MATEMATYKA
Tematy pisemnego egzaminu dojrzałości
obowiązujące w liceach ogólnokształcących w klasach o profilu
matematyczno-fizycznym w dniu 10 maja 2002 roku o godzinie 9°°

Zadanie 1.
Dana jest funkcja / określona wzorem $f(x)=(m+1)^2x^4-4(m+1)x^3-6mx^2+1$

a) Wyznacz ekstrema lokalne funkcji, której wzór otrzymamy dla m = 0.
b) Wyznacz te wartości parametru m, dla których wykres funkcji jest wypukły w zbiorze liczb rzeczywistych.

Zadanie 2.
W trójkąt ABC wpisano prostokąt DEFG tak, że bok DE prostokąta zawiera się w boku AB trójkąta. Pole trójkąta ABC jest równe 384 cm^2, a jego wysokość CC' opuszczona na bok AB ma długość trzy razy mniejszą od długości tego boku.
a) Oblicz długości wysokości CC' i boku AB trójkąta ABC.
b) Oblicz długości boków prostokąta DEFG wiedząc, że \$EF : DE = 5:9$.
c) Oblicz cosinus kąta ostrego między przekątnymi prostokąta DEFG.

Zadanie 3. Dane są dwa ciągi rosnące - arytmetyczny (a_n) i geometryczny (b_n).
Pierwsze wyrazy obu ciągów są równe 2, trzecie ich wyrazy są takie same, a jedenasty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy piątemu wyrazowi ciągu geometrycznego.

Oblicz granice: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n^2+1}{5n^2+3n-1}$ i $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{b_n+5}{4^n+7}$.

Zadanie 4.
Kontrola jakości w zakładzie produkującym odkurzacze przebiega dwuetapowo. Podczas pierwszej kontroli losowo sprawdza się piątą część wyprodukowanych odkurzaczy. Podczas drugiej kontroli losowo sprawdza się 40% odkurzaczy spośród tych, które nie podlegały pierwszej kontroli.
a) Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrany odkurzacz był badany pod względem jakości.
b) Oblicz prawdopodobieństwo, że spośród trzech zakupionych odkurzaczy co najwyżej jeden nie był skontrolowany.

Zadanie 5.
a) Rozwiąż nierówność $\log_{\sin x}2+\log_{\sin^2 x}2+3\le 0$ dla $x\in\langle 0,\pi\ \rangle$.

b)* Rozwiąż układ równań $\begin{cases}\log_{\sin\alpha}x+\log_{\sin^2\alpha}y=\frac{3}{2}\\ \log_{\sin^2\beta}x+\log_{\sin\beta}y=\frac{3}{2}\end{cases}$ gdzie $\alpha,\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.