

ZADANIE 1

Pan Oszczędry podzielił swoje oszczędności w kwocie 5000 zł na dwie części i wpłacił je do dwóch banków oferujących oprocentowanie roczne w wysokości 6% i 8%. Po roku otrzymał 360 zł odsetek. Na jakie części podzielił swój kapitał Pan Oszczędry ?

ZADANIE 2

Dane są zbiory

$$A = \{x \in R; |2x - 4| \leq 6\} \quad B = \{x \in C; x^3 + x^2 + x + 1 \geq 0\} \quad C = \{x \in N; x^2 - 3x < 10\}$$

Wyznacz zbiór $D = A \cap B \cap C$

ZADANIE 3

Rozwiąż układ równań:
$$\begin{cases} xsina - ycosa = sina \\ xcosa + xsina = 1 \end{cases}$$
 z parametrem α .

Dla jakich wartości α punkt $P(x,y)$ należy do okręgu o środku w punkcie $(0,0)$ promieniu $\sqrt{\frac{3}{2}}$

ZADANIE 4

Uporządkuj liczby:

$$a = 2^{-\frac{2}{3}}, \quad b = 4^{\log_2 3}, \quad c = 2^{(\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2}, \quad d = (1 - 2^{-2})^{-1}, \quad e = \log_2 \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad f = 2^{\log 1}$$

ZADANIE 5

Powierzchnia zadrukowanej części plakatu jest równa 1536 cm^2 . Marginesy boczne powinny mieć po 4 cm, a górny i dolny po 6 cm. Jakie powinny być wymiary plakatu, aby jego nakład wymagał jak najmniejszego arkusza papieru ?

ZADANIE 6

Dla jakiego parametru k trzy różne pierwiastki równania $x^3 + (2k + 6)x^2 + 4kx = -12x$ są większe od -1 ?

ZADANIE 7

Otwierając dwa zawory, basen można napełnić wodą w czasie 4 godzin. Napełnianie basenu przy otwartym tylko pierwszym zaworze trwa o 6 godzin dłużej, niż napełnianie go przy otwartym tylko drugim zaworze. Oblicz, w jakim czasie można napełnić basen otwierając tylko pierwszy zawór ?

ZADANIE 8

W kinie liczba krzeseł w kolejnych rzędach tworzy ciąg arytmetyczny. Wiadomo, że różnica liczby krzeseł rzędów piątego i drugiego jest równa 9, a stosunek liczby krzeseł rzędu ósmego do jedenastego jest równy $14:17$. Ile jest miejsc siedzących w kinie, jeśli krzesła ustawione są w 20 rzędach ?

ZADANIE 9

Udowodnij twierdzenie Ptolemeusza: „W czworokącie wpisanym w koło iloczyn długości przekątnych jest równy sumie iloczynów długości przeciwległych boków”.

ZADANIE 10

Oblicz pole trójkąta ABC, w którym $A=(0,0)$ zaś B i C są punktami styczności okręgu

$$x^2 + y^2 - 14x + 2y + 25 = 0$$
 z prostymi przechodzącymi przez punkt A. Sporządź rysunek.

ZADANIE 11

Do sześciennego pudełka z przykrywką o krawędzi a włożono na spód cztery kule jednakowe kule styczne do dwóch sąsiednich i ścian pudełka. Jaki maksymalny promień może mieć piąta kula umieszczona w tym pudełku ?

ZADANIE 12

W urnie jest n kul, w tym 5 czarnych. Ile co najwyżej może być kul w urnie, aby przy losowaniu dwóch kul bez zwracania prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul czarnych było większe od $0,3$?