

**I Liceum Ogólnokształcące***im. Bolesława Krzywoustego*  
**w Słupsku***Scientia est nostra vis*Próbny pisemny egzamin dojrzałości z matematyki

---

1. Rozwiąż algebraicznie i graficznie układ równań

$$\begin{cases} y = |x - 1| \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0 \end{cases}$$

2. Rozwiąż równanie  $1 + \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} + \dots = k$ , gdzie  $k$  jest pierwiastkiem równania

$$\log_2(k + 3) + \log_2 8 = 4 + \log_2(k - 1).$$

3. Dla jakich  $\alpha$  równanie  $(2 \sin \alpha - 1) \cdot 4^x - 2^{x+1} + \sin \alpha = 0$  ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste?

4. W trzech urnach znajdują się tylko kule czarne i białe. W Każdej jest tyle samo kul czarnych co i białych. Losujemy po jednej kuli z każdej urny i wrzucamy je do czwartej urny (początkowo pustej). Następnie losujemy jedną kulę z czwartej urny. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana kula będzie biała.

5. (a) Zbadaj przebieg zmienności i narysuj wykres funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{2x}$$

(b) Trójkąt ABC, którego wierzchołki A i B przyjmują współrzędne ekstremów funkcji  $f$ , zaś punkt C należy do osi odciętych, ma pole równe pierwiastkowi równania  $x^{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\dots} = 4$ . Wyznacz współrzędne punktu C.