ELEMENTY
HISTORII
MATEMATYKI

Zebrała: Katarzyna Górska Kl. IV C

„Matematyka jest alfabetem, przy pomocy którego Bóg opisał wszechświat."

GALILEUSZ

„Między duchem a materią pośredniczy matematyka."

HUGO STEINHAUS

„Matematyka jest sztuką nadawania różnym rzeczom tych samych nazw."

H. POINCARE

„Pewnego razu znany matematyk polskiego pochodzenia Mark Kac wygłaszał referat w Kalifornijskim Instytucie Technologii. Wśród słuchaczy był sławny fizyk, Richard Feynman, który lubił podkpiwać z przesadnej dbałości o ścisłość matematyków. - Gdyby matematyka nie istniała - rzekł w pewnej chwili do Kaca - to świat cofnąłby się tylko o tydzień. - Ależ tak - bez namysłu odpowiedział Kac - właśnie o ten tydzień, w którym Pan Bóg stworzył świat."

ANEGDOTA MATEMATYCZNA

SPIS TREŚCI

I. WSTĘP

Historia matematyki jest dziedziną tak skomplikowaną i obszerną, że jej całościowe i pełne opracowanie wydaje się trudne, jeśli nie niemożliwe dla wybornych znawców tematu, a co dopiero dla takiej skromnej uczennicy jak ja. Praca ta w rzadnym raznie nie aspiruje do całościowego ujęcia tematu, wręcz przeciwnie, stara się opisać wybrane, ciekawe elementy historii matematyki w możliwe jak najbardziej interesującej formie. Podkreślić ma to jeszcze tytuł pracy (jeśli ma to być nawiązanie do słynnych „*Elementów*" Euklidesa, to chyba ironiczne). Oczywiście praca ta nie mogłaby się obejść bez „niezbędników" takich jak historia liczb czy biografie słynnych matematyków, może nie zawsze jest to specjalnie ciekawe, ale na pewno stosowne. Życzę miłej lektury i mam nadzieję, że Czytelnik wybaczy mi wszelkiego rodzaju potknięcia i pomyłki...

II. HISTORIA CZEGO?

Jakkolwiek głupio by to nie brzmiało, zanim zaczniemy przedstawiać historię, czy elementy historii matematyki, dobrze byłoby wiedzieć o czym w ogóle mówimy. Matematyka jest nauką bardzo rozległą, ciągle się rozwijającą, na przestrzeni wieków różnie pojmowany był jej zakres i przedmiot. A więc już na wstępie zróbmy rzecz najprostszą – odwołajmy się do definicji.

MATEMATYKA – pierwotnie, w starożytności, nauka o liczbach (arytmetyka) i figurach geometrycznych (geometria), która rozwinęła się na gruncie filozofii na przełomie V i IV w.p.n.e. dzięki tzw. „matematykom" w szkole „młodych pitagorejczyków", do których należeli m.in.: Archystas z Tarentu, Eudoksos z Kniodos, Eurytas; w ruchu tym uczestniczyli także Anaksagoras, Demokryt, a potem Platon i Arystoteles; obecnie ogół teorii dedukcyjnych dotyczących abstrakcyjnych obiektów; każda teoria matematyczna posiada pewne aksjomaty oraz dedukcyjnie wyprowadzone z nich twierdzenia; w tym sensie teoria matematyczna jest zbiorem aktualnie poznanych konsekwencji pewnych aksjomatów; początki matematyki jako technik rachunkowych rozwinęły się w Babilonii (m.in. system sześćdziesiątkowy stosowany w mierze czasu i kątów do dziś) i Egipcie; znaczący wkład w rozwój matematyki wnieśli Grecy (Tales z Miletu, Euklides, Archimedes, Haron, Pitagoras); w wiekach średnich matematyka rozwijała się głównie w kręgu kultury hinduskiej i arabskiej (liczba, dziesiętny system liczbowy), pod koniec średniowiecza osiągnięcia arabskie zostały rozpropagowane w kręgu kultury europejskiej (Leonardo z Pizy); w XVI i XVII w. Matematyka gwałtownie rozwijana była w Europie (teoria rozwiązywanie równań algebraicznych, początki rachunku różniczkowego i całkowego, początki rachunku prawdopodobieństwa: G.Cardano, R.Descartes, P.Fermat, I.Newton, G.W.Leibnitz, J.Bernoulli, B.Pascal); wiek XVIII przyniósł dalszy rozwój matematyki głównie w zastosowaniach fizycznych (teoria równań różniczkowych: L.Euler, J.Lagrange, P.Laplace); późniejszy rozwój matematyki to jej znaczne sformalizowanie, wyabstrahowanie i uogólnienie (analiza matematyczna, algebra abstrakcyjna, geometria, teoria mnogości, topologia: G.Cantor, A.L.Cauchy, C.F.Gauss, K.Weierstrass, N.H.Abel, E.Galois, L.Kronecker, G.Peano,

N.I.Łobaczewski, G.Riemann, H.Minkowski, D.Hilbert, S.Banach); współcześnie intensywnie rozwija się matematyka stosowana (np. statystyka, cybernetyka, teoria gier)

Źródło: Popularna Encyklopedia Powszechna, Oficyna Wydawnicza, Kraków 95

„Naiwna, ale nadająca się do słownika i do początkującego rozumienia rzeczy definicja głosi, że matematyka jest nauką o liczbie i przestrzeni. Trochę ją rozszerzając można by dodać, że matematyka traktuje także o symbolizmie odnoszącym się do liczby i przestrzeni. Definicja ta, mająca za sobą historyczną tradycję, posłuży nam za punkt wyjścia."

P.J. Davis, R. Hersh "Świat Matematyki"

IX. HISTORIA WYBRANYCH ELEMENTÓW MATEMATYKI

1. Uwagi ogólne

Najstarsze tabliczki matematyczne, jakie do nas dotarły, są datowane na rok 2400 przed Chr., nie ma wszakże powodu wątpić, że bodźce do tworzenia matematyki istniały od początku cywilizacji.
Ciekawy pogląd na początki matematyki miał Alfred Whitehead – amerykański matematyk i filozof :
„Pierwsze odkrycie matematyczne: istnieje pięć jabłek i jest to więcej niż trzy jabłka jest doniosłe dla człowieka, bo:

- Abstrahuje od rozważań nad poszczególnymi jednostkami
- Uwagę swą koncentruje na relacji między tymi zbiorami
- Uwalnia się od szczególnych przypadków
- Pozostaje w dziedzinie całkowitej i absolutnej abstrakcji
- Pozwala zrozumieć estetyczne treści doświadczenia, czyli: ujawniać konkretne jego treści, wyodrębniać jego jednostkowe składniki i rozpatrywać je z osobna i przedstawiać ogólne warunki spełniane przez związek tych jednostkowych składników."

Nie ma chyba kultury, choćby najbardziej prymitywnej, w której nie byłoby jakiejś matematyki, Główny strumień matematyki zachodniej, jako pewnego systematycznego ciągu bierze swój początek w Egipcie i Mezopotamii, skąd przeniknął do Grecji i grecko – rzymskiego świata. Na jakieś pięćset lat po upadku Rzymu żar twórczości matematycznej zgasł w Europie niemal całkowicie, trwając jedynie, jak się uważa, w Persji. Po stuleciach bezczynności rozbłysnął ponownie w świecie islamu, a stamtąd przez Sycylię i Włochy rozprzestrzeniła się na całą Europę.

Z innych strumieni aktywności matematycznej wymieńmy: chiński, japoński, hinduski, inko - aztecki. Przedmiotem badań i hipotez pozostają związki między matematyką wschodnią a zachodnią.

Zwięzła chronologia może wyglądać tak:

Egipt:	**od 3000 do 1600 przed Chr.**
Babilon:	**od 1700 do 300 przed Chr.**
Grecja:	**od 600 do 200 przed Chr.**
Świat grecko – rzymski:	**od 150 do 525 po Chr.**
Islam:	**od 750 do 1450 po Chr.**
Zachód:	**od 1100 do 1600 po Chr.**
Czasy współczesne:	**od 1600 do dzisiaj**

Dzisiaj nową matematykę tworzy niemal każdy kraj na świecie. Nawet nowe, dopiero wyłaniające się narody dążą do ustanowienia na swoich uniwersytetach współczesnych programów z matematyki, a jako znamię swojej dojrzałości traktują własną aktywność badawczą.

W odróżnieniu od względnej izolacji, jaka istniała między wczesną matematyką wschodnią a zachodnią, matematyka dzisiejsza jest jedna. Pracuje się nad nią jawnie i otwarcie, a skrytość, praktykowana przez matematykę renesansu i baroku, niemal nie istnieje. Istnieje natomiast szeroka, międzynarodowa wymiana publikacji, narodowe i międzynarodowe otwarte spotkania, a także wymiana uczonych i studentów.

2. Geometria

Słowo "geometria" oznacza dosłownie po grecku "mierzenie ziemi". Po polsku do dziś miarę powierzchni nazywamy "polem". Nie jest to przypadek: geometria zaczęła się właśnie od pomiarów pól uprawnych. Jak pisze grecki uczony **Proklos**, szczególną potrzebę pomiarów zmieni odczuwali Egipcjanie z powodu corocznych wylewów Nilu. Na zalanych terenach rozmywały się miedze i trzeba było wyznaczać pola na nowo. Od powierzchni pola zależały też podatki (a państwa starożytne były nie mniej biurokratyczne niż współczesne). Początkowo geometria była nauką empiryczną: przybliżone metody rachunkowe odkrywano na podstawie doświadczeń. W ten sposób odkryto np. **twierdzenie Pitagorasa** (na długo przed Pitagorasem), jednak przyjmowano również wiele twierdzeń fałszywych. W Mezopotamii na przykład obliczano pole czworokąta o kolejnych bokach długości a, b, c, d ze wzoru dobrego tylko dla prostokąta: $P=[(a+c)/2] * [(b+d)/2]$.
Dopiero starożytni Grecy rozwinęli geometrię, jako naukę ścisłą. Zaczęli oni udowadniać znane już twierdzenia, dzięki czemu oddzielili prawdziwe od fałszywych, odkryli też wiele nowych.Wielkie znaczenie miało odkrycie niewymierności.
W starożytnej Grecji stworzono znaczną część geometrii elementarnej. Dzisiejszy program szkolny jest znacznie skromniejszy niż sprzed 2000 lat. Grecy umieli wykonywać bardzo trudne konstrukcje geometryczne, znali krzywe stożkowe, wielościany foremne (a nawet wiedzieli, że nie ma innych wielościanów poza tymi, które znają) itd.
Niemal całą wiedzę starożytnych matematyków zebrał i uporządkował metodą aksjomatyczną Euklides w dziele "Elementy". Według tej księgi uczono jeszcze w XIX w.

- Wykładowcy dzielą się na dwie grupy. Jedni zaczynają wykład słowami "Już Platon i Arystoteles...", drudzy: "Jeszcze Platon i Arystoteles..."

P. Mołczanow, aerolog

3. Algebra

Wyraz "algebra" wywodzi się z języka arabskiego. Cała matematyka grecka była właściwie geometrią i to nie tylko dlatego, że zajmowano się przede wszystkim problemami geometrycznymi, ale i dlatego, że również wiele twierdzeń dziś algebraicznych formułowano w sposób geometryczny. Na przykład u **Euklidesa** zamiast wzorów skróconego mnożenia mamy równości pól odpowiednich prostokątów (dziś stosujemy je tylko jako ilustrację dla wyjaśnienia wzorów). Coś z tego podejścia zostało niemal do dziś : jeszcze 100 lat temu zamiast "pierwiastek kwadratowy" mówiło się "ściana kwadratowa" (tzn. bok kwadratu; w domyśle bok kwadratu o danym polu).

Osiągnięcia Greków nie zostały zapomniane w epoce wczesnego średniowiecza właśnie dzięki Arabom. Gdy w późnym średniowieczu kultura europejska odżyła, Europejczycy mogli poznać dzieła starożytnych, przechowywane przez Arabów (wiele z nich trzeba było tłumaczyć z arabskiego), a także to , co Arabowie przez kilka wieków sami stworzyli, między innymi algebrę.

Początkowo Europeczycy tylko uczyli się, potem jednak zaczęli sami rozwijać nową dziedzinę wiedzy. Wielkim osiągnięciem było rozwiązanie równań trzeciego stopnia (kwadratowe rozwiązywano już dawniej).

Choć algebra jest dziełem Arabów, to zadania o stopniu trudności odpowiadającym dzisiejszemu gimnazjum rozwiązywali już Sumerowie 4000 lat temu.

4. Liczby

Historia Liczb

Data	**Historia zapisu numerycznego**
30 000/20 000 p.n.e.	Pierwsze prechistoryczne kości z nacięciami
3300/2850 p.n.e	Pojawienie się cyfr sumeryjskich "proto-elamickich" i hieroglifów egipskich
3100/2900 p.n.e	
2700 p.n.e	Pojawienie się sumeryjskich cyfr klinowych
2600/2500 p.n.e.	Pojawienie się hieratycznych cyfr egipskich
II poł. III tysiąclecia p.n.e	Semici mezopotamscy zapożyczają cyfry klinowe i adaptują je stopniowo do bazy 10
2400/2300 p.n.e.	
2300 p.n.e	
I poł. II tysiąclecia p.n.e.	Asyryjsko-babilońska dziesiętna numeracja klinowa (system codziennego użytku) wypiera stopniowo sumeryjski system sześćdziesiątkowy i rozpowszechnia się na Bliskim Wschodzie
1900/1800 p.n.e.	Pojawienie się najstarszej numeracji pozycyjnej znanej wśród uczonych babilońskich (system oparty na bazie 60 i znakach klinowych)
XVII w. p.n.e.	
II poł. II tysiąclecia p.n.e.	Hieratyczna numeracja egipska kończy swą ewolucję.
XIV w.p.n.e.	

Koniec XIV w.p.n.e.	Pojawienie się najstarszych znanych cyfr chińskich.
Koniec XII w.p.n.e.	
Początek I tysiąclecia p.n.e.	Żydzi zapożyczają hieratyczne cyfry egipskie.
Koniec IX/początek VIII w.p.n.e.	
VIII w.p.n.e.	
Koniec VIII w.p.n.e.	Najstarsze znane dowody numeracji aremejskiej
VII w.p.n.e.	
Koniec VII/początek VI w.p.n.e.	
Koniec VI w.p.n.e	Najstarsze znane dowody numeracji fenickiej.
II połowa I tysiąclecia p.n.e.	Rozprzestrzenienie się cyfr aramejskich na Bliskim Wschodzie (Mezopotamia,Syria,Palestyna, Egipt, Arabia Północna)
V w.p.n.e.	Pojawienie się greckiej numeracji akrofonicznej w Attyce. Pojawienie się numeracji akrofonicznej pochodzenia południowoarabskiego w napisach sabejskich.
IV w.p.n.e.	Rozprzestrzenienie się greckiej numeracji akrofonicznej w krajach świata helleńskiego.
Koniec IV/początek III w.p.n.e.	Pierwsze znane świadectwa greckiej numeracji alfabetycznej pojawiają się w Egipcie.
Środek III w.p.n.e.	Rozprzestrzenienie się numeracji aramejskiej w północno-zachodnich Indiach,Pakistanie i Afganistanie. Rozprzestrzenienie się alfabetycznej numeracji greckiej na Bliskim Wschodzie i wschodnich wybrzeżach Morza Śródziemnego. Pojawienie się uczonych Babilonu pierwszego znanego w historii zera.
II w.p.n.e.	Pełniejsze pojawienie się cyfr brahmi w buddyjskich napisach z Nana Ghat (cyfry te, stanowiące pierwowzory dziewięciu cyfr "znaczących" (tj. różnych od zera) indyjskich,arabskich i europejskich nie są używane zgodnie z zasadą pozycyjną)
Koniec II w.p.n.e.	Najstarsze znane dowody użycia liter hebrajskich jako cyfr.
II w.p.n.e. - II w.n.e	Pojawienie się dziesiątkowego systemu pozycyjnego rachmistrzów chińskich (system zwany suan zi lub system "kresek liczbowych").Nie ma on zera.
I lub II w.	
Pierwsze wieki ery nowożytnej	Cyfry indyjskie od 1 do 9 nie wydają się jeszcze używane według zasady pozycyjnej
Koniec III - początek IV w.	Pierwsze znane przykłady użycia systemu Majów do wyrażania dat i odcinków czasu w "długim rachunku"(system zwany systemem szeregów początkowych)
IV-VI w.	Prawdopodobny okres pojawienia się zera i numeracji pozycyjnej kapłanów-astronomów z plemienia Majów.
28.VIII.458	Data Lokavibhagi, tekstu dżainickiego w sanskrycie, dotyczącego kosmologii.

	Dzieło to stanowi najstarsze znane potwierdzenie stosowania znaków numerycznych języka sanskryckiego i posługuje się udoskonalaną koncepcją zera oraz zasadą pozycyjną przy bazie 10.
ok. 510	Dwa przykłady zastosowania cyfr sanskryckich zostały stwierdzone u astronoma indyjskiego Aryabhaty. U autora tego widać ponadto początki systemu pozycyjnego i zero.
ok. 575	Cyfry sanskryckie są stosowane bardzo obficie (łącznie z zerem) przez indyjskiego astronoma Varahamihirę. Poczynając od tego okresu, tak ujęty system staje się zresztą prawie wyłącznym narzędziem astronomów i matematyków indyjskich.
595	Data najstarszego znanego indyjskiego dokumentu epigraficznego (chodzi o akt donacyjny na miedzi) świadczącego o używaniu 9 cyfr znaczących według systemu pozycyjnego.Ten nowy system, którego znaki wywodzą się ze starożytnegozapisu brahmi i są pierwowzorami cyfr nowoczesnych, stanowi pierwszy pisany system dziesiętny o strukturze identycznej ze stosowaną przez nas.
598	Data najstarszego sanskryckiego napisu z Kambodży (data 520 śaka jest tam wyrażona za pomocą zera i cyfr sanskryckich zgodnie z zasadą pozycyjną)
628/629	Użycie pisanego systemu pozycyjnego numeracji dziesiętnej i znaku zera jest już znakomicie ustalone w Indiach. Astronom Bhaskara I używa nie tylko systemu pozycyjnego sanskryckich znaków cyfrowych, ale ponadto znaku zera i 9 cyfr znaczących
VII w.	Pojawienie się syryjskiej numeracji alfabetycznej.
662	Świadectwa dostarczone przez biskupa syryjskiego Sewera Sebokta na temat indyjskich metod rachunku za pomocą 9 cyfr.
683	Najstarszy zapis khmerski datowany za pomocą zera i 9 cyfr pochodzenia indyjskiego zgodnie z zasadą pozycyjną
683/686	Najstarsze napisy w języku staromalajskim datowane za pomocą zera i 9 cyfr pochodzenia indyjskiego
687	Najstarszy napis sanskrycki z Champy zawierający datę wyrażoną cyframi według zasady pozycyjnej.
718/729	Astronom buddyjski pochodzenia indyjskiego, osiadły w Chinach, daje świadectwo znajomości zera i rachunku za pomocą 9 cyfr indyjskich
732	Najstarszy sanskrycki napis jawajski , zawierający datę wyrażoną cyframi w systemie pozycyjnym.
760	Najstarsza tubylcza inskrypcja jawajska (system kawi) zawierająca datę wyrażoną za pomocą zera i 9 cyfr pochodzenia indyjskiego.
VIII w.	Pojawienie się alfabetycznej numeracji arabskiej (system zwany Abjad). Pojawienie się zera pochodzenia indyjskiego w chińskiej dziesiętnej numeracji pozycyjnej ("kreski liczbowe")
Koniec VIII w.	Wprowadzenie indyjskiej dziesiętnej numeracji pozycyjnej i zera na ziemiach islamu.
813	Najstarszy tubylczy napis z Champy datowany za pomocą zera i 9 cyfr pochodzenia indyjskiego
875/876	Najstarsze znane w Indiach napisy w kamieniu zawierające dane liczbowe wyrażone za pomocą zera i 9 cyfr znaczących nagari
IX w.	Pojawienie się cyfr zwanych ghobar u Arabów na terenie Hiszpanii i Maghrebu (znaki, których pisownia stanowi pierwowzór średniowiecznych i

	współczesnych cyfr europejskich)
976/992	Dwa rękopisy muzułmańskie pochodzące z Hiszpanii przynoszą zapis 9 cyfr w formie zbliżonej do typu ghobar: są to najstarsze znane europejskie świadectwa stosowania "cyfr arabskich"
X-XII w.	Rachmistrze europejscy wykonują swoje operacje arytmetyczne na abaku słupkowym Gerberta i jego uczniów: używają do tego rogowych żetonów oznaczonych jedną z 9 cyfr pochodzenia "indoarabskiego"(apices)
XIIw.	Wprowadzenie znaku "zero" na Zachodzie : rachmistrze europejscy wykonują swoje operacje bez słupków zapisując 9 cyfr i zero na piasku: tak pojawili się algoryści. Począwszy od tego okresu pisownia cyfr "arabskich" zaczyna się ustalać.
XIII-XIV w.	
XV w.	Upowszechnienie użycia i postępująca normalizacja cyfr "arabskich" w Europie

Systemy liczbowe w wybranych krajów

BABILON

Liczby babilońskie są kombinacjami trzech znaków: jedynki, dziesiątki i setki. Za pomocą takich znaków pisano każdą liczbę nawet 1000 lub 32. Orpócz tego sposobu posiadali oni także system pozycyjny i układ sześćdziesiątkowy. W tym systemie znak jedynki może oznaczać 1, 60, 60*60 itd. Tak samo w zależności od miejsca znaku dziesiątki może oznaczać 10, 10*60, 10*60*60, 10*60*60*60 itd. Babilończycy mieli coś w rodzaju symbolu, którym wyrażali zero. Aby wyrazić brakujące miejsce pisali dwa pochyłe znaki jedynki. Babilończycy używali także ułamków zwykłych i sześćdziesiątkowych (o mianownikach 60 i jego potęgach), które pisali tak jak piszemy ułamki dziesiętne. Babilończycy potrafili wykonywać cztery działania arytmetyczne na liczba naturalnych i ułamkowych. Umieli obliczać procenty, dzielić liczbę na części proporcjonalne. Z dziedziny geometrii wiedzieli tyle, ile trzeba było dla miernictwa i budownictwa; umieli obliczać pola figur ograniczonych odcinkami, np. pola trójkątów i czworokątów.

GRECJA I RZYM

Cyfry rzymskie są powszechnie znane i są używane jeszcze obecnie, między innymi na tarczach zegarowych, w inskrypcjach na tablicach pamiątkowych, w numeracji kart książek itp. Większoći z was wiadomo, żę np L-oznacza 50, C-100, D-500, M-1000. Symbole M i Csą początkowymi literami słów: centum-100 i ,mille-1000. Symbole L i D są prawdopodobnie również początkowymi literami słów, ale słowa te nie zachowały się. Za pomocą cyfr Rzymianie pisali liczby, stosując zasadę dodawania lub odejmowania np:

LX=60(50+10), XL=40(50-10), CM=900(10001-100), MC=1100(1000+100)

Opisa cyfr rzymskich

I=1, V=5, X=10, L=50, C=100, D=500, M=1000

Rzymianie podobnie tak jak babilończycy używali ułamków o mianowniku60 oraz o mianownikach 12; 24 i 48 a zatem: 1/24 jest połową, a 1/48 jest 1/4 częścią 1/12. Rzymscy szkolarze uczyli się ułamków w związku z liczeniem pieniędzy, z używaniem miar i wag. Rzymska moneta "as", początkowo bita z miedzi ważyła 1 funt i dzieliła się na 12 uncji. Istniała specjalna nazwa: deunx-dla wyrażenia 11/12 (deunx = de uncia) czyli as bez jednej uncji. Rzymianie potrafili liczyć w pamięci , jedank ułatwiali sobie za pomocą abaka (abacus), tj, deski podzielonej na kolumny pionowe, po których przesuwano kamyki albo specjalne liczmany(tu ma być rysunek).

System grecki

Grecy stosowali dwa sposobyzapisywania liczb: joński i ateński. Sposobem jońskim liczby wyrażano literami alfabetu. Jendak aby odróżnić liczbę od słowa, pisali nad nim kreskę. tym sposobem prwdopodobnie posługiwali się mieszkańcy Miletu, Aleksandrii oraz regionów greckich pozostających pod wpływem kultury tych mias. Prwdopodobnie cyframi jońskimi posługiwali się Tales, Euklides, Archimedes, Apollinos, Heron i inni uczeni i filozofowiedziałający w Aleksandrii i Małej Azji.

Cyfry hinduske

Aktualnie używane liczby to tak na prawde cyfry hinduskie. Nraody eouropejskie poznały je dzięki arabom.Sławny matematyk Leonardo Fibonacci z Pizy jako pierwszy podał je w swoim wielkim dziele Liber Abaci (Księga abaku) wydanym w 1202 r. Polska była jednym z pierwszych krajów,który wprowadził u siebie cyfry hinduskie, a było to w XIV stuleciu. Arytmetyka oparta na użyciu cyfr hinduskich była u nas wykładana w Akademii Krakowskiej

EGIPT

Prawie tak samo stare jak babilońskie są cyfry egipskie. Do wyrażania swoich myśli i słów stosowali hieroglify.(rysunek). Uproszczone pismo hieroglificzne nazywamy pismem hieratycznym. W obu rodzajach pism Egipcjanie mieli specjalne znaki dla cyfr.(rysunek). Egipcjanie najpierw pisali liczby wyższego rzędu, a następnie niższego rzędu. Stosowali przy tym zasadę dodawania lub mnożenia.(rysunek). Egipcjanie posługiwali się także ułamkami. Wszystkie egipskie ułamki miały w liczniku 1, innych ułamków nawet nie umie wymówić (wyjątkiem jest ułamek 2/3). Ułamki pisali tak jak liczby naturalne umieszczając na nimi kropkę, przy czym dla 1/2 i dla 2/3 mieli oddzielny znak.(rysunek). Aby zapisać pewnien ułamek przedstawiali go w postaci sumy ułamków o licznikach 1. Np. 23/40 przedstawiali jako sumę 1/4+1/5+1/8=23/40. Głównym żródłem wiedzy o liczbach egipskich jest papirus Ahmesa(około 2000-1700 p.n.e.)-pisarza faraona, znaleziony w 1853 roku. Rozumowanie egipcjan było dość proste. Jeżeli 23 chleby podzielimu między 40 osób, to każda otrzyma 1/4,1/5 i 1/8 jednego bochenka.

Historia pięciu najciekawszych liczb (pi, e, i, 0,1) oraz „najpiękniejszego wzoru matematyki”

Niezwykłe związki między liczbami mogą skłaniać do ogólniejszych refleksji; do zastanawiania się nad znaczeniem pojęcia liczby, nad naturą i potęgą matematyki. Wśród znanych wzorów, opisujących zależności wiążące ze sobą różne liczby, wybija się jeden, krótki, prosty, choć na pierwszy rzut oka wyglądający może trochę odstraszająco. Tym niemniej wielu matematyków uważa go za jedno z najpiękniejszych twierdzeń matematyki. Mowa o wzorze

$$e^{i\pi}+1=0$$

.

Cóż w nim takiego szczególnego? Dlaczego wielu matematyków sądzi, że jest on "ładniejszy " od, na przykład, niewątpliwie prawdziwego związku "2+2=4"? Jeden z podstawowych argumentów, jakie się wysuwa, stwierdza, że wzór $e^{i\pi}+1=0$ w zadziwiająco prosty sposób łączy w sobie pięć najsłynniejszych stałych matematycznych. Stałe te pojawiły się w matematyce zupełnie niezależnie, dla potrzeb różnych gałęzi tej nauki. Także i dziś, w matematyce współczesnej, definiuje się je całkiem odmiennymi sposobami - z wyjątkiem liczb 0 i 1, które w oczywisty sposób wydają się "podobne", różne od pozostałych trzech.

"Liczby naturalne stworzył dobry Bóg, a całą resztę wymyślili ludzie" - powiedział wybitny matematyk niemiecki XIX wieku, Leopold Kronecker. Liczby naturalne (czyli: 1, 2, 3, 4,... itd.) znano od niepamiętnych czasów, jako że mają one związek z praktyczną działalnością człowieka, czyli liczeniem przedmiotów. Wielu matematyków zalicza do liczb naturalnych również 0.

Historia zera

Zero pojawiło się w historii zaskakująco późno. Starożytni Grecy, którzy ogromnie przyczynili się do rozwoju matematyki, nie znali pojęcia zera, co bardzo poważnie komplikowało ich sposób zapisywania liczb. Żmudną i niełatwą pracę stanowiło wykonywanie działań. Podobnie było przy użyciu rzymskiego systemu zapisu liczb. Jeśli ktoś ma wątpliwości, niech pomnoży przez siebie dwie liczby: CCCLX i DXXIII - ale bez tłumaczenia na układ dziesiętny. Zero wprowadzono, wraz z liczbami ujemnymi, w Indiach (VI-VIII wiek n. e., choć podobno Chińczycy znali je wcześniej). Hindusi rozpowszechnili też system pozycyjny zapisywania liczb, choć przypuszcza się, że początkowo korzystali jedynie z dziewięciu cyfr odpowiadających naszym cyfrom od 1 do 9, zera zaś zaczęli używać znacznie później; nazywali je sunya, co miało znaczyć "pusty" lub "próżny". Dziesiętny system pozycyjny wraz z zerem przejęli od Hindusów Arabowie. Zwrot "pusty" przetłumaczyli mniej więcej na as-sifr, co z kolei przełożono na łacinę jako zephyrum. Od tego wyrazu wywodzi się słowo "zero", a także "cyfra".
Bardzo długo jednak zera nie traktowano jako liczby równouprawnionej z innymi. Zero oznaczało "nic", a "nic" nie może przecież być liczbą. Służyło ono do zapełniania dziur i pustych miejsc, co często prowadziło do nieporozumień, pomyłek i nadużyć. Jeszcze w XV wieku zero traktowano z dużą rezerwą. Na przykład równanie

$$x^2-3x=0$$

przy użyciu ówczesnej symboliki zapisywano w wersji

$$x^2=3x,$$

gdyż 0, jako nic nie oznaczające, nie powinno występować w równaniu. Systematycznie pomijano też rozwiązania zerowe. Opór związany ze stosowaniem zera został przełamany w XVI i XVII wieku, gdy rozwinęły się techniki rachunkowe istotnie wykorzystujące system pozycyjny.
Zaliczenie zera do liczb naturalnych jest oczywiście kwestią umowy, ale ma swoje niebanalne uzasadnienie. Otóż jeśli liczby naturalne zdefiniuje się na gruncie teorii mnogości (czyli teorii zbiorów, w pewnym sensie najbardziej podstawowej), to korzystnie będzie uznać zero za liczbę naturalną; liczby naturalne określone są przy wykorzystaniu cech zbiorów skończonych, a 0 jest liczbą elementów zbioru pustego.

Historia jedynki

Warto dodać, że jedynka odgrywała wyjątkową rolę w arytmetyce starożytnych Greków. Nie uważali oni jedynki za liczbę, ale za coś w rodzaju "praliczby", czyli obiektu, który jedynie służył do tworzenia prawdziwych liczb. Według Greków pierwszą prawdziwą liczbą była dopiero dwójka.

Wyjątkowość 1 i 0

Czym liczby 0 i 1 wyróżniają się spośród pozostałych liczb naturalnych, na czym polega ich wyjątkowość? Odpowiedź na to pytanie wiąże się z dwoma podstawowymi działaniami arytmetycznymi - dodawaniem i mnożeniem. Działanie (w jakimś zbiorze) to przyporządkowanie dwóm dowolnym elementom z tego zbioru elementu trzeciego. Na przykład w zbiorze liczb naturalnych działaniami są: dodawanie, mnożenie, przyporządkowanie dwóm liczbom ich najmniejszej wspólnej wielokrotności. Oczywiście działania nie muszą być określone na zbiorach liczbowych, na przykład działaniem jest przyporządkowanie dwóm uczniom z jednej szkoły starszego z nich albo dwóm zbiorom ich części wspólnej. Licznych przykładów dostarcza geometria, działaniem jest składanie przekształceń. Zauważmy, że odejmowanie nie jest działaniem w zbiorze liczb naturalnych! Żadnej liczby naturalnej nie otrzymamy bowiem w wyniku operacji 3-5 (albo 7-11). Odejmowanie jest natomiast działaniem w zbiorze liczb całkowitych (..., -3, -2, -1,0,1,2,...). Przyporządkowywać dwóm elementom trzeci można oczywiście na całkowicie dowolne sposoby, przy czym działania mogą być bardzo różne. Jednakże te, nad którymi badania mają znaczenie, winny spełniać rozmaite dodatkowe warunki. Warunki te nie są zbyt wysublimowane, raczej naturalne, ale bez nich po prostu działania stają się mało interesujące. Jednym z takich ograniczeń jest żądanie, by w zbiorze istniał element neutralny - czyli taki, że działanie nim na dowolny inny element niczego nie zmienia, pozostawia ten drugi w tej samej postaci (i to niezależnie od kolejności działania). Tę własność ma jedynka przy mnożeniu, zero zaś przy dodawaniu. Istotnie:

$$1 \times a = a \times 1 = a$$
$$0 + a = a + 0 = a$$

Dzieje się tak dla dowolnej liczby a - zarówno naturalnej, jak i całkowitej, wymiernej czy rzeczywistej. Liczby 0 oraz 1 są zatem elementami neutralnymi dwóch podstawowych działań.

Historia liczby π

Liczby π i e są daleko mniej "porządne" od zera i jedynki.

Jedną z pierwszych wielkich niespodzianek dotyczących liczb było odkrycie liczb niewymiernych. Przygoda ta przytrafiła się starożytnym Grekom, próbującym wyliczyć długość przekątnej kwadratu o danym boku. Okazało się wtedy, że stosunek długości przekątnej do boku nie jest liczbą wymierną, to znaczy nie da się przedstawić w postaci ilorazu dwóch liczb całkowitych. Dla Greków był to swego rodzaju szok, waliła się ich koncepcja filozoficzna świata, którym miały rządzić liczby naturalne oraz ich proporcje; nie przypuszczali, że takie obiekty (czyż można je nazwać liczbami?) mogą istnieć. My dziś w liczbie $\sqrt{2}$ nie widzimy nic dziwnego...

Liczba π ma podobny rodowód, choć przez tysiąclecia nikt nie zastanawiał się nad jej naturą. Ale już w starożytności zauważono, że stosunek długości obwodu okręgu do długości jego średnicy (tak najczęściej definiuje się p) jest wielkością stałą i, co istotne, wielce przydatną do obliczania pól rozmaitych figur. Tym niemniej dokładnej jego wartości nie udało się wyliczyć (a rozważali ten problem już Babilończycy dwa tysiące lat przed naszą erą; przyjmowali oni, że stosunek ten wynosi w przybliżeniu 3). Ciekawe, że w piramidzie Cheopsa stosunek sumy dwóch boków podstawy do wysokości wynosi 3,1416, czyli przybliżenie π z dokładnością do czterech miejsc po przecinku! Dziś nie można stwierdzić, czy był to zadziwiający przypadek, czy wynik geniuszu nie znanych nam z imienia uczonych. Ponad dwa tysiące lat później, w III wieku przed Chrystusem, Archimedes, jeden z najwybitniejszych umysłów w historii, oszacował π jako 22/7 (czyli z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku), a do wyniku 3,1416 doszedł dopiero w II wieku naszej ery Klaudiusz Ptolemeusz.

Używany dzisiaj symbol π nie pochodzi wcale z czasów starożytnych. Wprowadził go w 1706 roku William Jones w książce *Synopsis Palmariorum Matheseos* (π pochodzi od pierwszej litery greckiego słowa "peryferia"), a rozpowszechnił później Leonhard Euler (1707-1783). Liczba ta nazywana jest też ludolfiną, od imienia Ludolpha van Ceulena, który w 1596 roku podał jej przybliżenie z dokładnością do 35 miejsca po przecinku, co w tamtych czasach było wyczynem nie lada. Stopniowo wyliczano π z większą dokładnością; w 1974

roku Jean Guillod i Martine Bouyer rozwinęli π do... milionowego miejsca po przecinku, oczywiście przy użyciu komputera. i na tym się nie skończyło, bo ambitnych nie brakuje. Jesienią 1995 ogłoszony został rekord wynoszący 6 442 450 000 cyfr. Odpowiednią liczbę osiągnięto za pomocą programu napisanego przez Japończyka Daisuke Takahashi, sprawdzonego niezależnie na dwóch komputerach. Czas pracy każdego z komputerów wynosił około 5 dni.
Bardzo szybko okazało się, że liczba π ma istotne znaczenie w wielu fundamentalnych zagadnieniach. Stwierdzono, że za jej pomocą można dokładnie podać, w zależności od promienia, także i pole koła, objętość i pole powierzchni kuli, wielkości związane ze stożkami i innymi bryłami obrotowymi... Wzory zapisane za pomocą π są zaskakująco proste. Niezwykle pomysłowe metody liczenia objętości brył przedstawił Archimedes, który wyniki badań nad kulą i walcem uważał za swoje największe osiągnięcie; zażyczył sobie nawet, aby na jego grobie umieszczono kulę i opisany na niej walec. Archimedes, przy swej ogromnej wszechstronności, był przede wszystkim matematykiem, dziś jednak wielu uważa go głównie za fizyka.

Oto najważniejsze oszacowania liczby π:

Babilończycy (ok. 2000 r. p.n.e.)	$\pi \approx 3$
Egipcjanie (ok. 2000 r. p.n.e.)	$\pi \approx \left(\frac{16}{9}\right)^2$
Archimedes (III w. p.n.e.) - matematyk i fizyk grecki	$\pi \approx \frac{22}{7} \approx 3{,}14$ $\left(3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{10}{70}\right)$
Klaudiusz Ptolomeusz (II w. n.e.) - matematyk grecki	$\pi \approx 3 + \frac{8}{60} + \frac{30}{3600} \approx 3{,}1416$
Alchwarizmi (rok 830) - uczony arabski	$\pi \approx \sqrt{10}$
Bhâskara (XII w.) - słynny matematyk hinduski	$\pi \approx \frac{754}{240} \approx 3{,}1416$
Leonardo z Pizy (ok. 1170-1240)	$\frac{1440}{458\frac{4}{9}} < \pi < \frac{1440}{458\frac{1}{5}}$ (oszacowanie obwodów 96-kątów foremnych), $\pi \approx \frac{1440}{458\frac{1}{3}} = \frac{864}{275} \approx 3{,}1418$

Piotr Metius (rok 1585) - matematyk i astronom holenderski	$\pi \approx \frac{355}{113} \approx 3{,}141593$
François Viète (XVI w.) - matematyk francuski	$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \ \ldots$
Leonhard Euler - matematyk, fizyk i astronom szwajcarski	$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$
Gotfried Wilhelm Leibniz (rok 1673) - matematyki i filozof niemiecki	$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2n-1}$

Jednym z najsłynniejszych problemów starożytności było zagadnienie kwadratury koła; chodziło o to, by skonstruować - używając jedynie cyrkla i linijki - kwadrat o powierzchni równej polu danego koła. Szybko okazało się, że zadanie sprowadza się do konstrukcji odcinka o długości p; w V wieku p.n.e. Hippokrates z Chios doszedł do wniosku, że powierzchnia koła jest proporcjonalna do kwadratu jego promienia. Problem kwadratury koła atakowany był wielokrotnie, przez 2 tysiące lat jednakże bezskutecznie; uzyskano jedynie wiele ciekawych konstrukcji przybliżonych. Autorem jednej z najelegantszych (a przy tym bardzo dokładnej) był Polak, Adam Adamandy Kochański, nadworny zegarmistrz Jana III Sobieskiego. Problem ten rozstrzygnięto dopiero w XIX wieku, ale z nad wyraz zaskakującym efektem.
Przez wiele wieków badacze π prawdopodobnie nie podejrzewali, że liczba ta może nie być wymierna. To, że nic nie wiadomo o wymierności lub niewymierności π, pierwszy zauważył w XVII wieku Christiaan Huygens (1629-1695). Matematycy wieku XVIII byli w zasadzie przekonani o niewymierności π, nie potrafili jednak tego wykazać. Pierwszą próbę dowodu przedstawił w 1767 roku Szwajcar Johann Lambert. Natomiast w roku 1882 Niemiec Ferdinand Lindemann rozstrzygnął ostatecznie podstawowy problem dotyczący liczby π, a tym samym odpowiedział na pytanie o kwadraturę koła. Lindemann wykazał mianowicie, że π jest liczbą przestępną. Co to znaczy?
Otóż wśród liczb niewymiernych istnieją mniej lub bardziej "przyzwoite". Ważne znaczenie mają liczby nazywane algebraicznymi, czyli takie, które są pierwiastkami wielomianów o współczynnikach całkowitych. Każda liczba wymierna ma tę własność; istotnie, jeśli można ją przedstawić w postaci *p/q* , gdzie *p* i *q* są całkowite, to odpowiednim wielomianem będzie *qx* - *p*. Nie tylko liczby wymierne mogą być algebraiczne; na przykład $\sqrt{2}$ jest pierwiastkiem równania $x^2-2=0$. Okazuje się jednak, że nie wszystkie liczby rzeczywiste są pierwiastkami wielomianów o współczynnikach całkowitych; co więcej, tych pozostałych jest bardzo dużo. Nazwano je liczbami przestępnymi i taka właśnie jest w szczególności π.

Fakt, że π nie jest liczbą algebraiczną, rozstrzygnął w sposób definitywny problem kwadratury koła; z rezultatu Lindemanna wynikało, że odpowiedniej konstrukcji, nad którą tyle osób długo się męczyło, żądanymi metodami przeprowadzić po prostu się nie da. Dowód Lindemanna opierał się między innymi na tym, że przestępna jest liczba *e* (co wykazał 11 lat wcześniej Francuz Charles Hermite) oraz na... znanym już wtedy wzorze $e^{i\pi}+1=0$.

Pokazuje to, że wzór, o którym mowa, miał dla matematyki niezwykle znaczące następstwa! w ten sposób doszliśmy do liczby *e*. Zanim jednak bliżej się nią zajmiemy, wspomnijmy jeszcze, że od 1593 roku datuje się inna metoda wyrażania π - za pomocą działań nieskończonych, a zapoczątkowana przez François Vieète'a. Szczególnie ładnie wygląda wzór Leibniza i Gregory'ego z 1674 roku:

$$p/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + ...$$

Nie ma zeń jednak praktycznego pożytku; chcąc za jego pomocą obliczyć π z dokładnością do dziesiątego miejsca po przecinku, należy dodać do siebie około... 5 miliardów wyrazów.

Historia liczby e

Rodowód π;jest geometryczny, a liczba e pojawiła się w matematyce w zupełnie innych okolicznościach. w starożytności jej nie znano. Zetknięto się z nią dopiero na przełomie XVI i XVII wieku. w tym czasie szkocki matematyk John Napier (w Polsce używa się często nazwiska Neper) ułożył tablice logarytmów, bardzo pomocne przy skomplikowanych obliczeniach astronomicznych. Logarytmy pozwalały zamieniać mnożenie na dodawanie, a dzielenie na odejmowanie - i to na znacznie mniejszych liczbach! Dzięki logarytmom astronomowie zaoszczędzili wiele czasu, który musieliby poświęcić na niezwykle żmudne rachunki.

Logarytmy wymyślone przez Napiera były podobne do współczesnych logarytmów naturalnych (tj. logarytmów o podstawie *e*). Liczba *e* nazywana jest także liczbą Napiera, oznaczenie "e" zaś wprowadził w 1736 roku Leonhard Euler. Najczęściej liczbę *e* definiuje się jako granicę ciągu $(1+1/n)^n$, gdy *n* zmierza do nieskończoności. w przybliżeniu *e* = 2,718281... Można ją otrzymać także jako wynik sumy nieskończonej:

$$e = 1 + 1/1! + 1/2! + 1/3! +...$$

Ten wzór bardzo szybko daje dobre przybliżenia. Jak już powiedzieliśmy, liczba *e* także jest liczbą przestępną.

Liczba Napiera ma w matematyce (i to w różnych jej działach) ogromne znaczenie i liczne zastosowania. Szczególnie istotną rolę odgrywa w analizie matematycznej. Dzieje się tak przede wszystkim dlatego, że funkcja wykładnicza o podstawie równej *e* (przypisująca liczbie *x* wartość e^x) nie zmienia się po zróżniczkowaniu, jej pochodna równa jest jej samej: $(e^x)' = e^x$. Dodajmy, że jest to (z dokładnością do stałej) jedyne odwzorowanie o tej własności; mają ją tylko funkcje postaci: x -> Ce^x, gdzie *C* jest pewną stałą.

Liczba *e* pojawia się niejednokrotnie w sytuacjach, w których najmniej byśmy się jej spodziewali. Oto dwa przykłady.

Często poruszanym, ważnym tematem jest lokowanie pieniędzy w bankach, a w szczególności odsetki i procenty. Wyobraźmy sobie, że pojawił się bank, który płaci 100% odsetek. a więc, gdybyśmy złożyli w tym banku złotówkę, to po roku mielibyśmy dwa złote? Niekoniecznie, ponieważ istnieje coś takiego, jak okres kapitalizacji - czas, po jakim doliczane są odsetki. Gdyby ten okres wynosił rok, to rzeczywiście otrzymalibyśmy dwa złote. w niektórych bankach jednak okres ten jest krótszy (trzy miesiące, miesiąc). Przypuśćmy, że w naszym banku okres kapitalizacji wynosi *1/n* część roku; wtedy po roku wypłacą nam $(1 + 1/n)^n$ złotych. Okresy te mogą być bardzo krótkie, w sytuacji idealnej bank powinien prowadzić kapitalizację ciągłą. Wtedy po roku ze złotówki uzyskalibyśmy *e* złotych.

