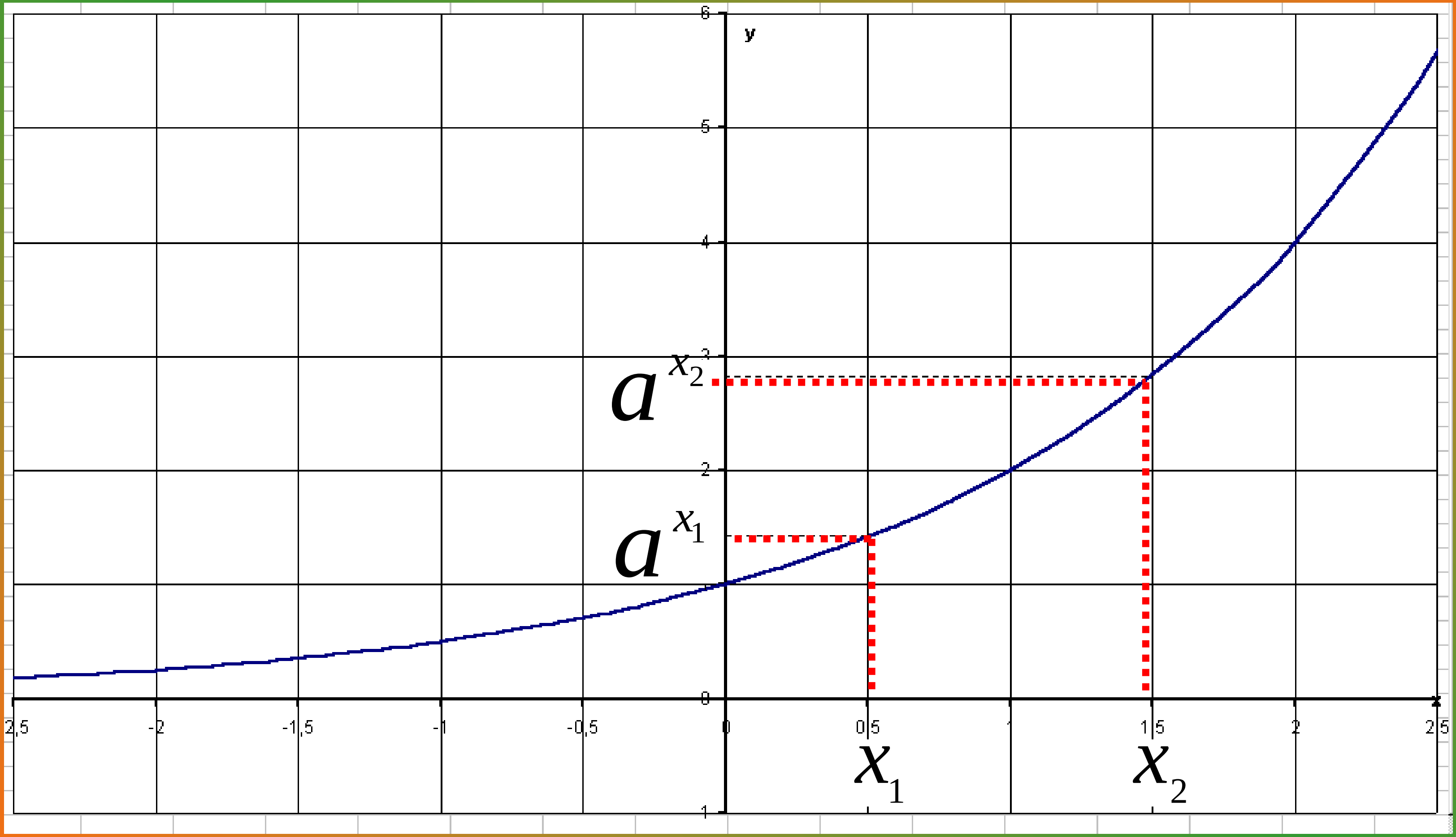
$$x_1 \langle x_2 \Rightarrow f(x_1) \langle f(x_2)$$

DEFINICJA :

Funkcję f nazywamy ***malejącą*** ***w zbiorze A,***
jeżeli **dla dowolnych** $x_1, x_2 \in A$
zachodzi warunek:

