

ARKUSZ ROZSZERZONY

Zad. 1

Rozwiąż nierówność: $x^3 + 2x^2 \geq 4x + 8$, a następnie wskaż najmniejszą liczbę całkowitą, spełniającą tę nierówność (o ile taka liczba istnieje).

Zad. 2

Numer ewidencyjny PESEL składa się z 11 cyfr. Sześć pierwszych oznacza datę urodzenia osoby, pozostałe cyfry są dowolne i mogą się powtarzać. Ile może być wszystkich numerów PESEL:

- przyporządkowanych osobom urodzonym w marcu 1973 roku?
- Przyporządkowanych osobom urodzonym 28 marca 1973 roku, takich, że trzy ostatnie cyfry numeru są różnymi liczbami pierwszymi, a siódma i ósma są liczbami nieparzystymi?

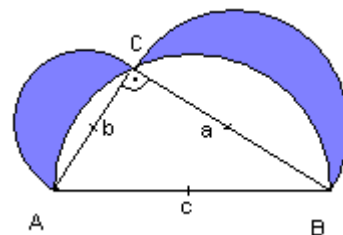
Zad. 3

Punkt $A = (-1; -2)$ jest wierzchołkiem rombu, którego jeden z boków zawiera się w prostej k o równaniu $x - 2y - 3 = 0$. Środkiem symetrii tego rombu jest punkt $S = (2; 2)$. Oblicz współrzędne pozostałych wierzchołków rombu i oblicz jego pole.

Zad. 4

Uzasadnij, że suma pól księżyców Hipokratesa jest równa polu trójkąta prostokątnego ABC (rysunek).

(Hipokrates z Chios, matematyk, żył w Atenach w połowie V w. p.n.e.)



Zad. 5

Dany jest zbiór $A = \{(x; y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge x^2 + y^2 - 4y \leq 0\}$.

Zbiór B jest obrazem zbioru A w translacji o wektor $\vec{u} = [2; -1]$. Opisz zbiór B za pomocą nierówności, a następnie zaznacz na płaszczyźnie zbiór $(A \cup B)'$.

Zad. 6

Do wykresu funkcji kwadratowej f , określonej wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$, należy punkt $(0; 2)$.

Suma miejsc zerowych tej funkcji jest równa $\frac{7}{3}$, a suma odwrotności miejsc zerowych $\frac{7}{2}$. Wyznacz współczynniki a, b, c .

Zad. 7

Mamy zamiar kupić prostokątną działkę o powierzchni 529 m^2 . Jakie powinny być wymiary tej działki, aby na jej ogrodzenie zużyć jak najmniej metrów bieżących siatki?

Zad. 8

Ostrosłup prawidłowy o objętości $V = 216 \text{ cm}^3$ przecięto płaszczyzną równoległą do podstawy, dzielącą wysokość tego ostrosłupa w stosunku $1 : 2$, licząc od jego wierzchołka. Oblicz objętość ostrosłupa ściętego.

Zad. 9

Odległość między miastami A i B wynosi 60 km. Samochód osobowy przebywa tę drogę o 45 minut szybciej niż rowerzysta. Średnia prędkość samochodu jest większa od średniej prędkości rowerzysty o 40 km/h. Oblicz średnią prędkość samochodu oraz rowerzysty.

Zad. 10

W trójkącie jeden z kątów ma miarę 120° , a długości boków tego trójkąta tworzą ciąg arytmetyczny. Obwód trójkąta jest równy 30. Wyznacz stosunek długości promienia okręgu opisanego na tym trójkącie do długości promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt.