M A T E M A T Y K A

Tematy pisemnego egzaminu dojrzałości obowiązujące w liceach ogólnokształcących o profilu matematyczno - fizycznym w dniu 10 maja 2000 roku

Zadanie 1.

Wyznacz liczbę różnych rozwiązań równania

$$(x^3 + 5x^2 + 8x + 4)[(m+2)x^2 - 6mx + (4m-1)] = 0$$

w zależności od wartości parametru $m \in R$. Naszkicuj wykres funkcji, która każdej liczbie rzeczywistej m przyporządkowuje liczbę rozwiązań powyższego równania.

Zadanie 2.

Zbadaj przebieg zmienności funkcji $f(x) = \dfrac{e^{2x}}{e^x - 1}$ i naszkicuj jej wykres dla $x \in \left(-\infty; \ln e\right\rangle$.

Zadanie 3.

Dane są punkty $A = (2;1)$, $B = (-3;2)$, $C = (2m-1;1-m)$. Dla jakich wartości m środek okręgu opisanego na trójkącie ABC jest położony na osi OY, a dla jakich wartości m pole tego trójkąta jest równe 3?

Zadanie 4.

Dany jest czworościan foremny, którego krawędź ma długość 4. Ze zbioru wszystkich środków krawędzi i wierzchołków tego czworościanu wybieramy losowo dwa różne środki krawędzi i jeden wierzchołek. Pole trójkąta o wierzchołkach w wybranych punktach jest wartością zmiennej losowej. Podaj rozkład tej zmiennej losowej .

Zadanie 5.

5a) *Znajdź* wszystkie rozwiązania równania $\left|\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x\right| = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

'5b) Wykaż, że jeżeli A, B i C są miarami kątów dowolnego

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\frac{\beta}{2} + \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} + \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 1.$$