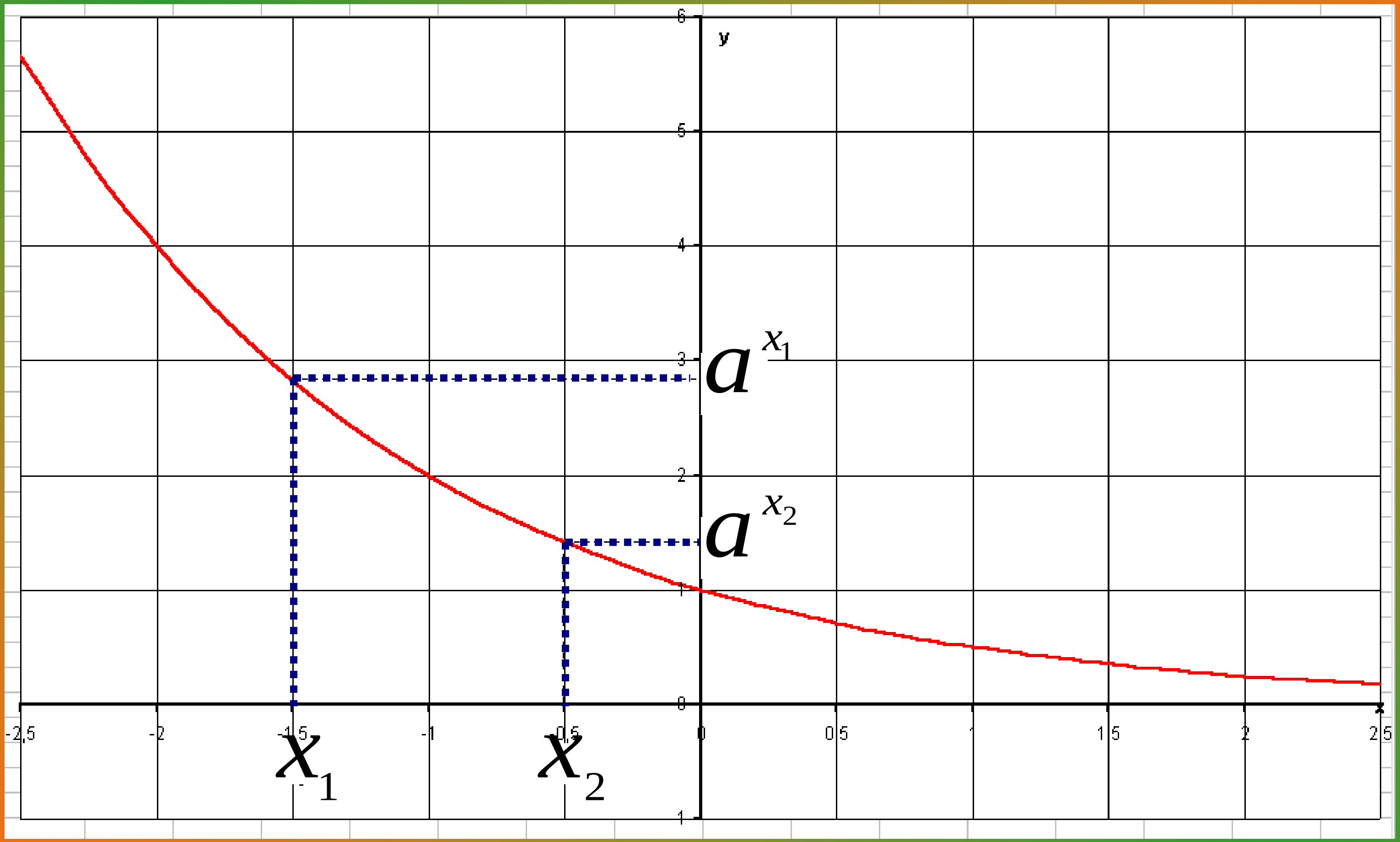
$$x_1 \langle x_2 \Rightarrow f(x_1) \rangle f(x_2)$$

Funkcja wykładnicza $f(x) = a^x$**, gdy** $a \in (1, \infty)$ **jest funkcją rosnącą.**



Dla $x_1, x_2 \in R:\ x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$

Funkcja wykładnicza $f(x) = a^x$ **gdy** $a \in (0, 1)$ **jest funkcją malejącą.**



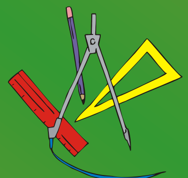
Dla $x_1, x_2 \in R : \quad x_1 < x_2 \Rightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$

Ćw.

Jaką liczbą jest *a* , jeżeli :

1) $a^{\sqrt{3}} > a^{\sqrt{2}}$

2) $a^{\pi} < a^{3,14}$

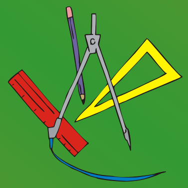


Ćw.

Która z liczb jest większa
x czy y , jeżeli:

a) $3^x > 3^y$

b) $(0{,}4)^x > (0{,}4)^y$



Zadanie.
Narysuj wykres funkcji:

a) $y=3^{x}-3$

b) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+4$

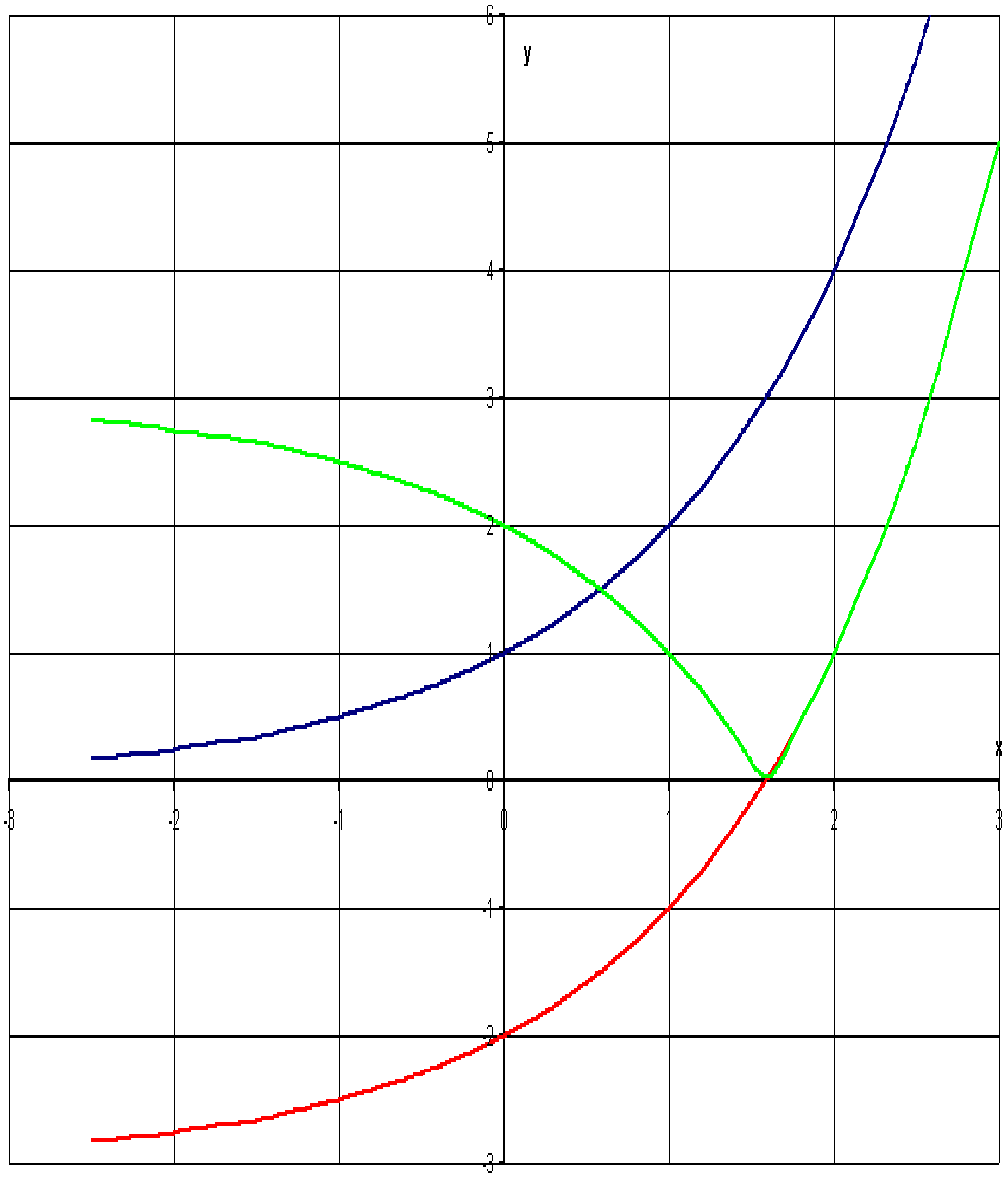
c) $y=-4^{x-1}$

d) $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}+4$

Ćw.

