

MATEMATYKA

Tematy pisemnego egzaminu dojrzałości obowiązujące w liceach ogólnokształcących w klasach o profilu ogólnym, technikach 5-letnich (13 godzin w cyklu nauczania), technikach 3-letnich na podbudowie szkoły zasadniczej w dniu 10 maja 2002 roku o godzinie 9⁰⁰

Zadanie 1.

Dane są funkcje: $f_1(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x-3)$, $f_2(x) = 1 + \log_{\frac{1}{3}}(x+3)$

- Narysuj wykres funkcji f_2 .
- Rozwiąż równanie: $2f_1(x) = f_2(x) - 1$.
- Rozwiąż nierówność $f_1(x) + f_2(x) + 2 \geq 0$.

Zadanie 2.

Podstawą ostrosłupa prostego jest prostokąt o obwodzie równym 28 cm. Długości boków prostokąta pozostają w stosunku 2:5, a kąt nachylenia każdej krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy ma miarę $\alpha = 60^\circ$. Oblicz:

- cosinus kąta ostrego między przekątnymi podstawy);
- pole przekroju ostrosłupa płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i jego wierzchołek;
- objętość ostrosłupa.

Zadanie 3.

W kwadracie ABCD wierzchołek A = (2,0). Jedna z przekątnych tego kwadratu zawiera się w prostej o równaniu $y = 2x + 1$. Oblicz długość przekątnej kwadratu, pole kwadratu oraz zapisz równania okręgów opisanego na kwadracie i wpisanego w kwadrat ABCD.

Zadanie 4.

Kontrola jakości w zakładzie produkującym odkurzacze przebiega dwuetapowo. Podczas pierwszej kontroli sprawdza się piątą część wyprodukowanych odkurzaczy. Podczas drugiej kontroli losowo sprawdza się 40% odkurzaczy spośród tych, które nie podlegały pierwszej kontroli. Oblicz:

- prawdopodobieństwo, że losowo wybrany odkurzacz był badany pod względem jakości;
- prawdopodobieństwo, że spośród trzech zakupionych odkurzaczy co najwyżej jeden nie będzie skontrolowany.

Zadanie 5.

a) Wykresem funkcji g jest prosta przechodząca przez punkty: A = (4, 16) i B = (6, -16). Wykresem funkcji h o miejscach zerowych $x_1 = -4$ i $x_2 = 4$ jest parabola przechodząca przez punkt C = (2, -12). Wyznacz ekstremalne lokalne funkcji

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$

- Na podstawie interpretacji geometrycznej zbadaj liczbę pierwiastków równania