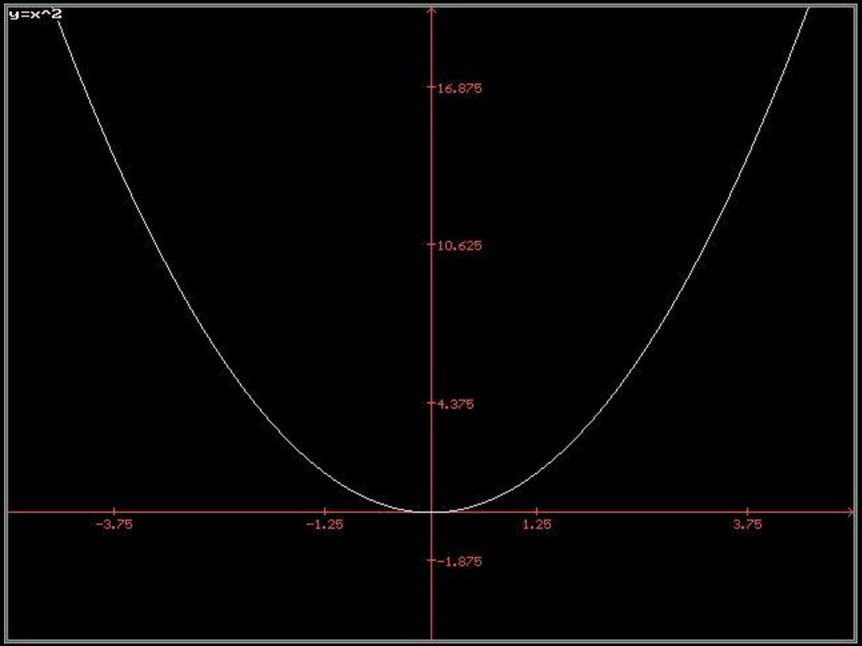
# Funkcja kwadratowa

by

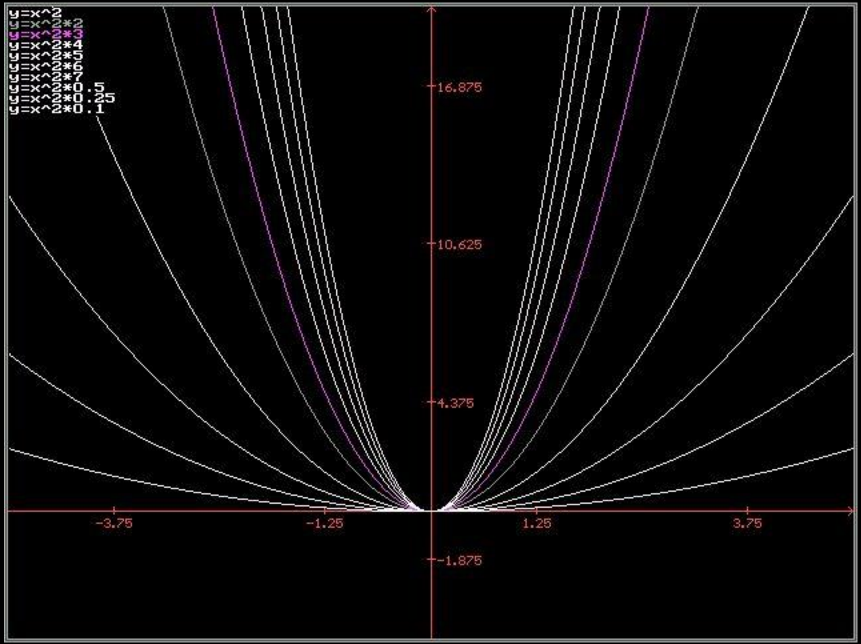
Norby

# Funkcja kwadratowa

# Funkcja kwadratowa - podstawy




*Funkcję $y=ax^2$ nazywamy jednomianem stopnia II*

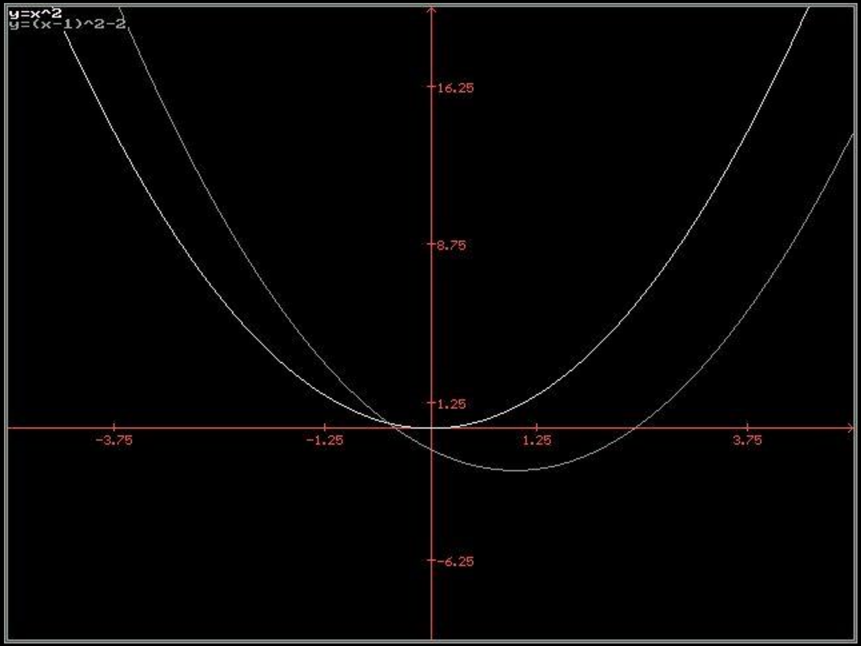



Jeżeli współczynnik ***a*** funkcji jest większy od ***0***, to ramiona funkcji na wykresie są zwrócone w górę.
Jeżeli ***a>1***, to parabola „zawęża się”.
Jeżeli ***a*** jest ułamkowe, to parabola „rozszerza się”.

Menu

# Przekształcanie wykresów funkcji

*Przykład:*




***$y=(x-1)^2-2$***

*a) $y=x^2$*

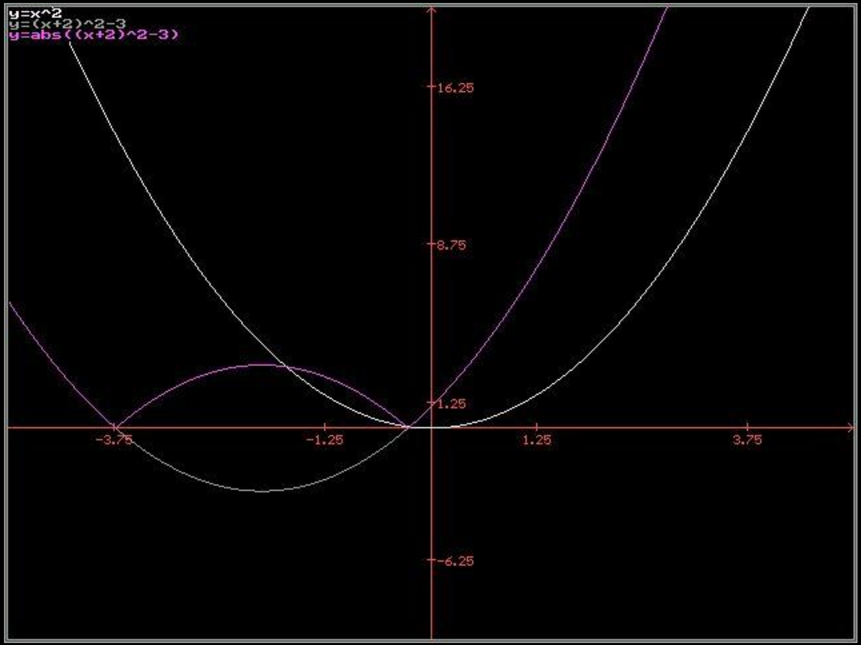
*b) $y=(x-1)^2-2$     $u=[1,-2]$*

*Wierzchołek paraboli leży w punkcie o współrzędnych (p,q)*

Przykład:

$y=|(x+2)^2-3|$

a) $y=x^2$
b) $y=(x+2)^2-3$ $u=[-2,-3]$
c) $y=|(x+2)^2-3|$




Menu

# Postać kanoniczna i ogólna funkcji

Definicja:

Funkcję postaci $y=a(x-p)^2+q$ nazywamy postacią kanoniczną funkcji kwadratowej.

Np. $y=2(x+1^{)}2-3$

$y=-(x-2^{)}2-1$

Definicja:

Funkcję postaci $y=ax^2+bx+c$ nazywamy postacią ogólną funkcji kwadratowej.

Np. $y=x^2+4x-6$

$y=2x^2+4x-1$

Zadanie:

Przedstaw w postaci kanonicznej $y=x^2+4x-6$

$y=x^2+4x-6$

$y=x^2+4x+4-10$

$y=(x+2)^2-10$

Przedstaw w postaci ogólnej $y=-(x-1)^2-2$

$y=-(x-1)^2-2$

$y=-(x^2-2x+1)+2$

$y=-x^2+2x-1+2$

$y=-x^2+2x+1$

Menu

# Postać iloczynowa funkcji kwadratowej

Wyrażenie postaci

$f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$

nazywamy postacią iloczynową funkcji kwadratowej.

