ZADANIE 1 (8 PKT.)

Punkty: A=(-1, 2), B, C są wierzchołkami trójkąta równobocznego. Punkt B jest obrazem punktu A w translacji o wektor $\vec{u}=[2,-4]$, zaś punkt C ma obie współrzędne ujemne.

a) Opisz za pomocą nierówności zbiory:
Z_1 – koło o środku w punkcie A i promieniu długości $|AB|$,
Z_2 – koło o środku w punkcie B i promieniu długości $|AB|$,
Z_3 – koło o środku w punkcie C i promieniu długości $|AB|$.

b) Zaznacz w prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie zbiory:
$Z_1 \cap Z_2 \cap Z_3$, $(Z_1 \cup Z_2) \setminus Z_3$.

ZADANIE 2 (10 PKT.)

Określ, w zależności od parametru m liczbę rozwiązań równania $2x(2-|x|)=\log_{\frac{1}{2}} m$.

ZADANIE 3 (10 PKT.)

Z talii 52 kart, składającej się z 13 kierów, 13 pików, 13 kar i 13 trefli, losujemy trzy karty ze zwracaniem (przed każdym wyciągnięciem karty talia jest tasowana). Po losowaniu rzucamy kostką tyle razy, ile wyciągnęliśmy kierów. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia – „ani razu nie wyrzuciliśmy na kostce parzystej liczby oczek”.

ZADANIE 4 (10 PKT.)

Z wierzchołka ostrosłupa prawidłowego trójkątnego poprowadzono wysokości dwóch sąsiednich ścian bocznych. Miara kąta między tymi wysokościami jest równa α. Wiedząc, że pole powierzchni bocznej ostrosłupa jest równe S, oblicz jego objętość.
Dla jakich α zadanie ma rozwiązanie?

ZADANIE 5 (12 PKT.)

Dane jest wyrażenie

$$-4\cos\alpha\sin\beta+2\cos\alpha+1, \text{ gdzie } \alpha,\beta\in(0,\pi>,$$

a) Wyznacz największą wartość tego wyrażenia wiedząc, że $\sin^2\alpha+\sin\beta=\frac{3}{4}$.