Drugi przykład ma sugestywny model w sferach, powiedzmy, urzędniczych. Wyobraźmy sobie, że sekretarka w pewnym urzędzie miała wysłać kilkanaście listów. w pośpiechu listy wkładała do zaadresowanych kopert w sposób zupełnie przypadkowy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że każdy list trafi do niewłaściwej koperty? Okazuje się, że im większa jest liczba kopert, tym bardziej prawdopodobieństwo to zbliża się do *1/e*. w ogóle w rachunku prawdopodobieństwa *e* pojawia się niemal na każdym kroku.

Historia liczby *i*

Natomiast i... Osobom, które mają z matematyką sporadyczne kontakty liczba *i* często kojarzy się z czymś tajemniczym, jeżeli nie podejrzanym. Liczba *i* znana jest jako "jednostka urojona", a także jako "pierwiastek z -1". w rzeczy samej, sformułowanie takie brzmi bardzo dziwnie; wiadomo przecież, że pierwiastki drugiego stopnia można wyciągać jedynie z liczb dodatnich.

Pierwszymi liczbami, jakie poznaje dziecko, są liczby naturalne. Możemy je dodawać, mnożyć, możemy też układać równania (w pierwszej klasie w miejsce zmiennej wstawia się puste okienko: 3+ _ =5). Nie wszystkie równania udaje się w zbiorze liczb naturalnych rozwiązać, jak na przykład $5+x=1$. Pomocą służą liczby ujemne, w pełni uznane przez matematyków dopiero w XVIII wieku, a dziś dla nas nie stanowiące niczego szczególnego. Podobnie liczby wymierne pomagają rozwiązać równania takie jak 5*x = 1.

Jak już wspominaliśmy, ogromnym zaskoczeniem dla pitagorejczyków było odkrycie, iż istnieje liczba, której nie da się wymierzyć, czyli że używając znanych sobie liczb, nie są w stanie rozwiązać równania: $x^2=2$. i na tej samej zasadzie można w sposób naturalny dojść do liczby *i*; podobnie jak $\sqrt{2}$ określamy jako liczbę dodatnią spełniającą równanie $x^2=2$, tak i definiuje się obecnie jako liczbę taką, że $i^2 = -1$, pierwiastek równania $x^2=-1$. Nie jest to wymysł podyktowany chęcią wprowadzenia jakiegoś nowego symbolu, lecz pojęcie bardzo potrzebne z przyczyn praktycznych.

Liczby zespolone pojawiły się w XVI wieku, gdy zaczęto badać ogólne rozwiązania równań trzeciego stopnia, to jest równań postaci $ax^3+bx^2+cx+d=0$. Okazało się, że w jednym z przypadków, koniecznych do przeprowadzenia pełnego rozumowania, równanie trzeciego stopnia ma trzy pierwiastki rzeczywiste, do których wyliczenia niezbędne jest wprowadzenie pewnej nowej wielkości. Wielkość ta, podniesiona do kwadratu, ma dać -1, ale pełni ona przy rozwiązaniu rolę jedynie pomocniczą. w dalszych rachunkach twory te redukują się i, co zaskoczyło ówczesnych matematyków, otrzymuje się prawidłowe rozwiązanie. Dlatego w początkowym okresie istnienia liczby zespolone (czyli takie, które w swej definicji zawierały *i*) traktowano jako symbole, które same w sobie nic nie znaczą, ułatwiają jednak rachunki. Przez dwa wieki liczby zespolone miały zarówno gorących zwolenników, jak i przeciwników. Nabrały one większego znaczenia w XVIII wieku, gdy Euler zaczął je stosować w analizie matematycznej, otrzymując wiele znaczących rezultatów. Formalne, ścisłe konstrukcje przeprowadzono dopiero w XIX wieku; zrobili to niezależnie Carl F. Gauss (geometrycznie) i William R. Hamilton (algebraicznie), przy czym obie konstrukcje prowadziły do tego samego.

Liczby zespolone możemy sobie wyobrazić jako punkty płaszczyzny - jest to naturalne uogólnienie liczb rzeczywistych, które interpretujemy jako punkty prostej (w tym przypadku poziomej). Liczbę zespoloną z możemy zapisać jako parę (a, b) lub$a+bi$, gdzie *i* definiujemy jako liczbę taką, że $i^2=-1$. Gdy $b=0$, to liczba zespolona jest liczbą rzeczywistą.

Ktoś mógłby powiedzieć, że interpretowanie liczb jako punktów płaszczyzny jest nad wyraz sztuczne. Lecz w czym płaszczyzna jest gorsza od prostej? Pod wieloma względami jest nawet lepsza! To tylko my przyzwyczailiśmy się wyobrażać sobie liczby jako punkty prostej i interpretować je jako długości odcinków. Oczywiście nie można kupić kawałka tasiemki długości *i*, ale to dlatego, że mierzenie długości zarezerwowane jest dla liczb rzeczywistych nieujemnych, tak samo jak nie kupuje się tasiemki o długości -1.

Dowolne dwie liczby naturalne możemy dodać lub pomnożyć. Mając do dyspozycji liczby całkowite, wolno nam także odejmować, liczby wymierne zaś - dzielić. Liczby rzeczywiste pozwalają nam dodatkowo rozwiązywać pewne równania, dzięki liczbom zespolonym możemy rozwiązywać jeszcze inne równania. Ale, co istotne - w strukturze "szerszej" prawdziwe pozostają prawa i wzory znane nam ze struktury "węższej", a rozszerzenie stwarza wiele innych możliwości. Liczby zespolone okazały się rozszerzeniem najlepszym z możliwych; w tym zbiorze można zdziałać znacznie więcej. Dla przykładu - tu każdy wielomian można rozłożyć na czynniki będące dwumianami (wyrażeniami typu "$ax + b$"). Ponadto dzięki liczbom zespolonym można (czasem w wyjątkowo prosty sposób) rozwiązać bardzo wiele problemów, niejednokrotnie wcale z tymi liczbami nie związanych.

Liczba *i*, na pierwszy rzut oka może "sztuczna" (i do tego nieszczęśliwie nazwana, zgodnie z tradycją historyczną, "jednostką urojoną"), jest w matematyce niezwykle przydatna i odgrywa w niej istotną rolę.

”Najpiękniejszy” wzór matematyki

W ten sposób przyjrzeliśmy się dokładniej pięciu najsłynniejszym stałym matematycznym, które, zainspirowane w skrajnie różne sposoby, zostały ze sobą powiązane w zadziwiająco elegancki i prosty sposób za pomocą jednego wzoru. Czy rzeczywiście prosty? Przecież liczba i występuje tu w wykładniku potęgi!
Podnoszenie do potęgi o wykładniku zespolonym niewątpliwie może wyglądać odstraszająco. Potęgowanie kojarzy się nam przede wszystkim z "mnożeniem przez siebie odpowiednią ilość razy", a tu nagle pojawia się "i π". Ale przecież już w szkole potęga (o podstawie dodatniej) zostaje określona dla dowolnego wykładnika rzeczywistego i z tym jakoś udaje się nam oswoić. Czy na przykład wyrażenie =2 =2 nie wygląda na pierwszy rzut oka dziwnie? Na marginesie: =2 =2 jest liczbą przestępną, a dowód tego jest trudny. w sposób naturalny - i praktycznie elementarnie - uogólnia się funkcję potęgową, definiując potęgę liczby dodatniej o wykładniku zespolonym.
Pamiętamy, że liczby zespolone można przedstawić jako punkty płaszczyzny. Leonhard Euler udowodnił, że:

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi,$$

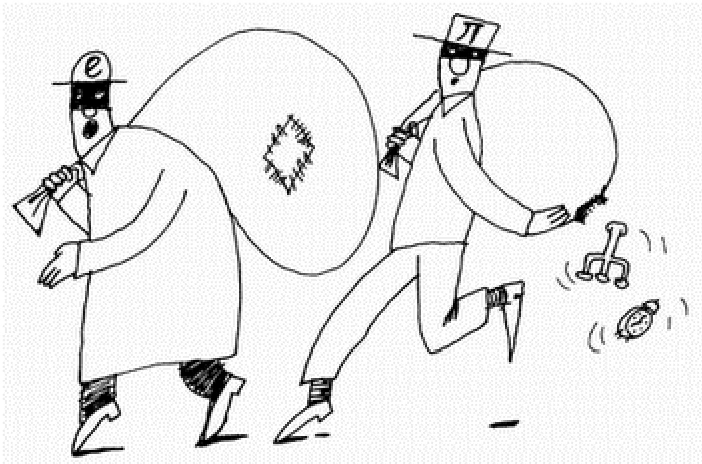
gdzie φ jest liczbą rzeczywistą (nb. dowód wzoru Eulera nie jest zbyt skomplikowany).
Liczba $e^{i\varphi}$ jest zatem punktem płaszczyzny; jego pierwszą współrzędną jest cosφ, drugą zaś sinφ. Ot, i cała filozofia. Mamy więc

$$e^{i\pi} = \cos \pi + i\sin \pi = -1 + 0 = -1,$$

czyli

$$\boldsymbol{e^{i\pi} + 1 = 0.}$$

Kilka fundamentalnych wielkości, które pojawiły się w matematyce zupełnie niezależnie, w bardzo różnych okresach, związanych zostało ze sobą piękną i nadzwyczaj zwięzłą formułą. Dziś wzór $e^{i\pi}+1=0$ należy do abecadła wyższej mate- matyki; niemal każdy matematyk nie tylko go pamięta, ale nawet potrafi udowodnić. Przyniósł on dla rozwoju matematyki znaczące następstwa, a jego prostota - jak blask oszlifowanego diamentu - przyciąga uwagę i budzi zachwyt.



Elementy przestępne

Liczby pierwsze

czyli chaos czy porządek, a także o sicie Eratostenesa, hipotezie Riemana i Wielkim Twierdzeniu Fermata.

Wśród liczb naturalnych (czyli - według Kroneckera - tych jedynych nie stworzonych przez ludzi) wyróżniają się liczby pierwsze. Słowo "pierwsze" oznacza tu "proste" lub "prostsze", ale można też je rozumieć jako "ważniejsze, podstawowe"; w języku angielskim liczba pierwsza to *prime number*, po niemiecku *Primzahl*, po francusku *premier nombre*, po rosyjsku *prostoje czisło*. Dlaczego właśnie one odgrywają szczególną rolę? Są podstawowym budulcem dla liczb naturalnych, które z kolei stanowią fundament konstrukcyjny dla innych typów liczb. Każda liczba naturalna rozkłada się jednoznacznie na iloczyn potęg liczb pierwszych. Zgodnie z definicją, liczba pierwsza ma dokładnie dwa dzielniki: jedynkę i samą siebie. Jej już nie da się rozłożyć. Liczby naturalne, które nie są pierwsze, noszą nazwę liczb złożonych - dają się "złożyć" z liczb pierwszych. Nie dotyczy to jedynki ani zera (jeśli uznajemy zero za liczbę naturalną) - te nie są ani pierwsze, ani złożone. Pamiętamy zresztą, że odgrywają one rolę wyjątkową... Liczba 1996 jest liczbą złożoną; jej rozkład na czynniki to

1996 = 2 x 2 x 499.

w matematyce często mamy do czynienia z tym, że twierdzenie, w którym występują liczby naturalne, wystarczy wykazać tylko dla liczb pierwszych. Dobrze więc wiedzieć o liczbach pierwszych jak najwięcej. w szczególności interesujące wydają się pytania o przepisy na otrzymanie liczb pierwszych oraz o ich rozmieszczenie w zbiorze liczb naturalnych.

Jedną z najwcześniej poznanych własności dotyczących liczb pierwszych było stwierdzenie, że jest ich nieskończenie wiele. Elegancki i prosty dowód tego faktu można znaleźć w *Elementach* Euklidesa (napisanych około trzechsetnego roku przed naszą erą). Już wtedy, a także i później, matematycy interesowali się liczbami pierwszymi i starali się znaleźć sposób na wynajdywanie coraz to nowych. Można to robić różnorako. z jednej strony poszukiwano wzorów na liczby pierwsze, z drugiej próbowano opisać algorytm wskazujący takie liczby. Podanie wzoru byłoby oczywiście pokazaniem algorytmu, ale podanie algorytmu nie musi prowadzić do wzoru.

Przepis, obecnie nazywany **sitem Eratostenesa**, stosowano już w starożytności i... tak naprawdę to do dziś praktycznie nie wymyślono nic szybszego i bardziej skutecznego. Metoda jest bardzo prosta: wypisujemy kolejne liczby naturalne, począwszy od dwójki (dopóty, dopóki nam starczy cierpliwości). Następnie skreślamy wszystkie liczby podzielne przez dwa, oprócz niej samej. Potem wybieramy pierwszą nie skreśloną liczbę (będzie to oczywiście 3) i skreślamy wszystkie większe liczby przez nią podzielne. i tak dalej. Sito Eratostenesa "przesiewa" wszystkie liczby naturalne mniejsze od pewnej ustalonej liczby i pozostawia tylko liczby pierwsze, ale to przesiewanie jest dosyć żmudne. Procedura nie jest jednak aż tak długa, jak pozornie mogłoby się wydawać. Łatwo zauważyć, że w tablicy liczb od 2 do n wystarczy zbadać podzielność przez liczby pierwsze, nie większe od $\sqrt{n}$. Istotnie, jeśli - na przykład - liczba 899 ma podzielnik większy od 30, to ma też podzielnik mniejszy od 30, więc przed dojściem do dzielenia przez 30 musiała zostać wykreślona. By znaleźć wszystkie liczby pierwsze od 1 do 100, dzielimy jedynie przez 2, 3, 5 i 7. Obecnie znane są odpowiednie programy komputerowe, wyszukujące liczby pierwsze i posługujące się schematem sita Eratostenesa oraz jego modyfikacjami.

Z wzorami opisującymi ogólnie ciąg a_n w zależności od wyrazu o numerze n spotykamy się w szkole. Najlepiej znany jest chyba wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego. Ciąg arytmetyczny tworzymy według zasady:

$$a, a+r, a+2r, a+3r, \ldots$$

Znany wzór ogólny to

$$a_n = a + (n-1) \times r.$$

Czasami prosto określony ciąg może mieć zaskakujący wzór ogólny. Znakomitym przykładem jest **ciąg Fibonacciego**, gdzie kolejny wyraz tworzy się, dodając do siebie dwa poprzednie:

1, 1, 2=1+1, 3=1+2, 5=2+3,...

Natomiast wzór ogólny wygląda tak:

$$a_n = \frac{(1+\sqrt{5})^n - (1-\sqrt{5})^n}{2^n\sqrt{5}}.$$

Na marginesie: Włoch Fibonacci (ok. 1180 - ok. 1250) naprawdę nazywał się Leonardo z Pizy, a - jak sprawdzili dociekliwi historycy nauki - Fibonaccim zaczęto go nazywać wiele lat po jego śmierci, ciąg zaś przez niego wymyślony nazwano ciągiem Fibonacciego w połowie XIX wieku.

W czasach starożytnych nie formułowano ogólnych wzorów. Gdy zaczęto to robić, niemal od razu zapytano o wzór na liczby pierwsze. i okazało się, że te liczby jakoś nie chcą się poddać ani uczonym, ani hobbystom; nie udawało się znaleźć żadnej sensownej zależności.

Nie znaleziono nie tylko konstruktywnego wzoru na liczby pierwsze, ale nawet wzoru, który generowałby wyłącznie liczby pierwsze, niekoniecznie wszystkie. i tak pozostało do dziś! Dobrze znane jest twierdzenie mówiące, że jeśli a i b są względnie pierwsze, czyli jedynym ich wspólnym dzielnikiem jest jedynka, to w ciągu $\{an+b\}$ istnieje nieskończenie wiele liczb pierwszych. Jest to **twierdzenie Dirichleta**; nic jednak nie można powiedzieć o tym, który z wyrazów danego ciągu jest liczbą pierwszą, a który nie. Są ponadto wzory, które skrywają nieskończenie wiele liczb pierwszych, chociaż wiadomo, że opisują one także liczby złożone. Bardzo ciekawe i ważne rezultaty uzyskano w latach siedemdziesiątych naszego wieku; skonstruowano wielomiany (a więc funkcje wyjątkowo "porządne"), które jako wartości przyjmują wszystkie liczby pierwsze. Znany jest wielomian stopnia 25 i o 26 zmiennych (!), którego wartości przyjęte dla nieujemnych argumentów mają tę własność, że jeśli są dodatnie, to są liczbami pierwszymi. Niestety, przyjmuje on również wartości ujemne, w tym także liczby przeciwne do liczb złożonych. Gdy natomiast skoncentrujemy uwagę na rozmieszczeniu liczb pierwszych, dość szybko odniesiemy wrażenie, że jest ono nadzwyczaj przypadkowe. Istotnie, można dostrzec zjawiska zaskakujące.

Jedyną liczbą pierwszą parzystą jest 2. Stąd wynika, że oprócz pary 2 i 3, liczby pierwsze nie mogą być odległe o mniej niż 2. Pary odległe o 2 występują na początku tablicy liczb pierwszych często: 5 i 7, 11 i 13, 17 i 19... Takie liczby pierwsze nazwano bliźniaczymi. Otóż liczby bliźniacze pojawiają się nawet bardzo daleko! Kolejna dziwna rzecz - nie ma w tym żadnego porządku! Zdarza się nawet, że istnieją całe serie liczb pierwszych:

$$p,\ p+2,\ p+6 \text{ i } p+8.$$

Takie są na przykład: 1871, 1873, 1877 i 1879. Łatwo dostrzec, że oprócz zestawu: 3, 5, 7 nie ma trójki kolejnych nieparzystych liczb pierwszych, gdyż wśród dowolnych trzech następujących po sobie liczb nieparzystych jedna jest podzielna przez trzy.

Bywają także sytuacje całkiem odmienne - liczby pierwsze rozmieszczone są rzadko, odstęp między sąsiadami jest duży. Łatwo można wskazać ciąg kolejnych liczb naturalnych o zadanej z góry długości, wśród których nie ma liczby pierwszej. Ciąg trójwyrazowy to na przykład: 8, 9, 10, czterowyrazowy - 24, 25, 26, 27. Dla zadanego z góry n taki ciąg można wskazać następująco:

$$(n+1)!-2,\ (n+1)!-3,\ ...,\ (n+1)!-(n+1).$$

Liczba n może być niewyobrażalnie wielka, na przykład 10^{1010} lub $(10!)^{100!}$. Wtedy wyrazy tego ciągu są jeszcze dalej, co więcej, takich ciągów jest nieskończenie wiele. Ale może się też zdarzyć, że wśród stu kolejnych liczb naturalnych odnajdziemy nawet dziesięć liczb pierwszych. Czy rządzą tym jakieś prawa? Ciekawe, że odpowiedzi na te i inne, podobne, elementarne wręcz pytania nie są znane. Pewne częściowe rozwiązania niektórych problemów są nadspodziewanie zawiłe i wykorzystują zaawansowane rezultaty z różnych działów matematyki.

Z nazwiskiem osiemnastowiecznego miłośnika matematyki Christiana Goldbacha są związane dwie hipotezy. Pierwsza, słynniejsza, sformułowana w 1742 roku w liście do Eulera, mówi, że każda liczba parzysta większa od 2 jest sumą dwóch liczb pierwszych. Dokładniej, **hipoteza Goldbacha** dotyczy dowolnych liczb naturalnych i mówi, że każdą liczbę naturalną większą lub równą 6 można przedstawić w postaci sumy trzech liczb pierwszych. Częściej jednak przytacza się jej równoważną wersję dla liczb parzystych. Druga hipoteza, także do dziś nie rozwiązana, dotyczy liczb bliźniaczych. Nie wiadomo, czy jest ich skończenie wiele, czy nie.

Jednym z najmocniejszych rezultatów dotyczących liczb bliźniaczych jest wynik **Jing-run Chena** głoszący, że istnieje nieskończenie wiele par liczb postaci p i p+2, gdzie p jest liczbą pierwszą, a p+2 ma co najwyżej dwa dzielniki pierwsze. Dowód tego twierdzenia jest wyjątkowo długi i skomplikowany.

Uzyskano natomiast ciekawe rezultaty, dotyczące samotnych liczb pierwszych. Na przykład okazuje się, że istnieją liczby pierwsze odległe od innych tak bardzo, jak tylko chcemy! Formalnie - dla dowolnego k istnieje liczba pierwsza p o tej własności, że w przedziale (p-k, p+k) jest ona jedyną liczbą pierwszą. w przypadku odległości 10 taką liczbą może być na przykład 211; poprzednia liczba pierwsza to 199, następna to 223. Twierdzenie nie podaje jednak przepisu na znajdowanie takich liczb pierwszych, mówi jedynie o istnieniu. Największe znane obecnie dla konkretnych liczb odstępy nie przekraczają tysiąca. Ale wiadomo, że istnieją liczby pierwsze takie, że w promieniu na przykład stu bilionów nie ma żadnej innej liczby pierwszej, co więcej, takich liczb jest nieskończenie wiele (!), choć może nigdy nie dowiemy się, jak wygląda przynajmniej jedna z nich.

Udowodniono wiele zadziwiających twierdzeń opisujących własności liczb pierwszych. w miarę upływu czasu coraz bardziej utwierdzano się w przekonaniu, że w ich rozmieszczeniu nie ma żadnej regularności. i oto nagle, pod koniec XVIII wieku, został odkryty pewien zaskakujący związek. Ale najpierw kilka uwag ogólnych.

Dział matematyki zajmujący się badaniem własności liczb naturalnych i całkowitych nazywa się **teorią liczb**. Liczbami zajmuje się również arytmetyka teoretyczna, choć w niej większy nacisk kładzie się na badanie konstrukcji systemów liczbowych i własności działań, ale ścisłych rozgraniczeń przeprowadzić się nie da.

Liczbami interesowano się od narodzin matematyki. w starożytnej Grecji wykazano rozmaite fakty, zaliczone później do teorii liczb. Sama teoria liczb zaczęła się krystalizować w XVII wieku, głównie za sprawą wyników Pierre'a de Fermata, radcy sądu w Tuluzie, który w chwilach wolnych od poważnych zadań prawniczych zajmował się matematyką. Fermat sformułował wiele faktów i hipotez dotyczących liczb, ale prawie niczego nie udowodnił. Swoich rezultatów nie publikował, lecz opisywał je w listach albo notował... na marginesach różnych ksiąg. Ta jego nonszalancja mobilizowała potomnych do sprawdzania sformułowanych przezeń faktów i w efekcie przyczyniała się do rozwoju samej teorii liczb. Jedną z najbardziej znanych hipotez Fermata jest **Wielkie Twierdzenie Fermata**, głoszące, że równanie:

$$x^n+y^n=z^n$$

nie ma rozwiązań w dodatnich liczbach naturalnych dla n>2. Problem zyskał wielką sławę, gdyż Fermat zanotował, iż znalazł prosty dowód tego przypuszczenia, jednak nikomu nie udało się dowodu odtworzyć. Hipotezę rozstrzygano z wielkim trudem, rozpatrując pojedyncze przypadki dla kolejnych wykładników *n*, nie zbliżając się jednak do ogólnego dowodu. Szybko zauważono, że Wielkie Twierdzenie Fermata wystarczy udowodnić w sytuacji, gdy *n* jest liczbą pierwszą.

Prostota sformułowania i sława hipotezy spowodowała, że próbowało ją pokonać nie tylko wielu znakomitych matematyków, ale także i olbrzymie grono amatorów. Ci ostatni regularnie przysyłali "rozwiązania" do instytutów matematycznych, nie bacząc na to, że największe sławy, stosując potężne, wyszukane metody, nie potrafiły rozstrzygnąć problemu i że wykazano, iż problemu nie da się rozwiązać przy wyłącznym użyciu pewnych klasycznych metod. Co bardziej przebojowi docierają nawet do prasy (która czasami pisze ze zgorszeniem o braku zainteresowania geniuszami ze strony zarozumiałych profesorów), telewizji, deponują "dowody" u notariusza... Twierdzenie Fermata zostało w końcu naprawdę udowodnione, ale czekano na to bardzo długo, bo aż do 1994 roku. Pierwszą wersję dowodu (wykorzystującego bardzo zaawansowaną "maszynerię matematyczną" i wiele rezultatów z różnych działów matematyki) przedstawił Andrew Wiles w roku 1993. Znaleziono w niej jednak lukę, pełny dowód ogłosił rok później Wiles wraz z Richardem Taylorem. Mimo to rozmaici zapaleńcy dalej nadsyłają w różne miejsca krótsze rozwiązania (opublikowany w "Annals of Mathematics" w 1995 roku dowód zawarty jest w dwóch artykułach: mającym około 100 stron traktacie Wilesa i dwudziestostronicowej pracy Wilesa i Taylora - a prace matematyczne pisze się wyjątkowo zwięźle).

Teoria liczb jest w matematyce dziedziną wyjątkową. Wiele istotnych problemów można tu sformułować w sposób elementarny, zrozumiały nawet dla uczniów szkoły podstawowej. Jednak rozwiązania tych zagadnień często albo nie są znane, albo wymagają zastosowania niezwykle zaawansowanych metod współczesnej matematyki. Rzadko kiedy wystarczają proste techniki. Klasycznymi przykładami są różnorodne hipotezy i twierdzenia dotyczące liczb pierwszych. Specjaliści ze szczególnym zdeterminowaniem próbują odkryć ich tajemnice.

Gdy poszukiwania ogólnego wzoru na liczby pierwsze nie przyniosły rezultatu, zainteresowano się bliżej rozkładem liczb pierwszych w zbiorze wszystkich liczb naturalnych. Od razu nasuwa się pomysł, by przy badaniach tego rozkładu zwrócić uwagę na pewną wielkość - zapytać, ile jest liczb pierwszych, mniejszych lub równych od danej liczby *x*? Tę liczbę oznacza się najczęściej przez $\pi(x)$. Łatwo dostrzec, że $\pi(x)$ można badać nie tylko dla liczb naturalnych, ale dla dowolnej liczby rzeczywistej *x*.

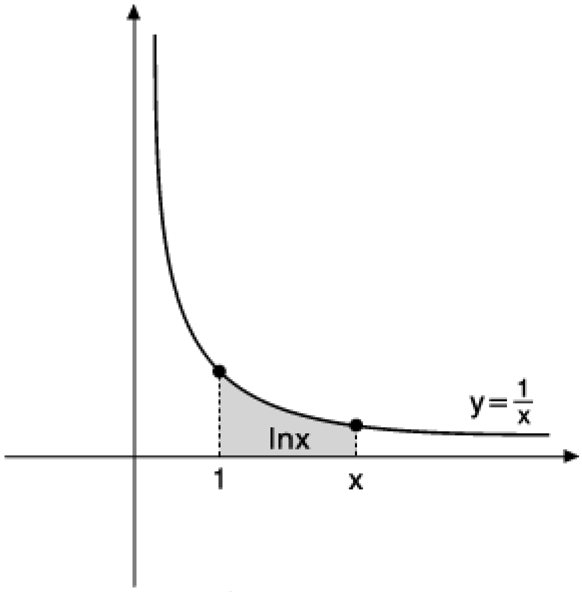
Na przykład

$\pi(0)=0$, $\pi(1)=0$, $\pi(2)=1$, $\pi(3)=2$, $\pi(p)=2$, $\pi(10)=4$, $\pi(100)=25$, $\pi(1000)=168$, $\pi(10000)=1229$, $\pi(10^6)= 78498$, a $\pi(10^{10})=455052511$...

Czy można tu dopatrzyć się jakiejkolwiek regularności? Trudno chyba spodziewać się konkretnego wzoru. Mimo to Carl Friedrich Gauss i Adrien Marie Legendre podobno jeszcze przed 1800 rokiem zauważyli niezależnie, że istnieje związek pomiędzy funkcją $\pi(x)$ a... logarytmem naturalnym z x.

i oto znów, w zaskakujący sposób, pojawia się liczba *e*, która szczególnie upodobała sobie liczby pierwsze i teorię liczb w ogóle.

Jak pamiętamy, logarytm naturalny (oznaczany przez ln *x*) to właśnie logarytm przy podstawie *e*. Funkcja logarytmiczna przy podstawie *e* ma interesującą interpretację geometryczną. w szkole podstawowej zapoznajemy się z proporcjonalnością odwrotną. Opisywana jest ona przez funkcję $1/x$, której wykresem jest hiperbola. Rozważmy teraz "trapez krzywoliniowy", ograniczony przez łuk hiperboli, oś odciętych i fragmenty prostych pionowych przechodzących przez 1 i *x* dla $x>0$. Pole tego obszaru jest równe dokładnie ln *x*.



Gauss i Legendre zauważyli, że funkcja $\pi(x)$ zachowuje się podobnie jak funkcja postaci $x/\ln x$. Podobne zachowanie oznacza tu, że dla bardzo dużych *x* funkcje przyjmują zbliżone wartości. Spostrzeżenie zaiste niezwykłe! z jednej strony funkcja $\pi(x)$, skacząca nie wiadomo kiedy i nie wiadomo jak, z drugiej typowa funkcja z zadania maturalnego. Podobno Gauss już w 1792 roku domyślał się zależności pomiędzy nimi. Dodatkową oryginalną cechą tej zależności jest to, że można ją dostrzec dopiero w dużej skali.

Zmiana skali w układzie współrzędnych daje inne spojrzenie, inną perspektywę umożliwiającą ujawnienie się ukrytych dotąd własności. Zjawisko to jest doskonale znane fizykom i astronomom. Ziemia lokalnie przypomina płaszczyznę, w skali układu Ziemia-Księżyc jest kulą, w skali Układu Słonecznego już tylko punktem materialnym. z perspektywy Galaktyki punktem materialnym jest cały Układ Słoneczny. Wszechświat w skali międzygwiezdnej lub nawet galaktycznej jest raczej pusty. Gdy kosmologowie chcą badać fizyczne własności Wszechświata jako całości, to traktują go jak... ciecz, której cząsteczkami są gromady galaktyk. Funkcja $\pi(x)$ też wymaga odpowiedniej skali. Gdy przyjmiemy na osi odciętych typową jednostkę (kolejne liczby naturalne), to, zgodnie z przewidywaniami, nie widać żadnej regularności. Jeśli jednak "skrócimy" oś biorąc za jednostkę na przykład 10 000, funkcja się wygładza i właśnie wtedy widać, że jej wykres zbliża się do wykresu funkcji $x/\ln x$ - matematycy mówią, że funkcje są asymptotycznie równe, to znaczy równości może nie być, ale różnica jest niewielka.

Oczywiście, znaleziona zależność wymaga dowodu. Kto zapewni, że po jeszcze bardziej radykalnej zmianie skali nie okaże się, że funkcja $\pi(x)$ nagle nie zmieni swych własności? Mogłoby się przecież okazać, że począwszy na przykład od $(19!)^{97!}$ liczby pierwsze są wyjątkowo rzadkie albo szczególnie częste.

Matematycy, którzy dostrzegli wspomnianą zależność, nie umieli jej jednak udowonić. Problem był naprawdę bardzo trudny. Nawet uznany za jednego z największych matematyków wszystkich czasów Gauss, który rozgryzał najtwardsze orzechy matematyczne, w tym wypadku nie osiągnął sukcesu. Teoria liczb była jego ulubioną dziedziną matematyczną - mawiał o niej, iż jest królową matematyki - i nie należy przypuszczać, że problem "odpuścił".

Pewne próby podjął w 1850 roku Pafnucy Lwowicz Czebyszew, lecz uzyskał tylko rezultaty częściowe. Dziewięć lat później ukazała się krótka, licząca osiem stron, praca Bernharda Riemanna, poświęcona tym zagadnieniom.

o Riemannie często wspomina się przy okazji jego wykładu habilitacyjnego w roku 1854, gdzie przedstawił on rewolucyjne koncepcje dotyczące badania wielowymiarowych zakrzywionych przestrzeni. w kontekście wykładu habilitacyjnego podkreśla się też, że Riemann był uczniem Gaussa. Należy to jednak rozumieć w szerszym sensie, gdyż istotnie rozszerzył i uogólnił on wiele idei zaproponowanych przez mistrza, ale zrobił to tak, że wskazał zupełnie nowe kierunki badań. Sam Riemann za swego nauczyciela i przyjaciela uznawał Petera Gustawa Lejeune Dirichleta.

Nazwisko Riemanna pojawia się w wielu dziedzinach matematyki, chociaż jego dorobek naukowy mieści się w niewielu opublikowanych pracach - dzisiaj zapewne mógłby on mieć kłopoty z uzyskaniem profesury z powodu małej liczby publikacji. Prace Riemanna były jednak rewolucyjne i do dziś są źródłem natchnienia dla matematyków i fizyków; z jego nie zawsze sprecyzowanych pomysłów rozwinęły się całe teorie. Prywatnie Riemann był bardzo skromny i nieśmiały, przez całe, niezbyt długie życie (1826-1866) dane mu było borykać się z biedą i chorobami. Nieśmiałość w sposobie bycia nie przeszkodziła śmiałości myśli, która dała mu nieśmiertelność.

We wspomnianej pracy, zatytułowanej *o liczbie liczb pierwszych mniejszych od danej wielkości*, Riemann przedstawił liczne zaskakujące pomysły precyzujące opis funkcji $\pi(x)$. Zaproponował lepsze przybliżenie tej funkcji, ale tu już kończą się żarty - ów przybliżający wzór ma postać:

$$R(x) = Li(x) - \sum_{i=2}^{\infty} \frac{1}{i} Li(\sqrt[i]{x})$$

gdzie - jakby tego było mało

$$Li(x) = \int_2^x \frac{dt}{\ln t}$$

jest nieelementarną funkcją, nazywaną logarytmem całkowym. Ta przerażająca dla niespecjalisty zależność jest tylko próbką środków wykorzystywanych w teorii liczb. Niestety, praca Riemanna napisana była bardzo zwięźle i raczej nie zawierała pełnych dowodów. Riemann nie wykazał również twierdzenia o rozmieszczeniu liczb pierwszych.

Zaproponował za to dokładny wzór na funkcję $\pi(x)$, w którym wykorzystywał podaną przed chwilą funkcję R(x) oraz miejsca zerowe funkcji, nazywanej funkcją dzeta Riemanna. w tym momencie własności $\pi(x)$ splatają się z jedną z najbardziej znanych i, jak wielu uważa, najważniejszych hipotez współczesnej matematyki - hipotezą Riemanna.

David Hilbert, zaliczany do najwybitniejszych umysłów przełomu XIX i XX wieku, orientujący się w niemal całej współczesnej mu matematyce, powiedział kiedyś podczas wykładu, że gdyby w efekcie dotknięcia czarodziejskiej różdżki zasnął i obudził się dopiero po 500 latach, to nie pytałby o to, jakie były przemiany dziejowe, polityczne, społeczne, ale spytałby, co wiadomo o miejscach zerowych funkcji **dzeta Riemanna,** bo to jest najważniejsze zagadnienie w ogóle.

Funkcja ta dana jest wzorem

$$\zeta(x)=1+\frac{1}{2^x}+\frac{1}{3^x}+\frac{1}{4^x}+\ldots$$

Jest to właśnie funkcja dzeta Riemanna, którą w pewien dobrze znany specjalistom sposób rozszerza się na liczby zespolone. **Hipoteza Riemanna** dotyczy rozmieszczenia rozwiązań równania $\zeta(\zeta)=0$.

Rozwiązywanie równań ma liczne zastosowania, oczywiste nawet dla laika. Przypuśćmy, że szukamy pewnej wielkości; skądinąd znamy pewne związki, jakie ta wielkość powinna spełniać, ale nie raz i nie dwa związki te występują w postaci "uwikłanej", poszukiwana liczba nie jest dana żadnym konkretnym wzorem. Nasz problem sprowadza się więc do rozwiązania jednego (lub kilku) równań. Poszukiwanie rozwiązań równań wiąże się z szukaniem miejsc zerowych funkcji. Zobaczmy to na przykładzie - mamy rozwiązać następujące równanie:

$$7x^5 - x = \sin(x+3).$$

Możemy je zapisać inaczej:

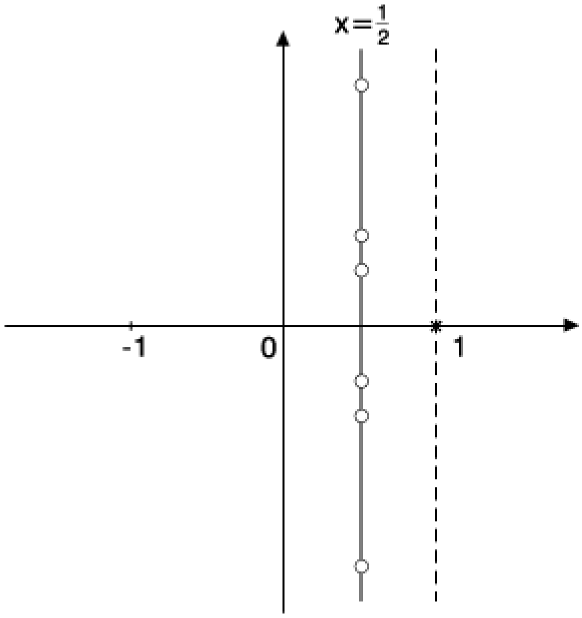
$$7x^5 - x - \sin(x+3) = 0.$$

Celem naszym jest więc znalezienie wszystkich takich x, dla których funkcja

$$f(x) = 7x^5 + x - \sin(x+3)$$

przyjmuje wartość zero.

Wiadomo, że miejscami zerowymi funkcji dzeta są liczby -2, -4, -6,..., wszystkie pozostałe zaś leżą w pewnym pasie (rysunek) ($0 < x < 1$) (liczby zespolone interpretujemy jako punkty na płaszczyźnie). Te, które znaleziono (a jest ich wiele), leżały na jednej, konkretnej prostej $x = 1/2$. **Hipoteza Riemanna** mówi, że wszystkie pozostałe zera leżą na tej prostej.



Znając miejsca zerowe funkcji dzeta, można precyzyjniej odpowiedzieć na pytanie, ile jest liczb pierwszych mniejszych od zadanej. Hipoteza Riemanna do dziś nie została rozstrzygnięta, choć zaciekle atakuje ją wielu znakomitych matematyków.

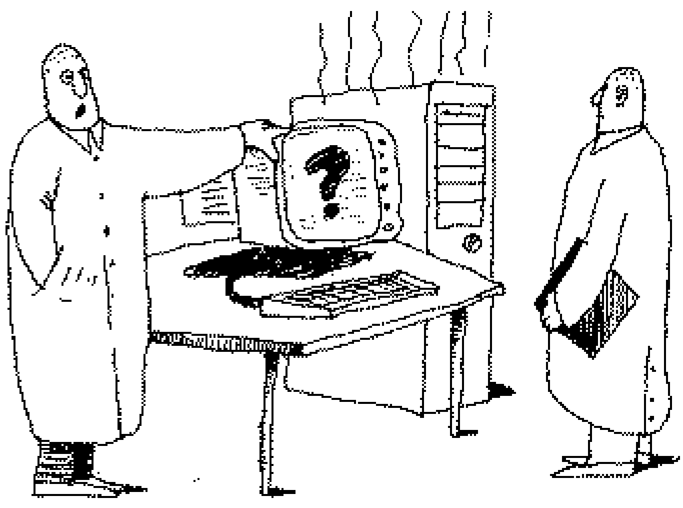
Taki bieg wydarzeń nie jest rzadkością w teorii liczb. Zaczyna się niewinnie, od prostego, zrozumiałego problemu, potem pojawiają się pojęcia trudniejsze, takie jak logarytmy naturalne, szeregi, funkcje nieelementarne, liczby zespolone, całki i... prawie wszystko, co wymyślono w matematyce. Teoria liczb, choć jest dziedziną samodzielną, ma niezwykle mocne i ważne powiązania z innymi działami matematyki, i to nawet takimi, które pozornie nie mają nic wspólnego z liczbami. Na przykładzie teorii liczb widać jedność matematyki. Bardzo odległe od siebie dziedziny mogą razem wytworzyć metody i techniki pozwalające rozwiązać najbardziej oporne problemy. Mimo dramatycznej specjalizacji w matematyce (ale przecież nie tylko w niej) wielkie wyniki uzyskuje się na styku dziedzin.

Wróćmy jednak do własności funkcji $\pi(x)$. Pierwszy dowód twierdzenia o asymptotycznej równości funkcji $\pi(x)$ oraz $x/\ln x$ został podany dopiero w 1896 roku. Ogłosili go (niezależnie od siebie) Jacques Hadamard i Charles J. de la Vallée Poussin. Dowód ten nie zadowalał nawet autorów, był nienaturalny, długi i poprowadzony "okrężną drogą". Można było zrozumieć poszczególne kroki, ale nie bardzo chciały się one układać w przejrzystą całość. Poszukiwano więc dowodu prostszego, nie korzystającego z tak zaawansowanych metod. i dopiero w 1948 roku Atle Selberg i Paul Erdös zaproponowali elementarny dowód twierdzenia o liczbach pierwszych. Niestety, "elementarny" w tym przypadku nie znaczy "prosty". Co prawda, wszystkie poszczególne kroki dowodu są elementarne, ale jest ich tak dużo, i to powiązanych ze sobą w tak zadziwiająco skomplikowany sposób, że nie widać jasno całości. Być może taka jest natura twierdzenia, iż nie da się go przejrzyście udowodnić.

Nasuwa się pytanie: po co to wszystko? Czy te wszystkie twierdzenia i hipotezy mogą się do czegoś konkretnego przydać? Co z tego, że być może kiedyś będziemy wiedzieli, ile jest par liczb bliźniaczych i poznamy dokładny rozkład liczb pierwszych? Nie wydaje się, by rozwiązanie takiego czy innego problemu natychmiast przysporzyło nam dochodu narodowego lub znalazło zastosowanie na przykład w konstrukcjach lotniczych. Rozstrzygnięcia hipotez matematycznych nie mają jednak jednoznacznego przełożenia na gotówkę. w tej nauce w badaniach często decydującą rolę odgrywa nieprzeparta chęć poznania, ta sama, która kazała człowiekowi zdobywać bieguny, najwyższe szczyty górskie i lecieć w kosmos.

o teorii liczb mówiło się czasem, że jest najczystszą z czystych dziedzin matematycznych; o ile inne działy wyrosły z bardziej lub mniej bezpośrednich zastosowań, o tyle teorię liczb można by uważać za "sztukę dla sztuki". Tym niemniej... Na przykład uporczywe próby pokonania Wielkiego Twierdzenia Fermata, które jako problem matematyczny jest jedynie ciekawostką (gdyż od dawna było wiadomo, że rozwiązanie tego konkretnego równania nie ma znaczenia praktycznego ani nie pomoże w rozwiązywaniu podobnych równań), przyczyniły się istotnie do ogromnego rozwoju wielu dziedzin matematyki i rozwinięcia technik bardzo przydatnych w rozmaitych sytuacjach. Podobnie ataki na twierdzenie o rozkładzie liczb pierwszych spowodowały rozwój metod niezwykle użytecznych w teorii funkcji zmiennych zespolonych, prowadzących nawet do praktycznych zastosowań. Poszukiwanie wielkich liczb pierwszych też wydawało się tylko zabawą. Tymczasem duże liczby pierwsze niespodziewanie znalazły zastosowanie w teorii kodowania informacji przy konstrukcji tak zwanych szyfrów z kluczem publicznym. Otóż można zaszyfrować informację, podać sposób i klucz szyfrowania, a mimo to tekst odczyta tylko osoba, dla której był on przeznaczony - dzięki temu, że wie, których liczb pierwszych użyto, przy czym liczby te muszą być odpowiednio duże. z tego też powodu odnajdywane olbrzymie liczby pierwsze nie są podawane do publicznej wiadomości (z wyjątkiem największej aktualnie znanej). Niezwykle cenne okazały się nagle szybkie algorytmy rozkładu danej liczby na czynniki pierwsze.

Matematyka jest dziedziną wiedzy, w której trudno natychmiast przewidzieć praktyczne zastosowania wyników. Jest to cecha bardzo niedobra z punktu widzenia urzędników zarządzających nauką. Oni chcieliby wiedzieć na pewno, ile ważnych hipotez zostanie rozwiązanych w danym roku i jaki będzie z nich pożytek. Nieprzewidywalność i trudności z planowaniem decydują też o pięknie matematyki; czy byłaby taka pociągająca, gdyby wszystko można było zaplanować? Jest coś niezwykłego w tym, że pewne twierdzenia, czy nawet całe teorie przez lata istnieją nie zauważone, by nagle zabłysnąć jak diamenty...



On twierdzi, że $2^{756839}-1$ jest ostatnią liczbą pierwszą, więcej jego pamięć nie mieści.

Liczby zaprzyjaźnione

Gdy zapytano Pitagorasa: "Co to jest przyjaciel?" - odpowiedział: "Przyjaciel to drugi ja; przyjaźń, to stosunek liczb 220 i 284". Stąd podobno pochodzi owa niezwykła nazwa liczb

zaprzyjaźnionych. W starożytności liczbom zaprzyjaźnionym przypisywano znaczenie mistyczne.
Dwie liczby A i B nazywają się ***zaprzyjaźnionymi*** jeżeli suma wszystkich dzielników liczby A (mniejszych od niej samej) jest równa liczbie B i odwrotnie, suma wszystkich dzielników liczby B (mniejszych od niej samej) jest równa liczbie A.
Takimi liczbami "przyjaciółkami" są liczby jak wykazał Pitagoras: 220 i 284. Istotnie, 220=1+2+4+71+142, a więc liczba 220 jest sumą dzielników liczby 284, a 284=1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110, a więc liczba 284 jest sumą dzielników liczby 220.
Każda liczba doskonała jest zaprzyjaźniona sama ze sobą. Znanych jest około miliona par liczb zaprzyjaźnionych. Nie wiadomo jednak czy istnieje ich nieskończenie wiele. Poniższa tabela podaje 10 przykładów par liczb zaprzyjaźnionych:

A	B
220	284
1 184	1 210
2 620	2 924
5 020	5 564
6 232	6 368
10 744	10 856
12 285	14 595
17 296	18 416
63 020	76 084
66 928	66 992

Ciekawostka: Na początku 2001 roku Mariano Garcia znalazł milionową parę liczb zaprzyjaźnionych. W maju tego samego roku znaleziono już takich par aż 2 122 263!

Liczby doskonałe

Liczba doskonała to taka liczba, która jest równa sumie wszystkich swoich dzielników mniejszych od niej samej. Liczby doskonałe zostały wynalezione przez pitagorejczyków. To oni podali pierwsze cztery kolejne liczby doskonałe: 6, 28, 496, 8128 (np. 6=1+2+3, 28=1+2+4+7+14). Nie wiadomo, czy istnieje nieskończenie wiele liczb doskonałych. Nie wiadomo również, czy istnieje choć jedna liczba doskonała nieparzysta. Zagadnieniem liczb doskonałych zajmował się Euklides (IV w. p.n.e.). Podał on regułę odnajdowania parzystych liczb doskonałych:

$$N=2^{k-1}(2^k-1),$$

gdzie (2^k-1) musi być liczbą pierwszą dla k>1 (naturalnego). Poniższa tabela ilustruje znajdowanie liczb doskonałych według powyższej reguły:

k	2^{k-1}	2^k-1	Liczby doskonałe

2	2	3	6
3	4	7	28
5	16	31	496
7	64	127	8128
13	4 096	8 191	33 550 336
17	65 536	131 071	8 589 869 056
19	262 144	524 277	137 438 691 328
31	1 073 741 824	2 147 483 647	2 305 843 008 139 952 128
...	...	...	...

Liczbami doskonałymi są również liczby: $2^{23\,208}(2^{23\,209}-1)$, $2^{44\,496}(2^{44\,497}-1)$. Druga z nich ma w zapisie dziesiętnym ponad 50 tys. cyfr.
Ciekawostka:

- Liczba doskonała: $2^{6972592}(2^{6972593}-1)$ ma 4 197 919 cyfr! Odkryto ją 1 czerwca 1999 roku.
- Największa znaleziona dotąd liczb doskonała to: $\mathbf{2^{13466916}(2^{13466917}-1)}$.

Stała Fingeubauma

Zacznijmy od anegdoty. Kilka lat temu pewien wybitny fizyk wygłaszał popularnonaukową prelekcję o strukturze Wszechświata. Podczas wykładu przytoczył słowa Alberta Einsteina: "Bóg jest pomysłowy, ale nie złośliwy" (*Raffiniert ist der Herrgott, aber boshaft ist er nicht*). Chcąc lepiej zinterpretować to powiedzenie, użył między innymi pewnego porównania matematycznego.

Otóż wyobraźmy sobie, że zaproponowano nam oryginalną grę: ktoś wymyśla liczbę rzeczywistą, a my ją mamy odgadnąć, przy czym wolno nam próbować wielokrotnie. Zadanie wydaje się beznadziejne, zwłaszcza jeżeli ów ktoś chce, by zagadka była ciekawa, skutkiem czego liczbą do odgadnięcia nie jest nic "oklepanego", jak 0, 1 czy nawet $\sqrt{2}$, lecz coś oryginalnego - liczba przestępna, czyli taka (jak pamiętamy), której nie da się uzyskać jako pierwiastka żadnego wielomianu o współczynnikach całkowitych. Liczb takich jest bardzo dużo, w pewnym sensie więcej niż tych pozostałych - algebraicznych. Ale takie znane, słynne liczby przestępne są tylko dwie, a mianowicie e i π. Autor zagadki nie chce być złośliwy, dlatego daje nam szansę na rozwiązanie. Zatem szukaną liczbą będzie albo π, albo e.
i próbujemy: czy to jest π? Jeśli tak, to zgadliśmy, a jeśli nie, to pytamy o e. i to wszystko. Na podobnej zasadzie zbudowany jest Wszechświat - bardzo oryginalnie, niestandardowo; można powiedzieć, że Stwórca wykazał się niesłychaną pomysłowością. Ale nie był złośliwy: Wszechświat został zbudowany tak, by człowiek mógł tę budowę rozszyfrować.

Oczywiście, znanych liczb przestępnych jest więcej: $2e$, $3e$, 2π, 3π... Są one jednak skonstruowane na bazie dwóch słynnych wymienionych liczb. Wiadomo oczywiście i o innych, na przykład $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$, ale ten fakt nie jest powszechnie znany (nawet nie wszyscy matematycy o tym wiedzą). Czasem zresztą ciężko wyrokować "na oko"; o liczbach $\pi + e$, $\pi \times e$, e^e, π^e do dziś nie wiadomo, czy są przestępne, co więcej, nie wiadomo nawet, czy są wymierne! a z kolei liczba e^{π} jest przestępna.

Podczas wykładu, o którym mowa, profesor opowiedział o tym porównaniu i stwierdził, że tu pomysłowość polega na wymyśleniu liczby przestępnej, brak złośliwości zaś na tym, że takie słynne liczby są tylko dwie: *e* i π. Wówczas odezwał się na sali inny fizyk, mówiąc:
- A jest jeszcze przecież stała Feigenbauma!
Na to wykładowca:
- A, to już jest złośliwość.

Dla osób, które nigdy nie słyszały o stałej Feigenbauma, taka historia zabrzmi intrygująco. Czym jest liczba, której znaczenie porównuje się z rolą, jaką odgrywają *e* oraz π? Na początku lat siedemdziesiątych XX wieku o stałej Feigenbauma nikt nie słyszał! Matematyka, podobnie jak inne dziedziny, wciąż się rozwija (choć niektórym się wydaje, że to już niemożliwe). Czy możemy mieć pewność, że znamy już najważniejsze stałe matematyczne? Co prawda liczba π towarzyszy naszej cywilizacji od kilku tysięcy lat, ale jej naturę zaczęliśmy poznawać stosunkowo niedawno, mniej więcej wtedy, gdy pojawiła się w matematyce liczba *e*, a od tego czasu minęło lat niespełna czterysta. Czy mamy prawo przypuszczać, że już nic nowego, zaskakującego nas nie spotka? To, że przez kilkaset lat utrwalił się pewien pogląd na matematykę, nie znaczy, iż zawsze tak będzie. Spojrzenie starożytnych Greków na matematykę obowiązywało przez prawie dwa tysiące lat, gdy w wieku XVII pojawił się rachunek różniczkowy, który całkowicie zmienił pojmowanie tej nauki. Dziś nie potrafimy sobie wyobrazić matematyki bez metod różniczkowych. z kolei współczesny matematyk (i nie tylko matematyk) nie może się obejść bez zbiorów i języka ich teorii (czyli teorii mnogości), choć dziedzina ta powstała mniej więcej sto lat temu.

W zacytowanym przykładzie o nietypowych liczbach istotną rolę gra czas, w którym dokonano porównania. Może się okazać, że za kolejne sto lat pojmowanie matematyki będzie inne niż dziś. Rozmaite fundamentalne prawa i stałe są odkrywane dopiero wtedy, gdy nauka osiąga pewien stopień rozwoju. Kto wie, ilu ważnych rzeczy nie jesteśmy w stanie dziś nawet przewidzieć? Pan Bóg nie jest złośliwy, ale pomysłowości nie można mu odmówić... Dopiero odpowiednia wiedza matematyczna pozwoliła na dotarcie do stałej Feigenbauma.

Jej odkrycie było swego rodzaju sensacją w świecie matematycznym. Sprawa ma ścisły związek z iteracjami. To właśnie zjawisko badał w 1975 roku Mitchell Feigenbaum.

Feigenbaum jest fizykiem i na początku lat siedemdziesiątych rozpoczął pracę w słynnym ośrodku w Los Alamos (w tym samym, w którym pracował Ulam). Wielu z jego znajomych twierdzi, że Feigenbaum był postacią dość ekscentryczną. Podobno eksperymentował z "wydłużoną dobą". Nie chciał naturalnie zmieścić 30. godzin w 24., ale eksperymentował nad 26--godzinnym cyklem dobowym. Nikt nie miał pojęcia (podobno nawet on sam), czym dokładnie się zajmuje.

W 1975 roku wziął udział w pewnej konferencji, gdzie miał okazję usłyszeć Stephena Smale'a mówiącego o układach dynamicznych i odwzorowaniu logistycznym. Podobnymi zagadnieniami Feigenbaum interesował się już wcześniej, ale zrezygnował z badań nad tą tematyką. Powrócił do niej jednak, gdy dowiedział się, że na początku lat siedemdziesiątych kilka osób niezależnie zauważyło, iż zachowanie się tak elementarnej funkcji jak kwadratowa danej wzorem $f(x) = kx(1-x)$ pod wpływem iteracji nie jest wcale proste. W szczególności, tajemnicze było dziwne zachowanie się funkcji po zakończeniu stadium "podwajania okresów".

Analizując kolejne punkty, w których okresy się podwajały, Feigenbaum zaczął się zastanawiać nad sposobem zmian długości odcinków łączących miejsca kolejnych zaburzeń. Analizował on po prostu iloraz

$$\frac{k_n - k_{n-1}}{k_{n+1} - k_n}.$$

Jest to iloraz dwóch liczb: w liczniku mamy odległość pewnego punktu bifurkacji od punktu poprzedniego, w mianowniku odległość tego punktu od punktu następnego.

Feigenbaum zrobił rzecz bardzo prostą: obliczał kolejne ilorazy. Kilka wieków temu byłoby to zajęcie niezwykle czasochłonne (podobnie jak "ręczne" szukanie kolejnych przybliżeń liczby π), ale w latach siedemdziesiątych już używano kalkulatorów. z drugiej strony - nie było wtedy możliwości szybkiego zbadania opisanego zjawiska za pomocą odpowiednio oprogramowanego komputera. Komputery już istniały, ale ich użycie było raczej kłopotliwe i wiązało się z czasochłonnymi przygotowaniami, a także niebagatelnymi kosztami, więc wykorzystywano je głównie do ważnych i skomplikowanych obliczeń.

Przy badaniu kolejnych ilorazów okazało się, że coraz bardziej zbliżają się one do pewnej liczby. Dokładnie, jej rozwinięcie dziesiętne zaczynało się od 4,6692. Nie było w tym nic zaskakującego - przecież wiele rozmaitych ciągów ma granice. Na przykład ciąg liczb $(1+1/n)^n$ ma granicę, równą w przybliżeniu 2,7182..., czyli po prostu e. Własności badanego ciągu sugerowały, że i on może być zbieżny. Feigenbaum nie obliczył granicy (nie bardzo zresztą wiadomo było, jak to zrobić), lecz znalazł jej w miarę dokładne przybliżenia. i nie ma w tym jeszcze żadnej sensacji. Ale...

Feigenbaum powtórzył swoje doświadczenie dla innej funkcji. Wiadomo było, że w przypadku świetnie znanej funkcji
$f(x) = k \sin x$, badanej na przedziale $[0, \pi]$, również przy wzroście k następują w odpowiednich miejscach (choć, oczywiście, innych niż dla funkcji kwadratowej) zaburzenia związane z pojawianiem się nowych punktów okresowych. Feigenbaum zaczął więc badać analogiczne ilorazy - i tu właśnie się zaczęło! Okazało się, że w przypadku funkcji sinus iloraz różnic między kolejnymi punktami bifurkacji zmierza do tej samej liczby, co w przypadku funkcji kwadratowej. Feigenbaum nie udowodnił tego faktu; tak jak poprzednio badał przy użyciu kalkulatora kolejne przybliżenia. Doszedł do kilkunastu cyfr po przecinku i obie liczby zgadzały się na każdym badanym miejscu. Wydawało się to szokujące, tym bardziej że nie widziano żadnego powodu, dla którego te liczby, otrzymane w efekcie badania różnych (i to w sposób istotny, w szczególności sinus nie jest wielomianem) funkcji miałyby być takie same.

Co w tej sytuacji należało zrobić? Nietrudno o odpowiedź; spróbowano znaleźć podobieństwa między dwiema przebadanymi funkcjami i analizować nowe, o tych samych własnościach. Wspólne cechy łatwo było dostrzec: określone na przedziale domkniętym o początku 0, w punkcie 0 przyjmują wartość 0, następnie rosną, w pewnym punkcie przedziału osiągają maksimum, po czym maleją, by na końcu znowu osiągnąć wartość 0. Po zbadaniu kolejnych takich funkcji okazało się, że w przypadku każdej z nich granica najprawdopodobniej wyniesie właśnie 4,669201609...

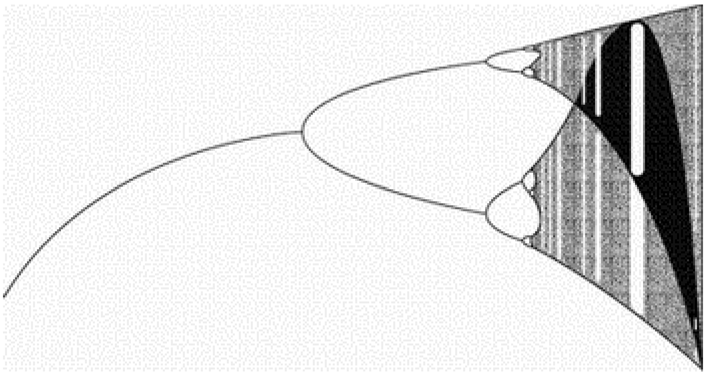
Nie da się ukryć, że wygląda to dziwnie. Gdy jednak zastanowimy się nad tym głębiej, nieuchronnie dojdziemy do wniosku, że nie wiemy, dlaczego granica jest dla różnych funkcji taka sama, przede wszystkim dlatego, że nie rozumiemy zachodzącego tu zjawiska. Liczbę π definiujemy jako iloraz obwodu okręgu i jego średnicy. Nie zaskakuje nas wcale, że obwód jest proporcjonalny do promienia. Ale czemu nas to nie dziwi? Bo to mamy we krwi, z tym "rośliśmy". Gdyby nasza intuicja matematyczna była lepsza, a wiedza pełniejsza, może fakt wspólnej granicy ciągu, otrzymanego w wyniku tego samego procesu dla różnych funkcji, wcale by nas nie zaskoczył.

Czy stała Feigenbauma ma jakąkolwiek interpretację podobną do tej, jaką ma π lub *e*? Sposób jej uzyskania był dość zawiły i raczej przypadkowy. Pewnej próby można dokonać, przyglądając się wykresowi bifurkacji dla odwzorowania logistycznego. Ian Stewart - jeden z najlepszych popularyzatorów matematyki i znakomity specjalista w sprawach, o których właśnie mowa - nazwał ten wykres drzewem figowym (tak się tłumaczy nazwisko Feigenbaum). Liczba Feigenbauma (oznaczana czasem literą δ) jest czynnikiem skalującym drzewa figowego, czyli - mówiąc bardziej zrozumiale - opisuje stosunki długości gałęzi (dokładnie stosunki ich rzutów poziomych). Można powiedzieć (nieprecyzyjnie i nieformalnie), że sposób otrzymywania rozdwojenia zmienia się z każdym podwojeniem o czynnik δ.

Feigenbaum nie przeprowadził formalnego matematycznego dowodu. Jednakże publikując swoje rezultaty, podał przyczyny, które - jego zdaniem - prowadziły do tak pozornie zaskakujących wyników. Okazało się, że rzecz polega na tym, iż owa granica zależy właśnie od odpowiedniego zachowania się funkcji. Gdy jest ona typu "rosnąco-malejącego", a dodatkowo odpowiednio "gładka", to po dokładnym przeanalizowaniu jej struktury można się spodziewać, że szukana granica nie zależy od tego, jaką funkcję weźmiemy. Praca Feigenbauma ukazała się drukiem w 1978 roku, w czasopiśmie... fizycznym. Pełny, formalny matematyczny dowód podali w 1980 roku Pierre Collet, Jean-Pierre Eckmann i Oscard Lanford III. Ich pracę wydrukowano w 1980 roku w piśmie publikującym prace dotyczące fizyki matematycznej. Owa granica nazywana jest dziś stałą Feigenbauma.

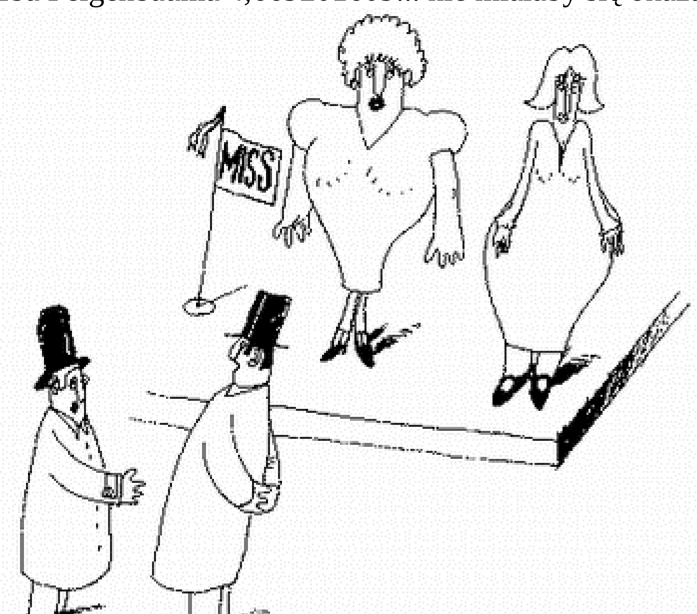
Ktoś mógłby powiedzieć: "No dobrze, jest taka granica, ale w sumie co z tego? Granica jak granica, może to i oryginalne, ale czy jest to czymś więcej niż ciekawostką? w przypadku π wiadomo, o co chodzi, ale tu?" Pierwszy kontrargument na takie stwierdzenie jest bardzo prosty - wystarczy podać przykład liczby *e*. Kto mógłby na pierwszy rzut oka stwierdzić, że granica pozornie prostego ciągu $(1 + 1/n)^n$ jest liczbą przestępną (no bo niby dlaczego nie jest to po prostu 1) i ma tak liczne zastosowania? Ale to nie wszystko. Fakt zbieżności ciągu ilorazów odległości między punktami bifurkacji do tej samej granicy - niezależnie od doboru funkcji - z wielu względów jest bardzo znaczący.

Jak już wiemy, w miarę zwiększania *k* punkty bifurkacji pojawiają się w coraz mniejszych odstępach i dążą do liczby w przybliżeniu równej 3,58. Naturalne jest pytanie: co się dzieje dla *k*, gdzie owe porządne "podwajania" się kończą? i to jest niesłychanie ważne: pojawia się tam chaos, ruch staje się chaotyczny. Dobrze znane są w świecie matematycznym rysunki pokazujące zmiany w zależności od *k*. Nie będziemy precyzować, o co dokładnie chodzi, ale z przedstawionego niżej rysunku (odpowiednich efektów iteracji funkcji kwadratowej) widać wyraźnie, że cokolwiek by to nie było, po regularnych zmianach zaczyna się dziać coś dziwnego. a zjawiska chaotyczne, jak już wspominaliśmy, intrygują uczonych. Dlatego też, między innymi, ta tematyka okazała się ważna, zaś badania nad nią szybko stały się tak popularne.



Jak widać, wiele rzeczy jest niezwykle zagadkowych. z jednej strony iteracje prostych funkcji prowadzą do chaosu. z drugiej natomiast - tam, gdzie pojawia się chaos, mamy zaskakująco porządną zbieżność do tej samej stałej.

Jak na razie stała Feigenbauma raczej nie dorównuje znaczeniem i rolą w matematyce liczbom *e* i π. Kto jednak może przewidzieć, do czego dojdą matematycy w ciągu najbliższych lub trochę dalszych lat?
Zaczęliśmy od anegdoty, anegdotą też rozdział zakończmy. Ongiś wybitny matematyk, znakomity specjalista w teorii chaosu, podczas wykładu mówił o stałej Feigenbauma. z sali padło pytanie, czy ta stała jest liczbą przestępną, czy nie. Wykładowca odpowiedział:
- Nie wiem. Tego chyba nikt jeszcze nie wie. Pytałem kiedyś o to Feigenbauma, ale on też nie wiedział. a powinien wiedzieć - w końcu to jego stała!
i istotnie. Do dziś nie wiadomo, czy stała Feigenbauma jest liczbą przestępną, ponadto nie widać żadnej metody, za której pomocą ewentualnie można próbować rozstrzygnąć ten problem. Podobnie było z π oraz z *e*. Ze względu na posiadane informacje związane z "wielkością" zbiorów nieskończonych, a także na dotychczasowe doświadczenia, można się spodziewać, że są duże szanse na to, iż liczba Feigenbauma jest przestępna. Zetknęliśmy się jednak tu z niejedną niespodzianką. Dlaczego matematyka nie miałaby nam sprawić kolejnego figla i liczba Feigenbauma 4,669201609... nie miałaby się okazać wymierna?



i znów do finału zakwalifikowano według skali Feigenbauma.

5.Ciekawe twierdzenia matematyczne, ich konsekwencje i trochę humoru

Euklides, czyli 2300 lat Elementów

W pierwszych zdaniach chcę powiedzieć, że o Euklidesie nie wiadomo prawie nic. Późniejsze pokolenia (700 i więcej lat później) wyposażyły tę postać w życiorys - jakże taki tytan nauki miałby się obywać bez życiorysu? Wszystkie jednak umieszczone tam informacje to jedynie domniemania, które - gdy zostały po raz *n*-ty przepisane od poprzedników - uważa się często za informacje źródłowe. Występujący w nich, jako data śmierci Euklidesa, rok -300 to dość dobrze wyznaczona data powstania tego, co umieszcza Euklidesa w panteonie nauki, czyli *Elementów*. Datę tę, jako rok śmierci Euklidesa, pierwszy podał Proklos około roku 450, pisząc, że gdyby Euklides nie zmarł zaraz po napisaniu *Elementów*, to zrobiłby coś ze swoim piątym postulatem.

To, co o Euklidesie wiadomo, to fakt, iż był dyrektorem (chyba pierwszym) Biblioteki Aleksandryjskiej i całego Muzeum. Aleksandria to miasto założone przez Ptolemeusza I, od którego pochodzi grecka (i ostatnia) dynastia faraonów egipskich (kończąca się na Kleopatrze i jej bracie, też Ptolemeuszu). Miasto to zostało założone ku czci zwycięskiego wodza, Aleksandra Wielkiego, około -320 roku. W mieście tym wzniesiono Muzeum, czyli pałac kultury i nauki. W nim zaś ufundowano ogromną bibliotekę. W niej Euklides napisał *Elementy*. To jest wszystko.

Elementy to niewątpliwie najważniejsza książka naukowa wszechczasów. Dowodzi tego fakt, że liczbą wydań drukiem (do 1900 roku ponad 1000) ustępuje, ze wszystkich książek, jedynie *Biblii*. Znana jest też we wszystkich językach świata (jedynie język polski ustępuje tutaj np. suahili, gdyż mamy w nim tylko 8 - na 13 - ksiąg *Elementów*). Taka jej popularność bierze się stąd, iż jest to książka wzorcowa dla całej dedukcyjnej nauki, czyli nauki takiej, jaka była obdarzana tą nazwą od -800 do 1900 roku. Nawet zupełnie nie dotykające matematyki książki przez cały ten czas pisano na wzór *Elementów*, że wymienię tylko dzieło *Ethica, modo geometrico exposita* Barucha Spinozy (XVII w.).

Elementy, wbrew potocznym sądom zawierają wykład nie tylko geometrii, ale i arytmetyki (np. twierdzenie o istnieniu nieskończenie wielu liczb pierwszych). Były zresztą używane również jako podręcznik - np. w Anglii uczono z nich do końca XIX wieku (uczył się z nich w szkole m.in. Bertrand Russell).

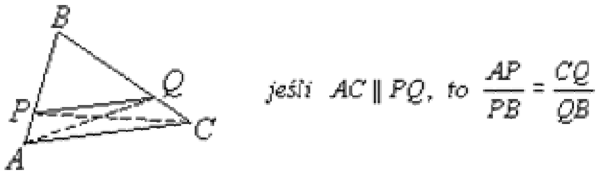
I tak padło słowo "szkoła", która jest miejscem pracy i głównym obiektem zainteresowania Czytelników *Matematyki*. W ramach tego rocznicowego tekstu pragnę przypomnieć to i owo, czego nasza szkoła z *Elementów* nie wzięła, choć przeszkód ani ze strony merytorycznej, ani dydaktycznej, ani wreszcie prawa autorskiego, nie widać.

Stosunkowo wcześnie w szkole podstawowej uczeń zapoznaje się ze wzorem na pole trójkąta. Ważną jego konsekwencją jest spostrzeżenie, że

> *trójkąty o takich samych podstawach* (*wysokościach*) *mają pola proporcjonalne do swoich wysokości* (*podstaw*).

To spostrzeżenie Euklides wykorzystuje do bardzo prostego dowodu twierdzenia Talesa (uchodzącego w całej szkole za zbyt trudne) i twierdzenia Pitagorasa - można więc te twierdzenia mieć przyzwoicie dowiedzione już w szkole podstawowej i nawet w nienadzwyczajnie utalentowanych klasach.

Oto umieszczony w *Elementach* dowód twierdzenia (przy oznaczeniach z rysunku):

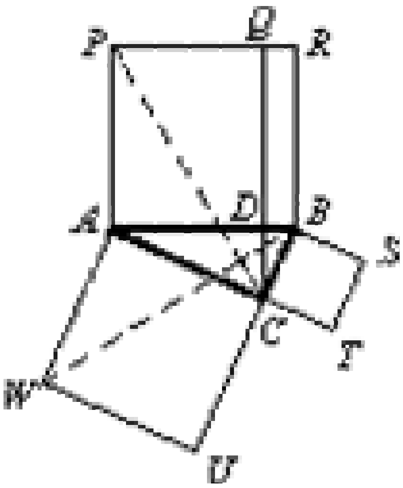


czyli twierdzenia Talesa:

$$\frac{AP}{PB} =_{(1)} \frac{S_{\Delta APQ}}{S_{\Delta PBQ}} =_{(2)} \frac{S_{\Delta CQP}}{S_{\Delta QBP}} =_{(1)} \frac{CQ}{QB}.$$

Równości oznaczone (1) biorą się stąd, że trójkąty *APQ* i *PBQ* mają wspólną (nienarysowaną) wysokość (rzut *Q* na *AB*); tak jak i trójkąty *CQP* i *QBP*. Równość (2), czyli $S_{APQ} = S_{CQP}$ wynika stąd, że patrząc na te trójkąty tak, by ich (wspólną) podstawą był odcinek *PQ*, zauważamy, iż mają równe wysokości, bo odległość prostych równoległych jest wszędzie taka sama. I to wszystko.

Twierdzenie Pitagorasa jest w *Elementach* dowodzone dwukrotnie, za pierwszym razem bez korzystania z podobieństw (co też przesuwa w dół możność użycia tego dowodu w klasie). Oto ten dowód (oznaczenia z rysunku):



$$S_{ACUW} =_{(1)} 2 \cdot S_{WAB} =_{(2)} 2 \cdot S_{CAP} =_{(1)} S_{ADQP}.$$

Równości oznaczone (1) biorą się stąd, że jeśli na prostokąt i trójkąt spojrzeć tak, że *WA* jest ich wspólną podstawą (odpowiednio *AP*), to mają one taką samą wysokość. Równość (2) to druga cecha przystawania trójkątów: istotnie,

$$WA = CA,\ AB = AP \quad \text{i} \quad \angle WAB = \angle CAP.$$

I to już wszystko, bo tym samym sposobem przekonujemy się, że

$$S_{BCTS} = S_{BDQR}.$$

Najbardziej spektakularnym przykładem szkolnego niewykorzystania *Elementów* w arytmetyce jest algorytm Euklidesa (nie przez niego zresztą wymyślony). Algorytm Euklidesa to następujące postępowanie, które stosuje się do dowolnych dwóch liczb, nazwijmy je a i b. Dzielimy z resztą a przez b i otrzymujemy wynik w_1 i resztę r_1. Następnie dzielimy b przez r_1, otrzymując wynik w_2 i resztę r_2. Z kolei r_1 dzielimy przez r_2, otrzymując wynik w_3 i resztę r_3. I tak dalej, co oznacza, że tak długo, dopóki nie otrzymamy reszty 0, powtarzamy tę operację, otrzymując z dzielenia r_{n-1} przez r_n wynik w_{n+1} i resztę r_{n+1}. Gdy nie natrafiamy na resztę 0, traktujemy całą operację jako ciągnącą się w nieskończoność. Tak więc algorytm Euklidesa z pary liczb a i b produkuje skończoną lub nieskończoną liczbę par w_i i r_i. Obok przykłady.

Pierwsza refleksja, jaka się nasuwa, to ta, że takie postępowanie musi zawsze się skończyć. Istotnie **dla liczb naturalnych** zawsze tak jest. Pozostańmy więc na razie przy nich. Korzyść z algorytmu Euklidesa jest taka, że ostatnia niezerowa reszta r_i jest, co łatwo sprawdzić, największym wspólnym dzielnikiem liczb a i b. W ten sposób dowiadujemy się, że ułamek $^{1517}/_{1073}$ można skrócić przez 37 i tym sposobem okazuje się on równy $^{41}/_{29}$, czego w szkole

przez rozkład na czynniki nie udałoby się w żaden sposób uzyskać.
Podobnie, jak informacji, że ułamek $^{771}/_{146}$ jest nieskracalny. Takie szkolne zastosowanie algorytmu Euklidesa - do szukania największych wspólnych dzielników mianowicie - wydaje się oczywistością. Niech jednak Szanowni Czytelnicy spróbują ją znaleźć wśród licznych już teraz podręczników szkolnych.

Przeprowadzając przedstawione rachunki "od końca" można się przekonać, że $NWD(a, b)$ daje się uzyskać jako całkowitoliczbowa kombinacja a i b. Zupełnie średnio zorientowany uczeń zdoła w przytoczonych przykładach obliczyć, że

$$37 = (-12) \cdot 1517 + 17 \cdot 1073, \quad \text{oraz} \quad 1 = 57 \cdot 771 + (-301) \cdot 146.$$

Tym sposobem mamy nagle i tanio informację, której zdobycie przewidziano (z racji rzekomych trudności) tylko dla studentów kierunków matematycznych.

No, a co z zastosowaniem algorytmu Euklidesa do czego innego, niż tylko liczby naturalne? O tym także jest w *Elementach*, choć to zupełnie inna historia.

Aby stosować algorytm Euklidesa np. do wszystkich liczb, trzeba zauważyć, że dzielenie z resztą, to inaczej wyłączanie całości i odwracanie tego, co zostało, aby znów było co wyłączać. Można więc ten algorytm stosować wszędzie tam, gdzie wyłączanie całości da się określić. Np. w *Elementach* stosuje się algorytm Euklidesa do odcinków. Wtedy może się zdarzyć, że algorytm Euklidesa trwa nieskończenie. Nie ma więc wtedy mowy o największym wspólnym dzielniku. Jeśli to jednak ma mieć jakiś sens, to musi się on znaleźć wśród liczb w_i. Zobaczmy jaka jest ich rola w przypadku, gdy algorytm działa tylko skończenie długo, np. w przypadku pierwszego przerachowanego przykładu. Otrzymane rachunki można zapisać tak:

$$\frac{1517}{1073} = 1 + \frac{444}{1073} = 1 + \frac{1}{\frac{1073}{444}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{185}{444}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{444}{185}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{74}{185}}} =$$

$$= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{185}{74}}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{37}{74}}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$$

Proszę zauważyć, że występują tu tylko liczby w_i. Ułamek tak zapisany nazywa się łańcuchowym. Ten akurat zapisuje się oszczędzając papier jako (1;2,2,2,2). Każdy widzi, że można w taki ułamek łatwo zamienić każdą liczbę wymierną. Dla chcących ćwiczyć z uczniami rachunki na ułamkach zabawa w zamienianie zwykłego ułamka na łańcuchowy może być niezłym pomysłem, bo stwarza pozór czegoś nowego i na pewno jest graficznie bardzo efektowna, a więc odsuwa towarzyszącą często utrwalaniu umiejętności nudę.

Prawdziwe zajmowanie się ułamkami łańcuchowymi zaczyna się dopiero wtedy, gdy będziemy w nie zamieniać liczby niewymierne. Zobaczmy to na przykładzie liczby $\sqrt{2}$.

$$\sqrt{2} = 1 + \left(\sqrt{2} - 1\right) = 1 + \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = 1 + \frac{1}{2 + \left(\sqrt{2} - 1\right)} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\sqrt{2} + 1}} = \ldots = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \ldots}}}}$$

Otrzymany ułamek łańcuchowy jest zatem nieskończony: (1;2,2,2,...), co zapisuje się krócej jako $(1,\overline{2})$. Proszę sprawdzić (dać do sprawdzenia), że ułamek łańcuchowy złożony z samych jedynek to złota proporcja.

Teraz jest wiele ciekawego do zrobienia, choć faktycznie w klasie szkoły podstawowej zrobić się tego nie da. Euklides używa tych ułamków jako sposobu mówienia o stosunku odcinków niewspółmiernych - oznacza to dokładnie tyle samo, co takich, dla których stosunku ułamek ten jest nieskończony. Nie czas tu i nie miejsce, aby pisać o własnościach ułamków łańcuchowych. Gdyby ktoś z Czytelników chciał jednak o ułamkach takich uczniom (wybranym) wspomnieć, to przede wszystkim warto zwrócić uwagę na fakt, że rozwinięcie w ułamek łańcuchowy zasadniczo się różni od rozwinięcia w jakimkolwiek systemie pozycyjnym. W systemie pozycyjnym używana jest tylko skończona liczba liczb-cyfr, równa podstawie systemu (bo jest i 0). Tutaj może się pojawić każda, dowolnie duża liczba. Na przykład nie wiadomo, czy w rozwinięciu (oczywiście nieskończonym) $\sqrt{2}$ na ułamek łańcuchowy jest największa liczba, czy też trafiają się dowolnie wielkie.

O ułamkach łańcuchowych pozwoliłem sobie wspomnieć, by nie powstało mniemanie, iż zawartość *Elementów* to rzeczy proste, rodem z dzisiejszej szkoły podstawowej.

Elementy zawierają kilkaset twierdzeń. Pierwsze z nich to konstrukcja trójkąta równobocznego o danym jednym boku. Ostatnie zaś orzeka, że istnieje dokładnie 5 wielościanów foremnych. Wszyscy jednak zgodnie są przekonani, że tej klasy uczony, co Euklides, nie mógł stworzyć tylko jednego dzieła. Dlatego też stworzono listę co najmniej siedmiu ksiąg, których autorstwo przypisywane jest Euklidesowi. Czym kierowali się układający tę listę? Jak sądzę, powodem wciągnięcia na nią jakiejś, nie mającej znanego autora, księgi był jej poziom - czegoś tak wspaniałego nie mógł stworzyć nikt inny, myślano.

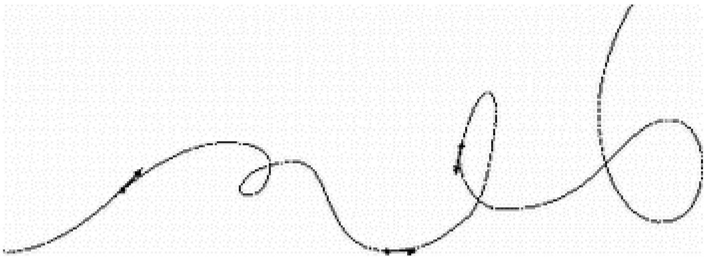
Euklides jest człowiekiem, który osiągnął chyba najbardziej pożądany rodzaj nieśmiertelności - nie utrwalił się jego wizerunek, jego przywary czy ułomności, jego związki rodzinne i nie tylko - wiecznym stało się jego dzieło. W naszym plotkarskim świecie nawet greccy herosi nie zyskali tak godnego szacunku uwiecznienia. Dlatego też i jego jubileusz wypada czcić w rocznicę powstania jego dzieła.

Źródło : Marek Kordos *Matematyka* 3/2000

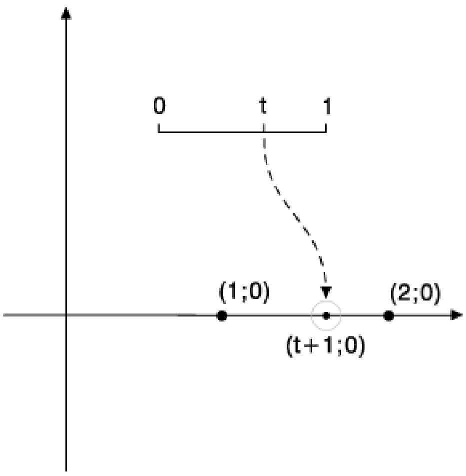
Różne definicje krzywych i co z tego wynikło (def. Jordana, coś niecoś o Peano, krzywe Cantora i duża rola Polaków)

Jak już wiemy, o pojęciu ciągłości można mówić w bardziej ogólnym kontekście niż tylko w przypadku funkcji prowadzących ze zbioru liczb rzeczywistych (czy z przedziału) w zbiór liczb rzeczywistych. W tym rozdziale poświęcimy trochę więcej miejsca funkcjom, które odwzorowują liczby na punkty płaszczyzny.

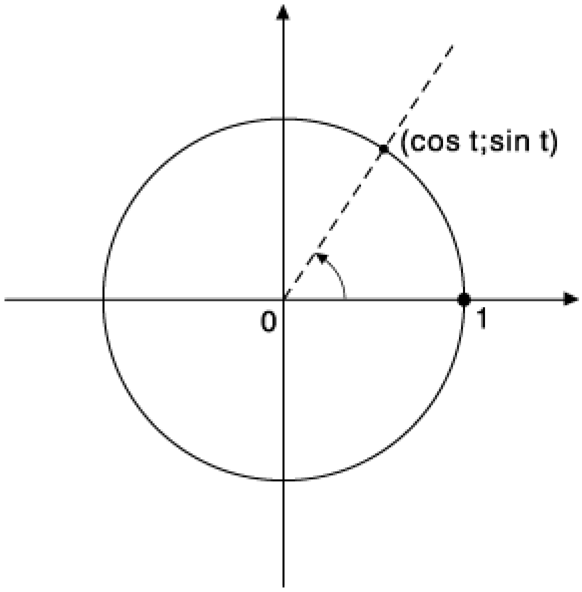
Funkcję ciągłą z przedziału w płaszczyznę można interpretować jako sposób lub przepis rysowania linii. Przyjmijmy, że dziedziną funkcji jest przedział [0,1]. Każdą liczbę z tego przedziału możemy utożsamić z odpowiednią chwilą - na przykład z położeniem wskazówki na idealnie dokładnym zegarku. Nasz przedział ma początek w punkcie 0 - punkt odpowiadający zeru zaznaczamy kropką, przykładając do kartki ołówek. i gdy czas płynie, my rysujemy linię na papierze - każdej chwili odpowiada punkt, w którym w danym momencie znajduje się koniec ołówka. Gdy dojdziemy do czasu 1, kończymy rysowanie. Ciągłość naszej funkcji polega na tym, że nie odrywamy ołówka od papieru. w pismach dla dzieci pojawiają się czasem zadania treści: "nie odrywając ołówka narysuj..." i do tego są dołączone rysunki jakichś krzywych. Mówiąc uczonym językiem, zadania polegają na wymyśleniu odpowiedniej funkcji, przeprowadzającej przedział w płaszczyznę. Warto zauważyć, że zazwyczaj w takich łamigłówkach zdarza się kilkakrotne przechodzenie przez ten sam punkt - nie żądamy, by wartości funkcji nie mogły się powtarzać. Przy "ciągłym" rysowaniu może się też zdarzyć, że przez dłuższą chwilę stoimy w miejscu albo wracamy "po śladach".



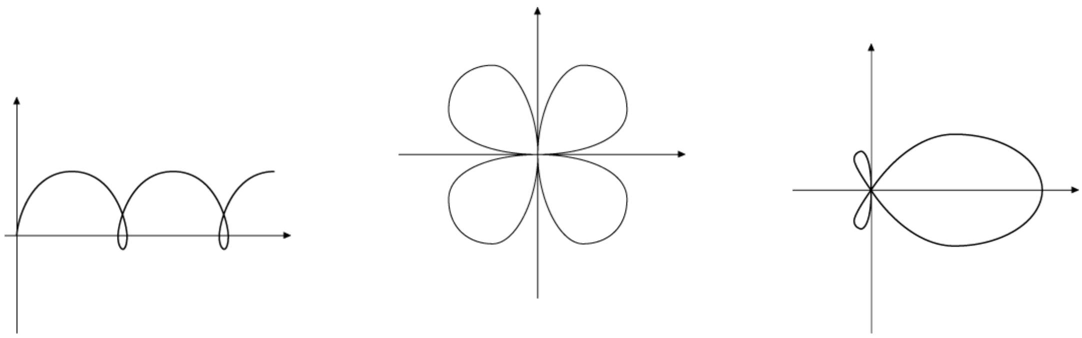
Rozważmy bardzo prosty przykład. Wyobraźmy sobie, że na płaszczyźnie (z narysowanym układem współrzędnych) rysujemy odcinek. Odcinek leży na osi *OX*; początek ma w punkcie 1, koniec zaś w punkcie 2. Łatwo sobie wyobrazić, jak go rysujemy. Więcej: bez trudu potrafimy to opisać wzorem! Pamiętamy, że punkty płaszczyzny z wprowadzonym układem współrzędnych możemy utożsamiać z parami liczb. Zatem początek naszego odcinka to (1,0), a koniec to (2,0) - druga współrzędna każdego punktu tego odcinka to 0, gdyż leży on na osi *OX*. Nie nastręcza trudności podanie wzoru: wartością w punkcie *t* z przedziału [0,1] jest para (*t*+1,0).



A teraz narysujmy inną linię, też dobrze znaną - fragment okręgu na płaszczyźnie. Zacznijmy w punkcie o współrzędnych (1,0) i rysujmy okrąg o środku w punkcie (0,0) i promieniu 1, kierując się do góry. Narysujmy jednak tylko kawałek okręgu. Funkcja dana jest wzorem *f(t)* = (cos*t*, sin*t*); łatwo sprawdzić - za pomocą świetnie znanego wzoru, zwanego "jedynką trygonometryczną" - że wartości tej funkcji istotnie należą do badanego okręgu. Gdyby dziedziną funkcji opisanej tym wzorem był przedział [0,2 π], to narysowalibyśmy cały okrąg, gdy funkcję definiujemy tylko dla t z przedziału [0,1], to nie wyprowadzimy naszej linii poza pierwszą ćwiartkę układu współrzędnych.



Te linie, które do tej pory narysowaliśmy, były stosunkowo "krótkie". Nie należy jednak sądzić, że równie krótkie muszą być zawsze, nawet gdy określamy je tylko dla liczb z przedziału [0,1] - wystarczy rysować "szybciej". i to się udaje ująć we wzór; jeżeli na przykład chcemy utworzyć cały okrąg, mając do dyspozycji jedynie t z przedziału [0,1], to odpowiednią funkcją będzie $f(t) = (\cos 2\pi t, \sin 2\pi t)$ - łatwo zauważyć, że dla t równego 1 wrócimy do punktu wyjścia. Linie mogą się zachowywać w różny sposób, być określone rozmaitymi wzorami, punkty osiągane przez funkcję mogą się powtarzać. Za pomocą takiego rysowania można otrzymać ładne obrazki, różne krzywe mają interesujące zastosowania. Wiele z nich odkryli matematycy w ubiegłych wiekach.



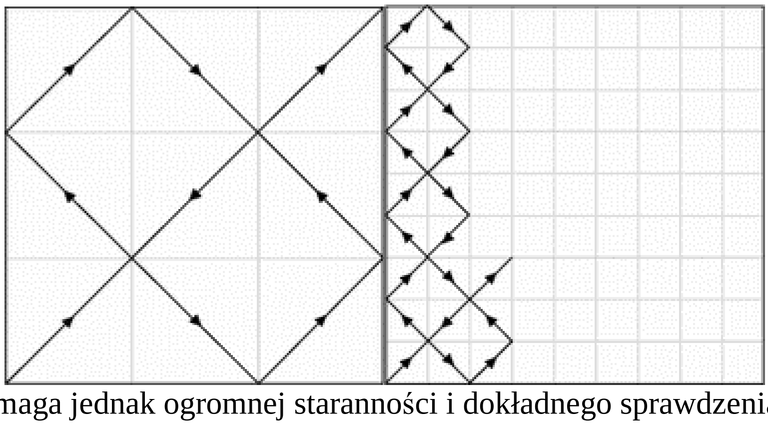
W matematyce intuicja musi być sformalizowana; zdefiniowano i krzywą. Określenie, zaproponowane w drugiej połowie XIX wieku przez **Francuza Camille Jordana**, jest najzupełniej naturalne. Krzywą nazwał on obraz ciągły odcinka - czyli właśnie to, co możemy narysować ołówkiem bez odrywania go od papieru. Oczywiście, mówiąc o krzywych, najczęściej wyobrażamy je sobie na płaszczyźnie, ale można też rozważać funkcje prowadzące w przestrzeń trójwymiarową, w sferę, w rozmaite powierzchnie itp.

Odcinki, które przyjmujemy jako dziedzinę naszych krzywych, mają początek i koniec - zatem w pewnym punkcie startujemy i w pewnym punkcie kończymy rysowanie. Ważne jest jeszcze jedno: zwróćmy uwagę na to, że rozważane przez nas linie są "nieskończenie cienkie" - mają "zerową grubość". w praktyce jest oczywiście inaczej - nawet idealnie zaostrzony ołówek, rysujący cieniutką kreskę, nie da nam idealnej linii. Wystarczy popatrzyć na rysunek przez szkło powiększające, by stwierdzić, że narysowana linia ma jakąś grubość. Idealnej linii nie zobaczymy nigdy, ale to nie przeszkadza w rozważaniach teoretycznych - wystarczy pamiętać o zerowej grubości.