Przykład :

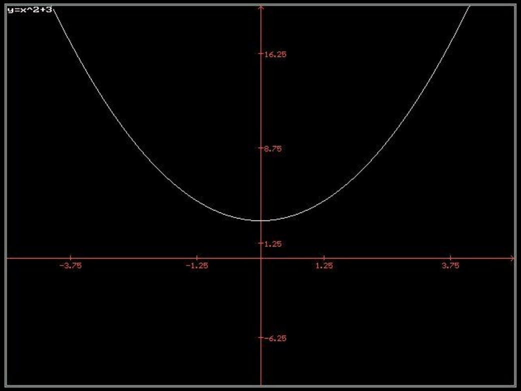
$f(x)=2x^2+x-1$

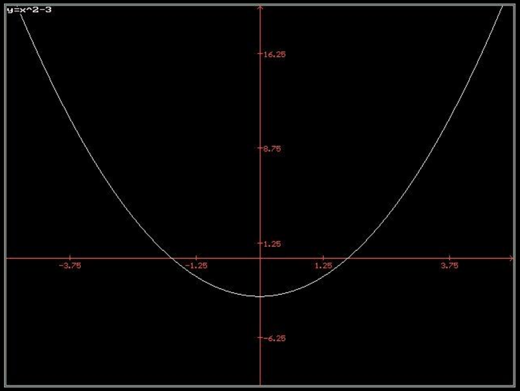
$\Delta=9$

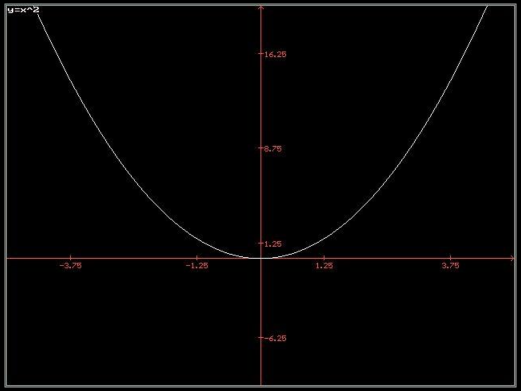
$x_1=-1 \;\; v \;\; x_2=1/2$

$f(x)=2(x+1)(x-1/2)$

# Miejsca zerowe funkcji kwadratowej




$\Delta<0$ $\Delta>0$ $\Delta=0$

$y=a(x-p)^2+q$

$\Delta=-4aq$

O ilości miejsc zerowych decyduje współczynnik q.

Liczba miejsc zerowych funkcji kwadratowej zależy od jej wyróżnika:

1) brak miejsc zerowych - $\Delta<0$
2) jedno miejsce zerowe - $\Delta=0$
3) dwa miejsca zerowe - $\Delta>0$

Np. $f(x)=2x^2+x-1$

$a=2$

$b=1$

$c=-1$

$\Delta=b^2-4ac=1+8=9$

$\Delta>0$, więc funkcja ma 2 miejsca zerowe

Jeżeli $\Delta>0$, to funkcja kwadratowa $f(x)=ax^2+bx+c$ ma dwa miejsca zerowe postaci:

$$x_1 = - \frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 = - \frac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Jeżeli $\Delta=0$, to funkcja kwadratowa $f(x)=ax^2+bx+c$ ma jedno miejsce zerowe postaci:

$$x_o = - \frac{b}{2a}$$

# *Równania kwadratowe i dwukwadratowe*

Równanie kwadratowe niezupełne

$x^2-4=0$

$x^2=4$

$x=2$ v $x=-2$

Równanie kwadratowe zupełne

$x^2-3x+2=0$

$a=1$

$b=-3$

$c=2$

$\Delta=1$

$x_1=1$ v $x_2=2$

Równanie dwukwadratowe

$x^4+x^2-=0$

$t=x^2$

$t^2+t-2=0$

$\Delta=0$

$t_1=-2$ v $t_2=1$

$\underline{x^2=-2}$ v $x^2=1$

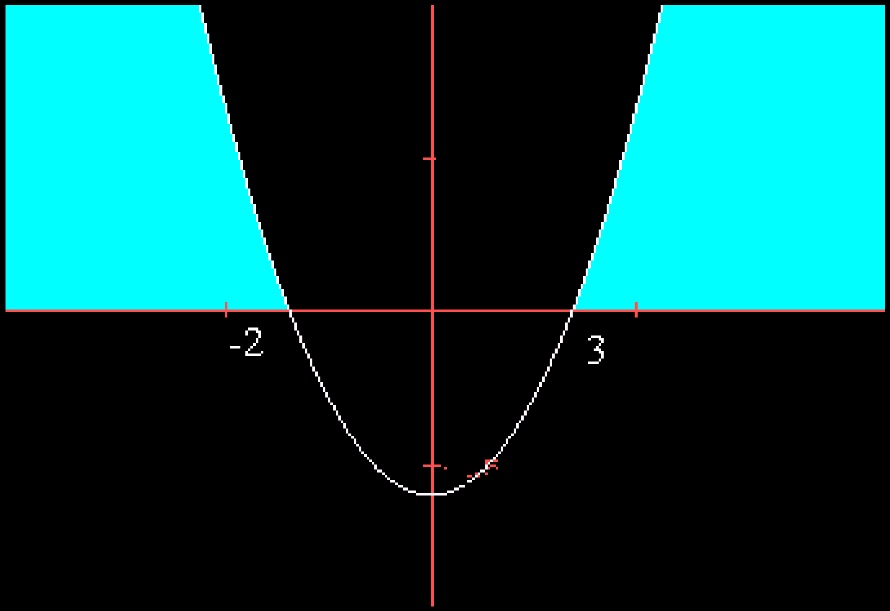
brak rozwiązań    $x=1$ v $x=-1$

# Nierówności kwadratowe

$x^2$-5x+6>0

Δ=1

$x_1$=2 v $x_2$=3




xЄ(-ω,2) υ (3, ω)

Menu

# Wzory Viete'a

Jeżeli $x_1$ i $x_2$ są pierwiastkami trójmianu $y=ax^2+b$, to

$x_1+x_2=-b/a$
$x_1*x_2=c/a$

Jeżeli $x_1$ i $x_2$ są pierwiastkami, to można ten trójmian przedstawić w postaci iloczynowej

$y=a\ (x-x_1)\ (x-x_2)$

Zadanie:

$x_1^2+x_2^2$

Aby skorzystać z wzorów Viete'a należy „rozłożyć" wzór skróconego mnożenia:

$| (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$| (a+b)^2-2ab=a^2+b^2$

Podstawiając do równania otrzymamy:

$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(-b/a)^2-2c/a$

# *Krzywe stożkowe*

Krzywe stożkowe powstają przez przecięcie stożka płaszczyzną.

Podział krzywych stożkowych:

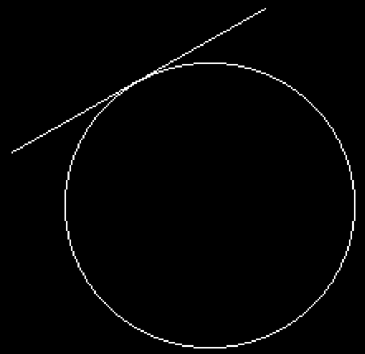
a) krzywe właściwe:

- okrąg
- elipsa
- parabola
- hiperbola

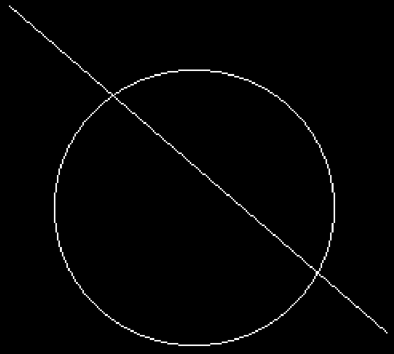
b) krzywe niewłaściwe:

- punkt
- 2 proste przecinające się

Prostą mającą 1 punkt wspólny z krzywą nazywamy styczną.

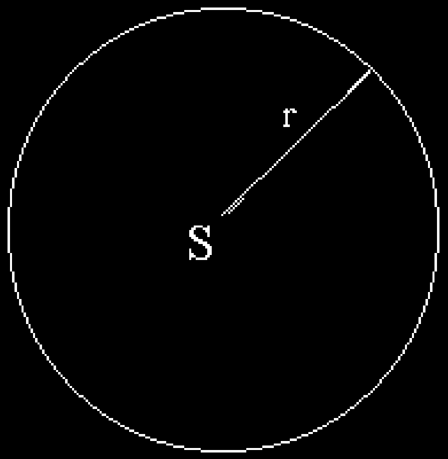


Prostą mającą 2 punkty wspólne z krzywą nazywamy sieczną.



