

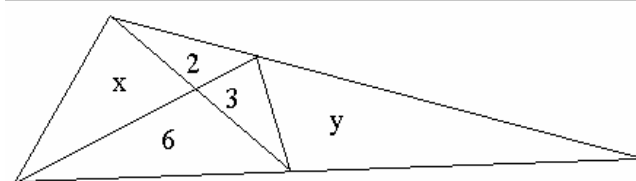
## Arkusz matury wewnętrznej – poziom rozszerzony

1. Wykaż, że w trapezie równoramiennym opisanym na okręgu, wysokość prostopadła do boków równoległych jest średnią geometryczną obu boków równoległych.

2. Znajdź wszystkie rozwiązania równania  $\frac{1}{2}\sin 2x = 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}$  spełniające nierówność  $x^2 - 4x - 32 < 0$ .

3. Koło, kwadrat i trójkąt równoboczny mają równe pola. Znajdź stosunek ich obwodów.

4. Na rysunku podano pola trzech trójkątów. Podaj pola czwartego i piątego tzn. wartości  $x$  i  $y$ .



5. W pewnej klasie liczba dziewcząt stanowi 57,5% liczby uczniów. W ciągu roku szkolnego z klasy odeszła jedna dziewczyna i przybyło pięciu chłopców, a odsetek dziewcząt spadł do 50%. Ile jest teraz w tej klasie dziewcząt?

6. Dana jest funkcja  $f(x) = x^3 - ax^2 + b(x+2) - 4$ . Wyznacz  $a$  i  $b$  wiedząc, że  $f(x+1) - f(x-1) = 6x^2 + 4x + 8$ .

7. Rozwiąż 
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{3}{2} \\ x + xy + y = 9 \end{cases}$$

8. Wykaż, że dla dowolnych  $a, b > 0$  zachodzi  $\sqrt{a \cdot b} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$

9. Dane są dwie liczby. Suma odwrotności różnicy liczb oraz odwrotności sumy liczb jest równa  $\frac{5}{8}$ , natomiast różnica odwrotności różnicy liczb oraz odwrotności sumy liczb wynosi  $\frac{3}{8}$ . Jakie to liczby?

10. Rozwiąż nierówność  $|4 + x - |3x - 2|| \leq 0$ .