Posługując się definicją linii krzywej jako śladu poruszającego się punktu, możemy sobie wyobrazić przeróżne kształty, które są liniami. Wydawałoby się jednak, że - mimo możliwej różnorodności uzyskiwanych wyników - pewne ograniczenia są oczywiste. Na przykład, absurdalnie brzmi hipoteza, że kwadrat też można otrzymać jako ślad poruszającego się punktu, czyli że kwadrat jest linią. Rzecz jasna, nie chodzi tu o brzeg, lecz o figurę płaską. No właśnie. Kwadrat jest figurą płaską i ma dodatnie pole, a linia nie ma grubości, więc coś takiego wydaje się niemożliwe. w praktyce można sobie wyobrazić, że mażąc ołówkiem, zamażemy powierzchnię kwadratu, ale to wynika z niedoskonałości narzędzia. Trudno, żeby coś, co nie ma grubości, mogło mieć pole dodatnie. Tymczasem...

Okazało się, że definicja zgodna z naturalną intuicją może prowadzić do rezultatów zupełnie z tą samą intuicją niezgodnych. Otóż w roku 1890 Włoch **Giuseppe Peano** udowodnił, że jako ciągły obraz odcinka można otrzymać kwadrat (pełny). Mówiąc obrazowo, jest możliwe takie narysowanie linii, że rysując ją idealnie naostrzonym ołówkiem (nieskończenie cienką kreską) w skończonym czasie, nie odrywając ołówka od papieru, przeprowadzimy tę linię przez każdy punkt kwadratu. Niewiarygodne, ale prawdziwe.

Można się domyślać, że krzywa o tak oryginalnej własności nie mogła być dana prostym wzorem. I rzeczywiście, nie jest ona określona tak jak najbardziej znane, typowe funkcje, lecz mozolnie i starannie konstruowana. Idea konstrukcji Peano nie była zbyt trudna, ale wymagała dokładnego sprawdzenia wielu szczegółów i wykorzystania pewnych twierdzeń. Główna myśl polegała na tym, że krzywa jest konstruowana jako graniczny efekt pewnego ciągu krzywych, odpowiednio ją przybliżających. Dzielimy kwadrat na dziewięć mniejszych kwadratów i prowadzimy krzywą po ich przekątnych. Następnie każdy kwadrat dzielimy na dziewięć mniejszych i w każdym z nich naszą linię (poprzednio biegnącą po przekątnej) odpowiednio modyfikujemy. i tak dalej.



Taka metoda wymaga jednak ogromnej staranności i dokładnego sprawdzenia. Trzeba dobrze zdawać sobie sprawę z tego, jakie wnioski wolno wyciągać przy przejściu granicznym, a jakich nie. Zbyt pochopne wnioskowanie może prowadzić do wielu fałszywych wniosków - na tym, na przykład, opiera się jeden ze znanych "dowodów" tego, że 1 = 2. Trzeba więc konstrukcję przeprowadzać umiejętnie i starannie. Dalej, gdy już mamy oczekiwany efekt końcowy, należy upewnić się, że krzywa jest taka, jak chcemy - czyli jest obrazem ciągłym przedziału - oraz że istotnie przechodzi przez każdy punkt kwadratu. To wszystko nie jest banalne ani krótkie, ale "do zrobienia". Najtrudniej chyba było uwierzyć, że taka konstrukcja jest możliwa.

Matematyczna działalność Peano (1858-1932) była związana z Turynem. Na tamtejszym uniwersytecie studiował i później pracował przez całe życie. Profesorem został w roku 1890, czyli w tym samym, w którym dokonał odkrycia słynnej krzywej. Wspomina się o nim w wielu dziedzinach matematyki - w analizie matematycznej, w równaniach różniczkowych (jedno z najbardziej podstawowych twierdzeń o istnieniu rozwiązań równań nosi jego imię), w arytmetyce teoretycznej (mówimy o aksjomatyce Peano liczb naturalnych).

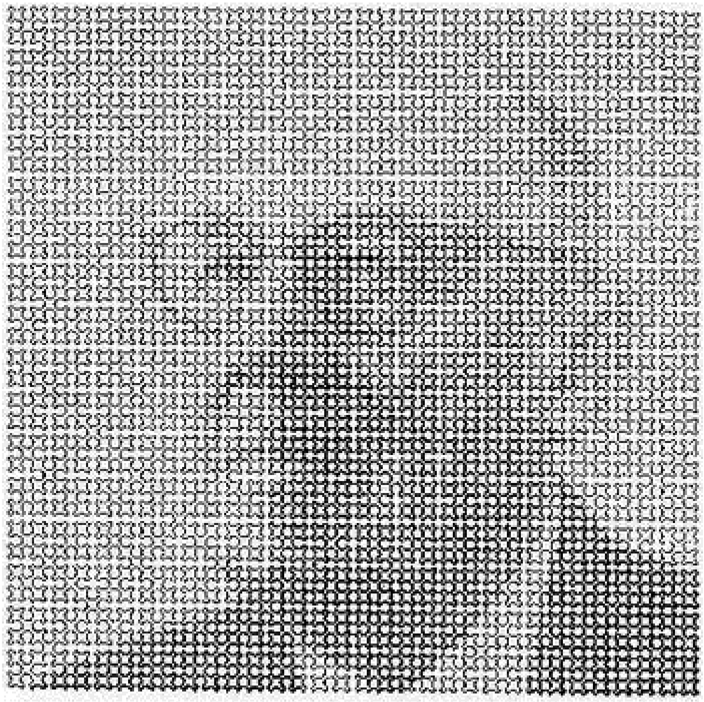
Wynik Peano był co najmniej zaskakujący. Jednakże dwanaście lat wcześniej matematycy przeżyli większy wstrząs. w roku 1878 **Georg Cantor** udowodnił, że istnieje funkcja przeprowadzająca przedział w kwadrat w ten sposób, że każdy punkt kwadratu jest obrazem pewnego punktu przedziału, i to dokładnie jednego. Inaczej - punkty kwadratu i odcinka możemy połączyć w pary. Zachwiało to utartymi poglądami i wręcz zaszokowało wielu uczonych. z wynikami Cantora związanymi z nieskończonością jeszcze się tu spotkamy.

Funkcja podana przez Cantora nie była ciągła. Rok później Niemiec **Eugen Netto** udowodnił, że funkcja tego właśnie typu, czyli przyporządkowująca wzajemnie jednoznacznie punktom odcinka punkty kwadratu, ciągła być nie może. Twierdzenie to jednak nie dotyczyło funkcji, w których wartości mogą się powtarzać; wskazywało jedynie, że łączenie w pary punktów odcinka i kwadratu nie może się odbywać w zbyt porządny sposób. Wyjaśnienia wymagało jeszcze pytanie o ciągłe - ale z możliwością powtórzeń - przekształcenie odcinka w kwadrat. Sądzono raczej, że i to okaże się niemożliwe. Peano obalił jednak te przypuszczenia.

Wynik Peano dał podstawę do dalszych badań w tym kierunku. Wkrótce podano kolejne konstrukcje krzywych wypełniających kwadrat. Skonstruowali je między innymi: David Hilbert (1891), Eliakim Hastings Moore (1900), Henri Lebesgue (1904), Wacław Sierpiński (1912) i George Pólya (1913). Wszystkie te nazwiska są dziś znakomicie znane w świecie matematycznym.

Warto tu wspomnieć o bardzo interesującym przykładzie twórczości artystyczno-matematycznej. w roku 1994 Amerykanin Fritz Lott, informatyk, sympatyk Polski i miłośnik matematyki, zaprojektował plakat *Wacław Sierpiński and his space-filling curve*. Sierpiński (1882-1969) był jednym z najwybitniejszych polskich matematyków. Jego główne rezultaty dotyczyły teorii liczb oraz dwóch dziedzin, o których będziemy tu jeszcze mówić: teorii mnogości i topologii. Napisał około 700 (!) artykułów matematycznych i książek. Wykształcił wielu uczonych, później światowej sławy matematyków.

Patrząc z bliska na plakat, widzimy jedno z przybliżeń krzywej wypełniającej kwadrat, skonstruowanej przez Sierpińskiego, w niektórych miejscach pogrubionej. Pogrubienia są dobrane w ten sposób, że patrząc z daleka widzimy twarz Sierpińskiego. Kilkaset plakatów Lott wydrukował sam, kolejne wykonano w Polsce na zlecenie Polskiego Towarzystwa Matematycznego, któremu Lott ofiarował prawa autorskie. Plakaty te sprzedaje się do dziś; rysunek wykonany przez Lotta przedstawiony jest poniżej, z tym że na plakacie autor użył dalszego przybliżenia krzywej i dzięki temu uzyskał znacznie ładniejszy efekt. w przypadku tej reprodukcji umieszczonej na następnej stronie, należy po pionowym ustawieniu książki odejść od niej na odległość około dwóch i pół metra. Wtedy poszczególne linie tworzące rysunek już nie są widoczne.

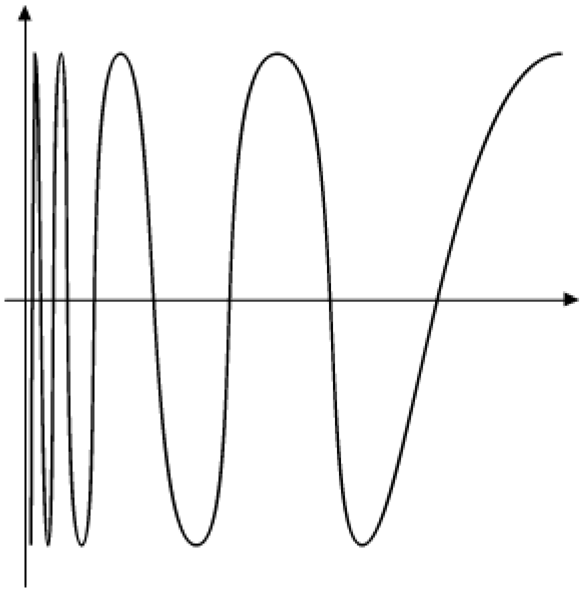


Badania zainspirowane przez Peano nie sprowadzały się jedynie do konstruowania nowych przykładów krzywych wypełniających kwadrat. Bez trudu można było przeprowadzić analogiczną konstrukcję krzywej wypełniającej sześcian. Badano także własności takich krzywych; zaznaczyliśmy już, że musiały istnieć punkty, przez które krzywa przechodziła więcej niż raz - nazywano je wielokrotnymi. w roku 1913 Stefan Mazurkiewicz i Austriak Hans Hahn udowodnili (niezależnie), że jakakolwiek krzywa wypełniająca domknięty "obszar płaski" (np. kwadrat) musi mieć punkty trzykrotne, czyli takie, przez które linia przechodzi dokładnie trzy razy. Natomiast przykład, który podał Pólya, miał tę własność, że żaden punkt nie miał krotności większej niż 3. Warto zaznaczyć, że swą pracę Pólya opublikował w Biuletynie Akademii Umiejętności w Krakowie. Przykład krzywej o tej własności podał też Hahn. z kolei w krzywej skonstruowanej przez Hilberta żaden punkt nie ma krotności wyższej niż 4. W krzywej Hilberta występują zresztą punkty o wszystkich krotnościach mniejszych niż 5. Na marginesie - Hilbert w swojej pracy napisał, że występują tam tylko punkty o krotności 1, 2 i 4 (co, jak teraz wiadomo na podstawie wyników Mazurkiewicza i Hahna, nie mogło być prawdą), a Hahn, pisząc w roku 1913 o krzywej Hilberta, zaznaczył (błędnie), że krzywa nie ma punktów o krotnościach wyższych niż 3.

Krzywa ciągła mogła więc wypełnić kwadrat, ale musiała mieć wówczas punkty wielokrotne. Można było jeszcze zapytać o krzywe ciągłe posiadające wyłącznie punkty jednokrotne, czyli nie powtarzające swoich wartości. Takie linie, powstałe w efekcie wyginania odcinków (przy zakazie sklejania), istotnie są znacznie bardziej "przyzwoite" niż te z powtarzającymi się punktami. Ale i tu czekają nas niespodzianki: w 1903 roku William Osgood podał przykład odpowiednio powyginanego odcinka o dodatnim polu.

Okazało się, że istnienie takich niestandardowych krzywych jest znakomitą inspiracją dla dalszych badań. Przede wszystkim zaczęto się zastanawiać, czy definicja krzywej jako ciągłego obrazu odcinka jest dobra, skoro prowadzi do tak zadziwiających przykładów. Poszukiwano zatem innych, konkurencyjnych (choć może mniej zgodnych z intuicją) określeń, takich, które eliminowałyby krzywe mające pole dodatnie. Jedno z nich przedstawił Georg Cantor. Nie było ono już tak intuicyjne jak definicja Jordana, ale radziło sobie z "grubością" krzywej. Cantor żądał między innymi, żeby w dowolnie małym otoczeniu każdego punktu krzywej były również punkty do krzywej nie należące. Koło, kwadrat i inne figury o dodatnim polu tego warunku nie spełniają. Może więc definicja Cantora jest lepsza? Trudno to jednak jednoznacznie stwierdzić. Krzywe Cantora mają bowiem pewne wady. w szczególności, istnieją takie krzywe Cantora, które nie są śladem poruszającego się punktu, czyli nie są krzywymi Jordana. Każda z tych definicji dopuszcza przypadki nie objęte przez drugą.

Krzywą w sensie Cantora jest na przykład wykres funkcji sin 1/*x* wraz z fragmentem osi rzędnych (od -1 do 1). Nie spełnia on natomiast definicji podanej przez Jordana: nie da się przejść z sinusoidy na pionowy odcinek bez odrywania ołówka.



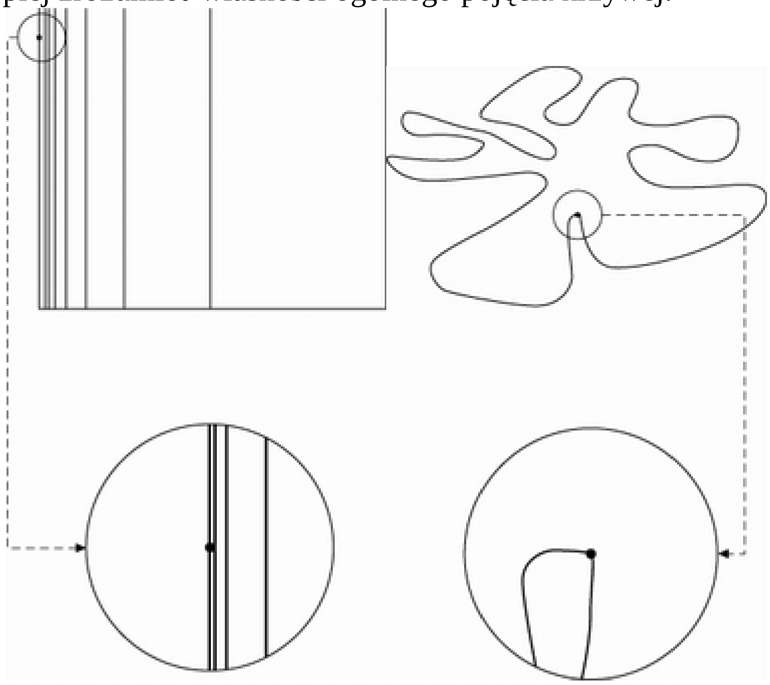
Dużą rolę w badaniach nad tymi problemami odegrali Polacy.

Pod koniec XIX wieku Polacy, którzy wcześniej nie mieli praktycznie żadnych osiągnięć światowej klasy w matematyce, zaczęli uzyskiwać liczące się wyniki, ale nadal matematyka nie była naszą narodową specjalnością. Do wniosku, że ten stan należy zmienić, doszedł na krótko przed i wojną światową młody wówczas Wacław Sierpiński. Pisał on: "Chociaż mieliśmy matematyków polskich znanych ze swych prac za granicą, nie było matematyki polskiej". Na zjeździe naukowym w 1911 roku, na którym spotkało się kilku spośród najbardziej znanych wówczas polskich matematyków, obecni rozmawiali "o wszystkim, tylko nie o matematyce" - zajmowali się skrajnie różną tematyką. Do podobnych wniosków doszedł niezależnie Zygmunt Janiszewski i przedstawił je w słynnym memoriale *o potrzebach matematyki w Polsce* (1917).

Kilku młodych matematyków z Warszawy miało wspólne zainteresowania, związane z działem matematyki, który właśnie zaczął się prężnie rozwijać - topologią. Przedmiotem badań topologii są własności, które nie zmieniają się po przekształceniu badanej przestrzeni przez funkcję ciągłą. Dzięki tej koncentracji badań w pokrewnych kierunkach, a także wielkim zdolnościom i talentom Sierpińskiego i innych, wkrótce po wojnie Polska stała się potęgą matematyczną. Od końca wojny do 1925 roku tylko pięciu matematyków - Sierpiński, Janiszewski, Mazurkiewicz, Bronisław Knaster i Kazimierz Kuratowski - opublikowało ponad 100 prac naukowych dotyczących topologii. Obok warszawskiej szkoły matematycznej powstała (równolegle) szkoła lwowska - ale o niej w następnym rozdziale.

Nic dziwnego, że Polacy zajęli się także i tą działką topologii, która dotyczyła dziwnych krzywych. w roku 1913 Mazurkiewicz udowodnił, że jako obrazy przedziału przekształconego przez funkcję ciągłą można przedstawić zaskakująco dużo zbiorów - i to w znacznie bardziej ogólnych przestrzeniach niż płaszczyzna. Dokładnie, Mazurkiewicz pokazał, że krzywymi (według definicji Jordana) są wszystkie zwarte, spójne i lokalnie spójne zbiory. Mówiąc poglądowo, w przypadku płaszczyzny - zbiory zwarte to zbiory jednocześnie domknięte i ograniczone.

Domkniętość zbioru oznacza, że wszystkie punkty jego brzegu należą do niego (inaczej: zbiór a jest domknięty, jeżeli każdy punkt, do którego potrafimy "zbliżyć się", wędrując po punktach zbioru A, też należy do zbioru A). Zbiorami domkniętymi są na przykład (na płaszczyźnie): koło z brzegiem, okrąg, odcinek z końcami, prosta. Nie są nimi natomiast koło z wyrzuconym środkiem czy odcinek bez końców (można "dojść" do końca odcinka punktami z odcinka). Zbiory spójne, jak pamiętamy, to te, które "składają się z jednego kawałka". Lokalna spójność polega natomiast na wykluczeniu sytuacji, że zbiór badany w małym otoczeniu swojego punktu "rozpada się na kawałki", i nie naprawimy tego przez zmniejszanie otoczenia (patrz rysunek na następnej stronie). Ten sam wynik, co Mazurkiewicz, uzyskał - też w roku 1913 - Hahn. Inny, również bardzo ciekawy opis ciągłych obrazów przedziałów podał w 1920 roku Sierpiński, który specjalizował się w studiowaniu obiektów spełniających definicję zarówno Jordana, jak i Cantora. Polacy uzyskali szczególnie dużo wyników pozwalających lepiej zrozumieć własności ogólnego pojęcia krzywej.



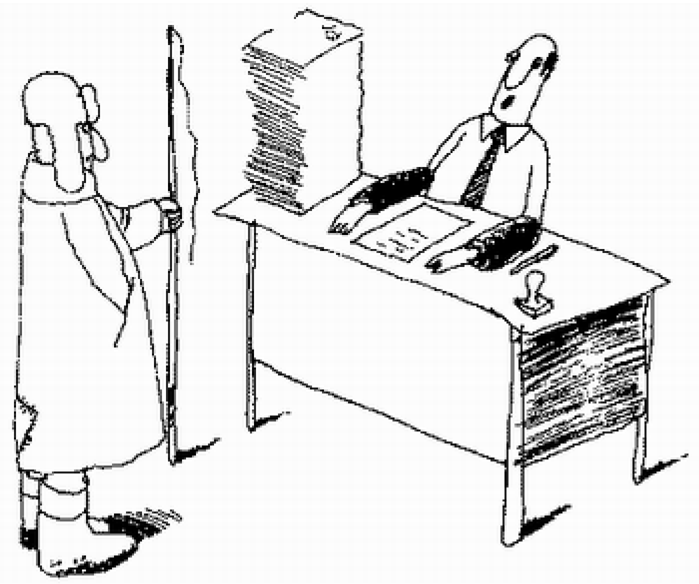
Pewnego razu do Warszawy przyjechał matematyk amerykański. Miał on na uniwersytecie wykład i często wspominał o "twierdzeniach, które udowodnił Mezurkik". w pewnym momencie Mazurkiewicz, który siedział na sali, rzekł zdumiony: "On mówi o moich rezultatach!" Przez dłuższy czas nie domyślał się (podobnie jak wielu innych), kogo prelegent miał na myśli.

Warto wspomnieć jeszcze o jednym polskim wyniku dotyczącym krzywych wypełniających kwadrat i związanych z nim wydarzeniach - twierdzeniu wykazanym w roku 1936 przez matematyka ze Lwowa: Hugona Steinhausa.

Steinhaus (1887-1972) był postacią wyjątkową. Na wielki podziw zasługuje jego niezwykła wszechstronność; uzyskiwał znaczące wyniki w wielu różnych działach matematyki. Ponadto duża część jego dorobku naukowego wiąże się z praktycznymi, nieraz zaskakującymi zastosowaniami matematyki w rozmaitych dziedzinach. Był też wspaniałym popularyzatorem: jego książkę *Kalejdoskop matematyczny* (pierwsze wydanie w 1938 roku) przetłumaczono na wiele języków. Ciekawe, że w Polsce w latach 1957-1990 ani razu jej nie wznowiono! Steinhaus był przy tym człowiekiem o niezwykle szerokiej wiedzy ogólnej. Do dziś sławne są jego aforyzmy, uwagi i myśli. Steinhaus był przy tym znanym bojownikiem o czystość polskiego języka. Wspomniany tu już znakomity matematyk Bronisław Knaster nalegał na odmianę swojego nazwiska przy użyciu formy "Knastera". Podobno Steinhaus mawiał: "Niedaleko mnie mieszka Knaster. Ja mam ogródek i Knaster ma ogródek. U mnie w ogródku rosną astry, a u niego astery". Knaster miał replikować: "Prezydent Egiptu nazywa się Naser i wszyscy mówią: Nasera".

Jeden z rezultatów Steinhausa dotyczył krzywych wypełniających przestrzeń. Otóż Steinhaus pokazał, że - mówiąc obrazowo - takie krzywe w przestrzeniach wyżej wymiarowych (nawet nieskończenie wymiarowych) mogą być generowane przez analogiczne krzywe w przestrzeniach o niższym wymiarze, nawet przez krzywe wypełniające kwadrat. Odkrycie to było ważne i zaskakujące. Zostało jednak opublikowane niedługo przed wybuchem wojny, w "Comptes Rendus" Paryskiej Akademii Nauk (i to w tomie liczącym aż 2331 stron) - i umknęło uwagi świata matematycznego. Czterdzieści lat później ten sam wynik odkryto na nowo. Liczni matematycy pisali prace przedstawiające rozmaite warianty twierdzenia Steinhausa oraz wnioski z niego i publikowali je w czołowych pismach matematycznych świata - nie zdając sobie sprawy z tego, że Steinhaus zrobił to wcześniej.