## *Okrąg*

$(x-p)^2+(y-q)^2=r^2$




Przykład:

$x^2+y^2-7=0$

$x^2+y^2=7$

$(x-0)^2+(y-0)^2=7$

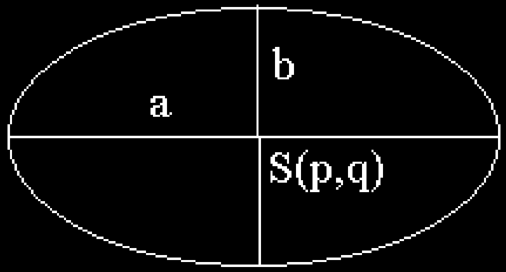
S(0,0)

r=sqrt(7)

## *Elipsa*

$((x-p)^2)/a^2+((y-q)^2)/b^2=1$

Przykład:



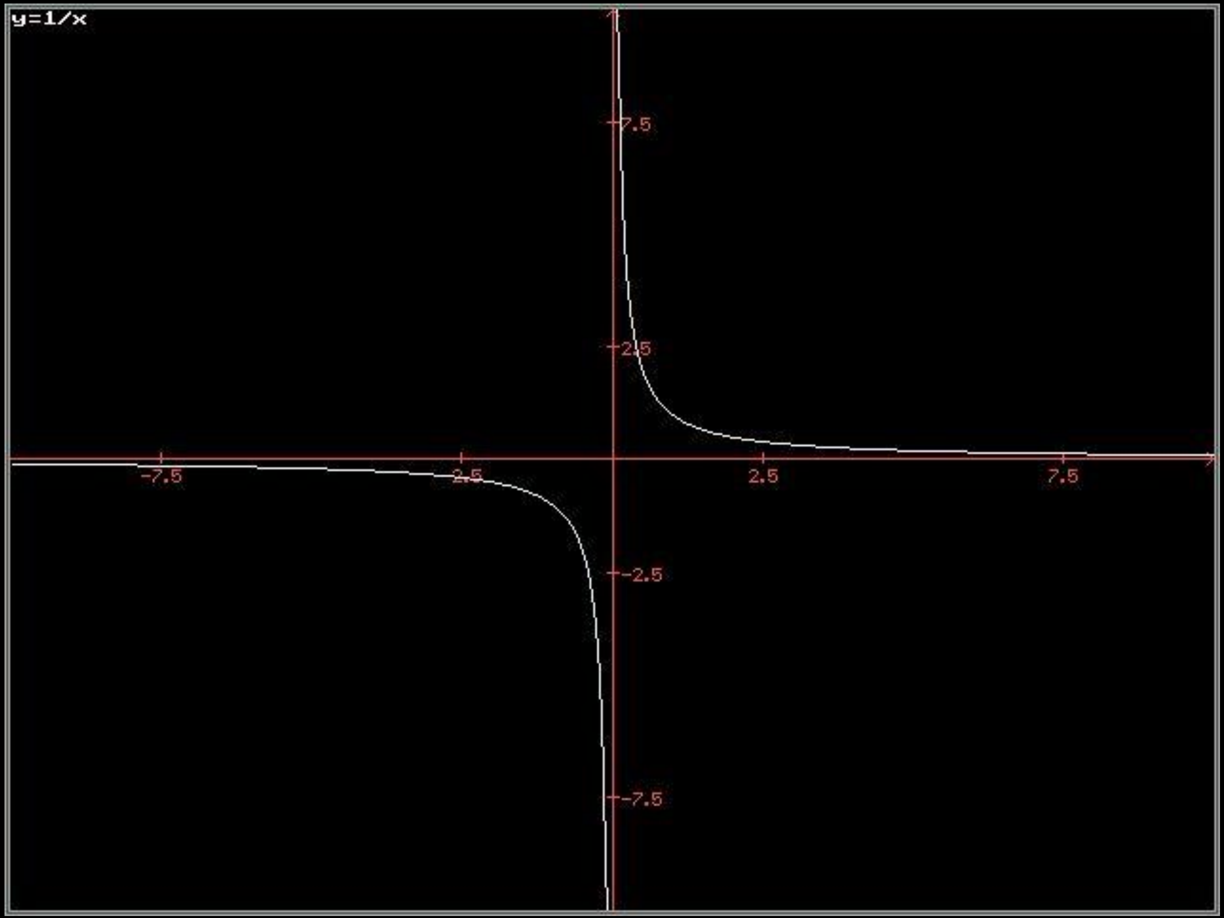

$4x^2+9y^2-36=0$
$4x^2+9y^2=36 \quad /:36$
$(4x^2)/36+(9y^2)/36=1$
$x^2/9+y^2/4=1$

S(0,0)
a=3
b=2

# *Hiperbola*

*xy=a*

*y=a/x*




Menu

# The end