

Arkusz matury wewnętrznej – poziom rozszerzony

1. Wyznacz parametr k tak, aby równanie $(k^2 - 1)\cos 2x = k^2 - 4k + 1$ miało rozwiązanie.
2. W ciągu arytmetycznym dane są: $a_1 = 1$, $a_2 = x^2 + x + 1$, $S_5 = 25$. Oblicz sumę dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu.
3. Suma trzech liczb tworzących ciąg geometryczny jest równa 62. Suma logarytmów dziesiętnych tych liczb jest równa 3. Wyznacz ten ciąg.
4. Dla jakich m równanie $\left| -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 \right| = m^2 + \frac{1}{2}$ ma dokładnie trzy rozwiązania ?
5. O godzinie 13.00 statek A był oddalony 30 mil na południe od statku B i poruszał się na północ z prędkością 15 węzłów (mil/godz.). Jednocześnie statek B płynął na zachód z prędkością 10 węzłów. O której godzinie odległość między statkami była najmniejsza i ile wynosiła ?
6. Punkt A jest wierzchołkiem paraboli $y = x^2 - 2x + 1$, punkt B środkiem okręgu $x^2 + y^2 - 10x - 6y = 0$, a punkt C punktem przecięcia prostych $3x - 2y - 1 = 0$ i $-2x + 3y - 6 = 0$. Wykaż, że trójkąt ABC jest prostokątny.
7. Oblicz pole równoległoboku znając długość przekątnych a i b oraz miarę kąta ostrego α .
8. Stożek i ostrosłup prawidłowy czworokątny mają wspólny wierzchołek. Podstawa stożka jest kołem wpisanym w podstawę ostrosłupa. Oblicz objętość ostrosłupa znając objętość stożka V .
9. Do trzech urn A, B i C wrzucamy pojedynczo na chybił trafił 6 kul. Oblicz prawdopodobieństwo, że żadna urna nie będzie pusta.
10. Narysuj wykres funkcji $f(x) = \frac{2x - 4}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}} - |6 - x| + 1$