Narysuj wykres funkcji $f(x)=|2^x - 3|$

1. $f(x) = 2^x$
2. $f(x) = 2^x - 3$
3. $f(x) = |2^x - 3|$

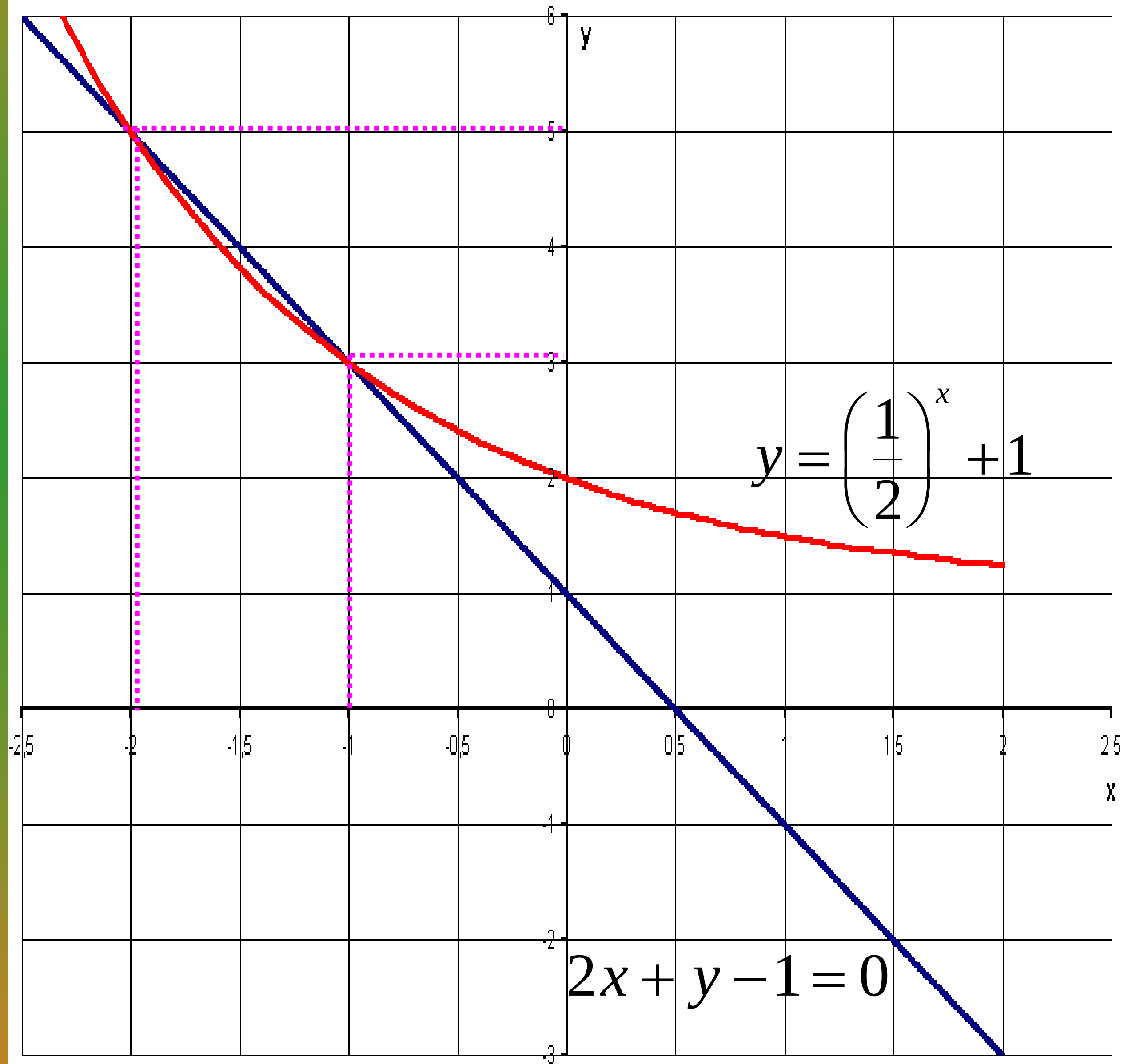


$$f(x) = 2^x \xrightarrow{T_{[0,\,-3]}} f(x) = 2^x - 3 \xrightarrow{|f(x)|} f(x) = |2^x - 3|$$

Ćw.

Rozwiąż graficznie układ równań

$$\begin{cases} y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x + 1 \\ 2x + y - 1 = 0 \end{cases}$$



Odp. Rozwiązaniem układu są pary liczb:

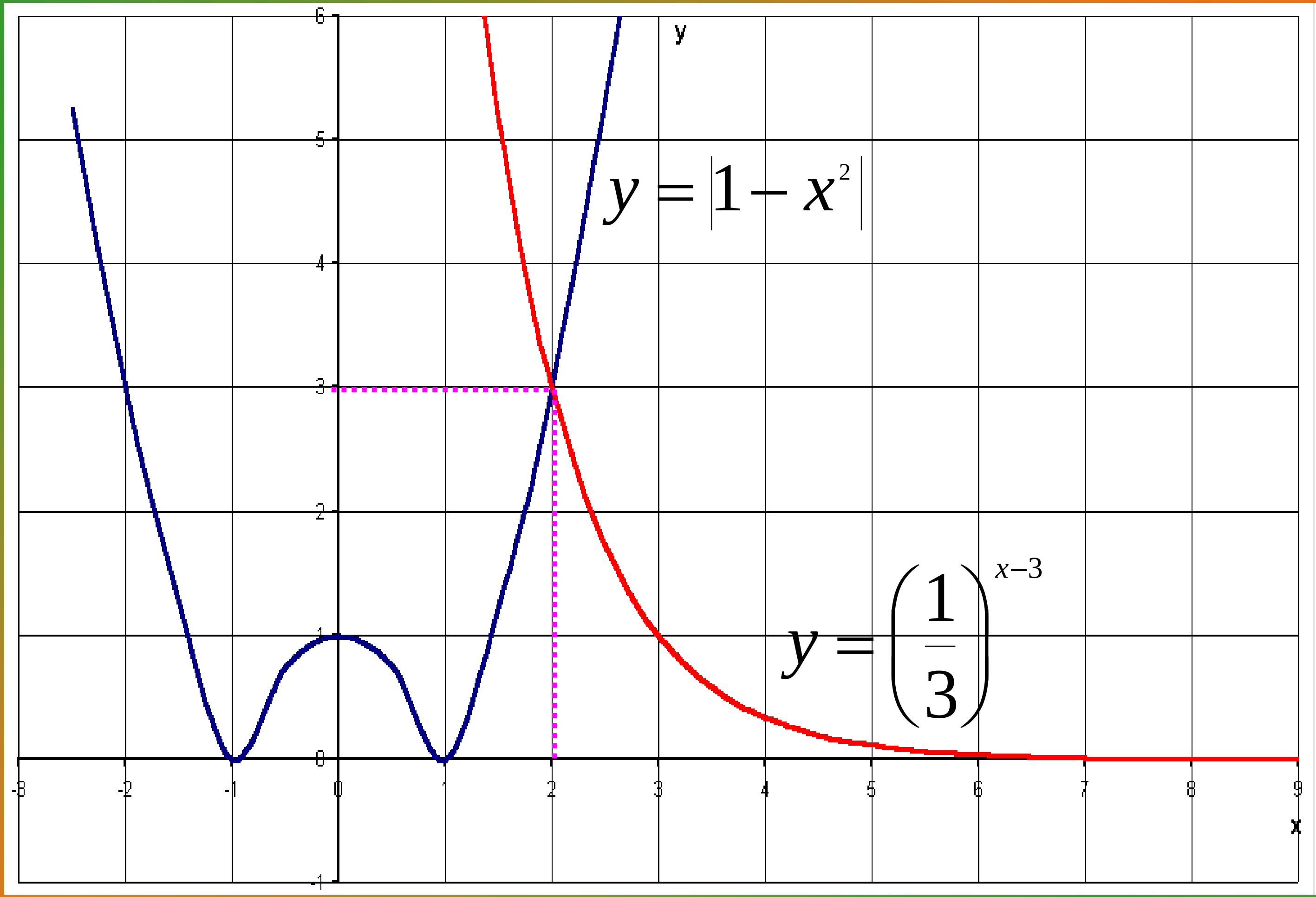
(-2,5) oraz (-1, 3).

Ćw.

