Zad 1.

Rozwiązać nierówność f(-x) < 2 f(x), jeżeli f(x) = $\frac{2x}{x+1}$

Odp: $x \in (-\infty,-1) + (0,1) + (3,+\infty)$

Zad 2.

Wykaż, że jeśli P(A)=0,9 i P(B)=0,8 , to P(AIB) ≥ 0,875

Odp: Po przekształceniach wychodzi, że $P(A \cup B) \leq 1$, zdanie jest prawdziwe, więc założenie, że P(AIB) ≥ 0,875 także jest prawdziwe.

Zad 3.

W ΔABC o obwodzie 30 długości boków tworzą ciąg arytmetyczny. Jeden z kątów tego trójkąta ma miarę $\gamma = 120^{o}$. Wyznacz stosunek długości promienia okręgu opisanego do wpisanego.

Odp: $\frac{R}{r} = \frac{14}{3}$

Zad 4.

Przekątna ściany bocznej graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ABCA`B`C` ma długość d, a krawędź podstawy ma długość a. Wyznacz objętość graniastosłupa oraz cosinus kąta AC`D, gdzie D jest środkiem krawędzi BC.

Odp: $V = \frac{a^2\sqrt{3d^2-3a^2}}{4}$; $\cos\alpha = \frac{\sqrt{4d^2-3a^2}}{d}$

Zad 5.

Rozwiąż: $\begin{cases} x^{\log y} = 100 \\ \log_y x - 2 = 0 \end{cases}$

Odp: $\begin{cases} y = 10 \\ x = 100 \end{cases}$ ∨ $\begin{cases} y = \frac{1}{10} \\ x = \frac{1}{100} \end{cases}$

Zad 6.

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $\mathrm{tg}^2\, x = \frac{m^2-5m+4}{m-3}$ ma rozwiązanie w zbiorze liczb rzeczywistych.

Odp: m $\in$ <1,3) $\cup$ <4,+∞)

Zad 7.

Wykaż, że jeśli w ciągu geometrycznym o różnych wyrazach dodatnich dla liczby n $\in$ N, prawdziwy jest wzór 2 S_n + 2 S_{2n} = 3 S_{3n}, to q = $\sqrt[n]{\frac{\sqrt{13}-1}{6}}$

Zad 8.

Dane są punkty A(1,-2) , B(2,4) , C(0,3). Znaleźć cosinus kąta między środkowymi trójkąta poprowadzonymi z wierzchołków A i C.

Odp: $\cos\alpha$ = $\frac{4}{5}$