

Arkusz matury wewnętrznej – poziom rozszerzony

1. Suma liczby trzycyfrowej i liczby otrzymanej z napisania cyfr poprzedniej liczby w odwrotnej kolejności jest równa 444. Różnica tych liczb jest równa 198. Wyznacz tę liczbę wiedząc, że suma jej cyfr jest równa 6.

2. Dana jest liczba $A = ab \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} \right)^2 - a - b$. Wiedząc, że $\log_2 a = 3$ i $\log_2 b = 5$ oblicz $\log_2 A$.

3. Dla jakiego parametru m suma odwrotności rozwiązań równania

$$\frac{mx}{m-1} + \frac{m+1}{x} = x+1$$
 jest nie większa od $2m+1$?

4. Współczynniki wielomianu $W(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ tworzą ciąg geometryczny. Pierwiastkiem wielomianu jest liczba 2. Wyznacz współczynniki tego wielomianu i rozwiąż nierówność $W(x) \geq 6x - 12$

5. Nie korzystając z rachunku różniczkowego napisz równania stycznych do paraboli $y = 2x^2 + 1$ w punktach o odciętych $x_1 = -1$ i $x_2 = 1$. Oblicz sinus kąta między tymi stycznymi.

6. W trójkącie równoramiennym ramię jest dwa razy dłuższe od podstawy. Suma długości promieni okręgu wpisanego i opisanego jest równa 11. Oblicz obwód trójkąta.

7. Oblicz objętość prostopadłościanu o powierzchni całkowitej 478 cm^2 i przekątnej $d = \sqrt{251} \text{ cm}$ wiedząc, że długości krawędzi tworzą ciąg arytmetyczny.

8. Ze zbioru $Z = \{x \in C; |2x - 2| \leq 4\}$ losujemy kolejno bez zwracania liczby a , b , c i tworzymy funkcję $f(x) = ax^2 + bx + c$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wykres funkcji będzie przechodził przez początek układu współrzędnych ?

9. Wyznacz wszystkie punkty o współrzędnych całkowitych należące do wykresu funkcji $f(x) = \frac{x-5}{x-3}$.

10. W trójkącie równobocznym ABC na boku BC wybrano punkt M taki, że $|BM| = \frac{1}{2}|MC|$. Wyznacz sinus kąta CAM .