Rozwiąż graficznie równanie

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} = \left|1 - x^2\right|$$

$$\begin{cases} y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} \\ y = \left|1 - x^2\right| \end{cases}$$



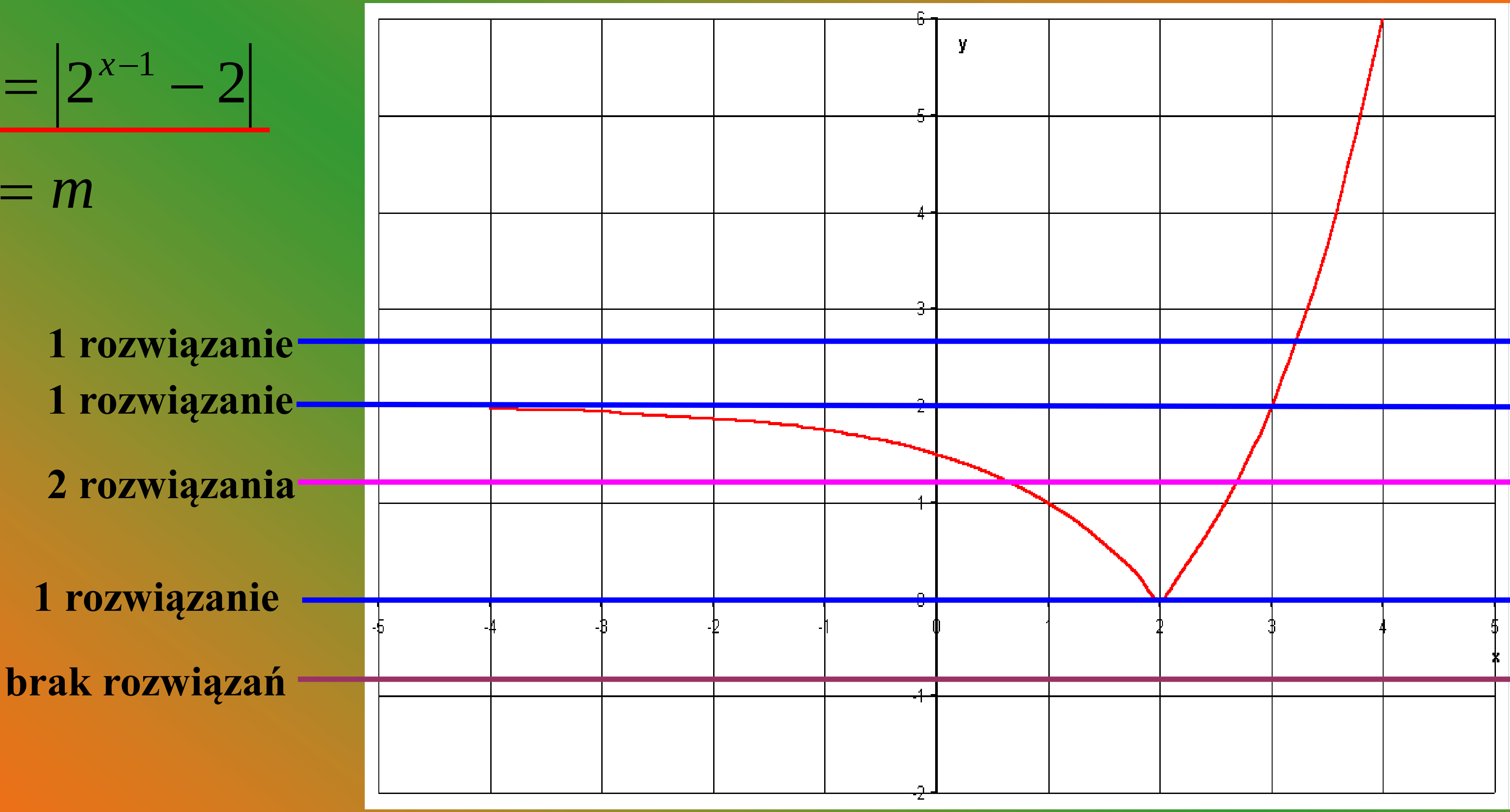
Odp. Rozwiązaniem równania jest para liczb: (2,3).

Ćw.

Zbadaj liczbę rozwiązań równania $|2^{x-1}-2| = m$ w zależności od parametru m (m $\in$R).

$$f(x) = \left|2^{x-1} - 2\right|$$

$$g(x) = m$$



m $\in$ $(-\infty, 0)$ – brak rozwiązań

m $\in$ $\{0\} \cup \langle 2, +\infty)$ – jedno rozwiązanie

m $\in$ $(0, 2)$ – dwa rozwiązania