Przykład Peano oraz wiele konstrukcji z nim związanych, między innymi rezultaty Polaków, pokazują, że często sformalizowanie najlepszej i oczywistej intuicji może prowadzić do zaskakujących efektów - to co wydaje się dobrze znane, nagle zachowuje się dziwacznie. Jeden oryginalny, odpowiednio dobrany przykład może doprowadzić do rewizji poglądów na dany obiekt, a trafne uogólnienie może się stać podstawą burzliwego rozwoju całej teorii.



Nie będę płacił podatku gruntowego, przecież moje pole jest linią!

Najlepsza z możliwych czyli przestrzeń Banacha

A także elementy biografii Banacha oraz informacje i anegdoty o życiu innych polskich matematyków...

Matematyka polska liczy się na świecie. Wielu Polaków zapisało się w historii matematyki, przede wszystkim XX wieku, "złotymi zgłoskami". Wśród "polskich" wyników wiele jest takich, o których dziś uczy się studentów, i to nie tylko na studiach matematycznych. a na szczególne podkreślenie zasługuje fakt, że praktycznie nie ma na świecie matematyka, który nie wiedziałby, co to są przestrzenie Banacha.

Przestrzenie Banacha to w matematyce pojęcie podstawowe i niesłychanie ważne. Zanim jednak opowiemy o nich więcej, poświęćmy trochę miejsca uczonemu, którego imię noszą, zwłaszcza że był postacią wyjątkową.

Stefan Banach urodził się w 1892 roku w Krakowie. Był dzieckiem nieślubnym, nosił nazwisko swojej matki, Katarzyny; ojciec nazywał się Stefan Greczek. Dzieciństwo spędził pod opieką właścicielki pralni; został do niej oddany na wychowanie zaraz po urodzeniu. Po zakończeniu edukacji szkolnej Banach uznał, że matematyka wprawdzie jest niezwykle ciekawa, ale też bardzo rozbudowana i wiele nowego w niej zapewne już się nie da zrobić; zdecydował więc poświęcić się studiom inżynierskim we Lwowie. Te studia jednak niezbyt Banachowi odpowiadały; zdecydowanie wolał on daleko idące uogólnienia niż problemy, z którymi tam się stykał. Ponadto musiał zarabiać na swoje utrzymanie korepetycjami; dopiero po czterech latach zdał tak zwany półdyplom (czyli zaliczył dwa lata studiów). Gdy wybuchła wojna, wrócił do Krakowa i zaczął sam wzbogacać swoją wiedzę matematyczną - bardzo dużo czytał, a ponadto sporadycznie uczęszczał na wykłady na Uniwersytecie Jagiellońskim. Do tego dochodziły dyskusje z kolegami, później znanymi matematykami: Witoldem Wilkoszem i Ottonem Nikodymem. Aż nastąpiło słynne spotkanie z Hugonem Steinhausem na Plantach w Krakowie...

w roku 1916 Steinhaus, wówczas już znany matematyk, podczas wieczornego spaceru usłyszał nagle słowa "całka Lebesgue'a". Dziś całka Lebesgue'a jest jednym z podstawowych pojęć matematyki wyższej, wtedy jednak była to rzecz zupełnie nowa, odkrycie ostatnich lat, znane w zasadzie wyłącznie specjalistom. Zaintrygowany Steinhaus podszedł do dwóch młodych ludzi dyskutujących o matematyce. Jednym z nich był właśnie Stefan Banach, drugim Otto Nikodym. Steinhaus włączył się do rozmowy i między innymi opowiedział o problemie, nad którym od dłuższego czasu pracował. Wielkie było jego zdziwienie, gdy kilka dni później Banach przyszedł z gotowym rozwiązaniem.

Steinhaus szybko się zorientował, że Banach ma ogromny talent matematyczny. Wkrótce dzięki wstawiennictwu Steinhausa Banach został asystentem na Politechnice Lwowskiej - mimo że nie miał ukończonych żadnych studiów wyższych. w roku 1920 uzyskał stopień doktora. Później Steinhaus, którego dokonania matematyczne były niebagatelne, często mawiał, że za swoje największe odkrycie w matematyce uważa odkrycie Stefana Banacha.

Andrzej Turowicz, ksiądz, benedyktyn i jednocześnie profesor matematyki, absolwent UJ, przed wojną wykładający na Politechnice Lwowskiej, opowiadał, że Banach nie tylko nie skończył studiów, ale i doktorem został w sposób dość niezwykły. Banach, gdy rozpoczął pracę we Lwowie, był już autorem wielu doniosłych rezultatów i wciąż uzyskiwał kolejne. Jednak na uwagi, że powinien wkrótce przedstawić pracę doktorską, odpowiadał, że ma jeszcze czas i może wymyślić coś lepszego, niż to, co osiągnął do tej pory. w końcu więc zwierzchnicy Banacha zniecierpliwili się - ktoś spisał najnowsze rezultaty Banacha, co zostało uznane za znakomitą pracę doktorską. Przepisy jednak wymagały również egzaminu. Pewnego dnia zaczepiono Banacha na korytarzu Uniwersytetu Jana Kazimierza: "Czy mógłby pan wpaść do dziekanatu, są tam jacyś ludzie, którzy mają pewne problemy matematyczne, a pan na pewno potrafi im wszystko wyjaśnić". Banach udał się zatem do wskazanego pokoju i chętnie odpowiedział na wszystkie pytania, nieświadom tego, że właśnie zdaje egzamin doktorski przed komisją specjalnie w tym celu przybyłą z Warszawy. Dziś prawdopodobnie doktoratu w ten sposób uzyskać nie można...

Wkrótce po doktoracie Banach został profesorem. Wraz z innymi znakomitymi polskimi matematykami osiągnął liczne znakomite rezultaty. Przede wszystkim dzięki wynikom uczonych ze Lwowa i Warszawy polska matematyka stała się potęgą światową.
Ci, którzy Banacha znali, twierdzili, że poza matematyką praktycznie nic nie miało dla niego większego znaczenia. Mówił i myślał o matematyce przez cały czas. Wciąż miał nowe pomysły, lecz zapisał tylko skromną część swych idei i wyników. Nie dlatego, że Banach nie chciał - po prostu było ich bardzo dużo, ponadto znacznie ciekawsze i ważniejsze było dlań badanie problemów niż zapisywanie tego, co zrobił. Mówiono, że stale powinno za nim chodzić trzech sekretarzy i notować wszystko, co mówił - może wtedy większość jego rezultatów przetrwałaby dla potomności.

Niebagatelną rolę w kształtowaniu atmosfery pracy matematyków we Lwowie miały spotkania w kawiarni "Szkockiej" niedaleko uniwersytetu, przy ulicy Akademickiej. Tam matematycy, z Banachem na czele, przesiadywali niezwykle często; jedli, pili i dyskutowali o matematyce - stawiali problemy, rozwiązywali je. Rozwiązania zapisywali na papierowych serwetkach i blatach marmurowych stolików - ale po zakończeniu tych długich sesji wszelkie notatki były pieczołowicie wycierane przez obsługę kawiarni. Niejedno twierdzenie w ten sposób zniknęło bezpowrotnie... w końcu żona Banacha kupiła specjalny zeszyt, w którym bywalcy kawiarni zapisywali stawiane tam problemy. Zeszyt ten, nazwany *Księgą Szkocką*, znajdował się stale w kawiarni i kelner przynosił go na każde żądanie matematyków.

Postawieniu problemu niejednokrotnie towarzyszyło fundowanie nagrody za jego rozwiązanie. Wśród nagród bywały osobliwe: między innymi Stanisław Mazur obiecał za rozwiązanie jednego z zagadnień, które postawił, ... żywą gęś. Działo się to w 1936 roku. Dopiero po 36 latach z zadaniem uporał się 28-letni wówczas Szwed, Per Enflö, który potem przyjechał do Warszawy i odebrał od Mazura nagrodę.

Spotkania w kawiarni bywały niezwykle długie. Wiadomo o siedemnastogodzinnym posiedzeniu, w którego efekcie osiągnięto ciekawy rezultat, niestety zapomniany, gdyż został starty przez kelnera. Niektórzy twierdzą, że nie było to najdłuższe spotkanie i razu pewnego dwaj matematycy tak zapalili się do dyskusji, że przesiedzieli w kawiarni 40 godzin bez przerwy!
o sesjach w kawiarni do dziś krąży wiele anegdot, legend i opowieści. Warto przytoczyć kilka z nich. Ongiś Stanisław Mazur postawił problem, a Hermann Auerbach zaczął nad nim myśleć. Po chwili Mazur dodał, że - by uczynić zadanie bardziej interesującym - funduje za rozwiązanie butelkę wina. Na to Auerbach: "A, w takim razie ja rezygnuję. Mnie wino szkodzi".

Inna interesująca historia przydarzyła się podczas wizyty Henri Lebesgue'a we Lwowie w roku 1938. Lebesgue przyjechał tam w celu odebrania doktoratu *honoris causa* uniwersytetu, wygłosił dwa odczyty, i - oczywiście - został bardzo szybko zaproszony do kawiarni "Szkockiej". Kelner podał mu jadłospis, Lebesgue jednakże nie znał języka polskiego; chwilę patrzył w kartę, po czym oddał ją, mówiąc: "Dziękuję, jadam jedynie potrawy dobrze zdefiniowane".

Niewątpliwie na tak niezwykle częste wizyty w kawiarni duży wpływ miały osobowość i charakter Banacha. Praktycznie cały czas wolny od wykładów spędzał on w kawiarni. Atmosfera gwaru kawiarnianego i zaduchu bardzo mu odpowiadała. Tam mógł bez końca mówić o matematyce, rozwiązywać problemy, stawiać nowe. Po długiej sesji matematycznej w kawiarni "Szkockiej" z reguły następnego dnia przychodził z naszkicowanymi dowodami większości postawionych zagadnień.

Dziś wiele ważnych, klasycznych już twierdzeń nosi imię Banacha (twierdzenia: Hahna-Banacha, Banacha-Steinhausa, Banacha o operatorze odwrotnym, Banacha-Alaoglu, Banacha o wykresie domkniętym, Banacha o punkcie stałym). Istnieją jednak także - a raczej przede wszystkim - przestrzenie Banacha. Czym one są?
Prosta, płaszczyzna, przestrzeń trójwymiarowa są nam znakomicie znane ze szkoły. Te twory geometryczne możemy opisać za pomocą liczb: prostą utożsamić ze zbiorem liczb rzeczywistych, punkty płaszczyzny z parami, punkty przestrzeni zaś z trójkami liczb. Genialny i, jak to często bywa, zarazem prosty pomysł Kartezjusza i Fermata, by z punktami płaszczyzny
jednoznacznie związać pary liczb, dokonał rewolucji w matematyce. Możemy w sposób naturalny rozważać zamiast par czy trójek skończone ciągi liczbowe o ustalonej z góry liczbie elementów; w ten sposób określamy przestrzenie skończenie wymiarowe. Ich elementy możemy dodawać, mnożyć przez liczby - tak jak to się robi z wektorami. Pozwala to na studiowanie przestrzeni, gdzie nie możemy się podeprzeć intuicją równie czytelną, jak w przypadku płaszczyzny - gdy podobnych operacji dokonujemy także i na innych tworach, na przykład na funkcjach. Możemy dodawać do siebie dwie funkcje (liczbowe), przyjmując, w sposób naturalny, za wartość sumy funkcji w danym punkcie sumę wartości w tym punkcie funkcji dodawanych do siebie. Tutaj już trudno mówić o skończonym wymiarze.

Okazało się, że z rozmaitych powodów przestrzenie funkcyjne są bardzo przydatne w różnych badaniach i zastosowaniach. w matematyce współczesnej ważnym przedmiotem badań są struktury ogólne, których rozmaite modele znane są od bardzo dawna. Zamiast dowodzić danego twierdzenia kilkakrotnie w przypadkach szczególnych, wystarczy je wykazać raz w sytuacji ogólnej, po czym zastosować. Co więcej, ma to tę zaletę, że przy dowodzie ogólnym lepiej widać, z jakich dokładnie własności się korzysta, rozumowanie bywa więc bardziej przejrzyste i - co brzmi może paradoksalnie - nieraz okazuje się łatwiejsze. Ponadto twierdzenie ogólne niejednokrotnie przydaje się później w sytuacjach, których wcześniej nie można było przewidzieć. Niezwykle istotne jest jednak znalezienie uogólnienia właściwego. Rozważanie tworów zbyt szczegółowych niewiele daje; z kolei przesadne uogólnienie niekiedy okazuje się zbyt daleko idące i czasem nie ma wielu zastosowań, oprócz tego niewiele można tam udowodnić. Geniusz Banacha polegał na tym, że wprowadzając uogólnienie, "trafił" idealnie w samo sedno problemu.

Przestrzeń, której elementy możemy dodawać i mnożyć przez liczby, nazwano *przestrzenią wektorową*, jej elementy zaś - *wektorami*. Jednak z punktu widzenia analizy matematycznej oraz jej rozmaitych odgałęzień, sama przestrzeń wektorowa bez wprowadzenia dodatkowej struktury jest mało ciekawa. Na początku XX wieku David Hilbert zdefiniował przestrzenie (noszące dziś jego imię); były to przestrzenie wektorowe, w których można było określić "prostopadłość". To pojęcie, choć ogromnej wagi i o licznych zastosowaniach, było jednak dla wielu potrzeb zbyt szczegółowe. Już na początku badań nad przestrzeniami Hilberta wprowadzono tam *normę* (mówiąc potocznie, jest to coś w rodzaju długości wektora o początku w punkcie 0). w latach 1920-1922 kilku matematyków (niezależnie od siebie), w tym także Stefan Banach, podało aksjomatyczne definicje *przestrzeni wektorowej unormowanej*. Ale dla potrzeb analizy - mimo że dzięki normie można było rozważać odległość między elementami przestrzeni - dawało to twory zbyt ogólne. i właśnie Banach wpadł na pomysł określenia obiektu, jak się okazało, idealnego; przestrzeń, nosząca dziś jego imię, to "przestrzeń wektorowa, unormowana, zupełna".

Pojęcie *zupełności* jest ściśle związane ze zbieżnością ciągów. z ciągami i ich granicami mieliśmy do czynienia w szkole, ale zazwyczaj pojęcia te są traktowane czysto rachunkowo i granica pozostaje hasłem wysoce abstrakcyjnym, chociaż wiadomo na przykład, że ciąg 1/n dąży do zera, gdy n zmierza do nieskończoności. w formalnej definicji sporo jest znaczków, symboli i dobierania jednych elementów do innych. Wszystko po to, żeby ściśle opisać skupianie się wyrazów ciągu wokół jego granicy. Znalezienie granicy nie zawsze jest łatwe, a w wielu rozważaniach teoretycznych wystarczy jedynie wiedza, że ciąg ma granicę. w przypadku zbioru liczb rzeczywistych (i nie tylko) bardzo wygodnym warunkiem - nazywanym warunkiem Cauchy'ego - gwarantującym zbieżność ciągu liczbowego, jest stwierdzenie, że *odległość między wyrazami maleje do zera wraz ze wzrostem wskaźników*. Jednak w bardzo wielu przypadkach spełnienie warunku Cauchy'ego nie pociąga za sobą istnienia granicy! Dlatego też wyróżniono klasę przestrzeni, w których każdy ciąg spełniający warunek Cauchy'ego jest zbieżny. Takie właśnie przestrzenie nazwano zupełnymi.

Spróbujmy to opisać na przykładzie. Rozważmy dowolny ciąg mający granicę; skoro elementy ciągu do tej granicy dążą, to ich odległość od granicy zmierza do zera, a stąd łatwo widać, że i one same zbliżają się do siebie - czyli spełniają warunek Cauchy'ego. Ale nie musi być odwrotnie! Przypuśćmy, że badaną przez nas przestrzenią jest przedział $(0,\infty)$, a ciągiem jej elementów 1/n . Odległości między kolejnymi elementami ciągu dążą do zera, ale ciąg nie jest zbieżny. Jak to - nie jest zbieżny? Przecież ciąg 1/n zmierza do zera! Istotnie, ale my rozważamy zbiór $(0,\infty)$, do którego 0 nie należy; w tym zbiorze nasz ciąg nie ma granicy, $(0,\infty)$ nie jest więc przestrzenią zupełną. Inny przykład przestrzeni, która nie jest zupełna, to zbiór liczb wymiernych.

Przestrzeniami Banacha są: prosta, płaszczyzna, przestrzeń, ogólniej - zbiór uporządkowanych ciągów liczbowych *n*-elementowych przy ustalonym *n* (zapisywany za pomocą symbolu $\mathbf{R}^n$). Bardzo interesujące są również przestrzenie nieskończenie wymiarowe.

Jednym z najważniejszych przykładów przestrzeni Banacha jest zbiór funkcji ciągłych określonych na przedziale domkniętym (np. [0,1]), często oznaczany przez $C[0,1]$. Dodawanie funkcji określa się według opisanego już sposobu:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x).$$

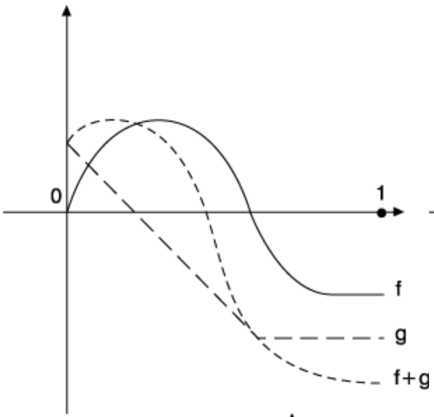
Podobnie mnożenie przez liczby:

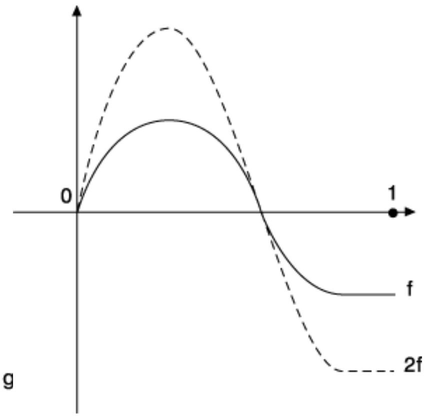
$$(a \times g)(x) = a \times g(x).$$

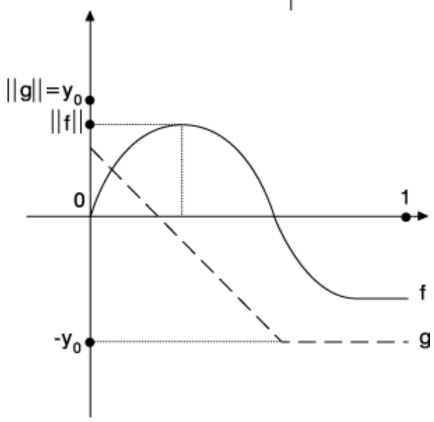
Normę funkcji *f* też określa się dość prosto - jako największą spośród wartości f(*x*):

$$\|f\| = \max\{f(x) \colon x \in [0,1]\}$$

(z pewnych znanych faktów matematycznych wynika, że to maksimum zawsze istnieje).







Nietrudno sprawdzić, że przestrzeń *C*[0,1] jest przestrzenią Banacha. Nie jest ona jednak przestrzenią Hilberta! Nie da się tu określić prostopadłości w sposób sensowny, to znaczy tak, by "współgrała" ona ze zdefiniowaną powyżej normą.

Innymi bardzo ważnymi przykładami są przestrzenie pewnych ciągów.

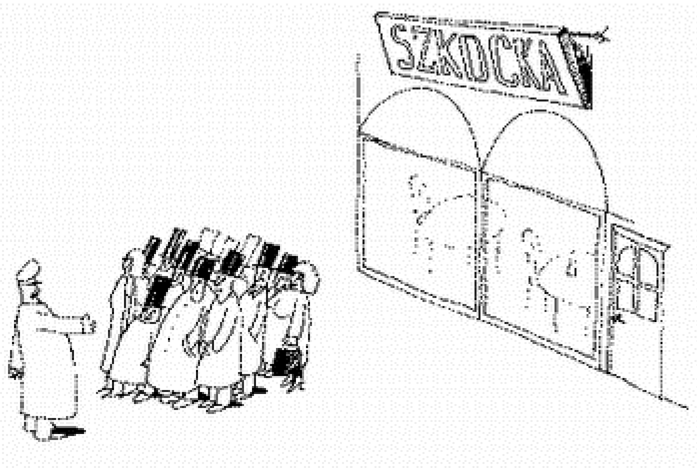
Banach swoim uogólnieniem "trafił w dziesiątkę". Właśnie wyodrębnienie zupełności było znakomitym pomysłem. Zupełność okazała się własnością, z której w sposób istotny korzystało się przy dowodzeniu ważnych twierdzeń.

Wielką zasługą Banacha jest to, że w zasadzie dzięki niemu na różnorodne przestrzenie zaczęto patrzeć "geometrycznie". Elementami bardzo ogólnych przestrzeni mogły być na przykład funkcje czy ciągi liczbowe - ale przy ich badaniu metodami teorii przestrzeni Banacha rozważano je jako punkty, elementy przestrzeni. Okazało się to wspaniałym uproszczeniem w wielu sytuacjach. Ogromną zaletą przestrzeni Banacha jest fakt, że mimo abstrakcyjności i dużej ogólności są w nich spełnione rozmaite własności ściśle związane z intuicją geometrii płaszczyzny i przestrzeni trójwymiarowej. Obecnie, mimo upływu niemal 70 lat, przestrzeń Banacha ciągle stanowi fundamentalne pojęcie w wielu działach matematyki. Teoria przestrzeni Banacha rozwijana jest do dziś, matematycy wciąż osiągają nowe, interesujące, a czasem zaskakujące wyniki. Ponadto wiele nowych problemów dalej czeka na rozwiązanie.

Przestrzeń Banacha została zdefiniowana właśnie w pracy doktorskiej, o której już była mowa (dwa lata po doktoracie, w roku 1922, pracę opublikowano w "Fundamenta Mathematicae" - tu już żadne źródła nie mówią o niczyjej pomocy, Banach napisał ją sam). Nazwy "przestrzeń Banacha" po raz pierwszy użył prawdopodobnie Maurice Frechét w roku 1928; matematycy lwowscy bardzo szybko wykazali użyteczność tego pojęcia, dowodząc w zadziwiająco prosty sposób wielu trudnych twierdzeń uogólniających jeszcze trudniejsze, wydawałoby się, przypadki. Należy dodać, że niezależnie od Banacha na pomysł rozważania takich przestrzeni wpadł wybitny matematyk amerykański Norbert Wiener (przez jakiś czas przestrzenie te nazywano przestrzeniami Banacha-Wienera) - ale uznał, że żądane aksjomaty dają twory zbyt ogólne i niepraktyczne z punktu widzenia zastosowań. Jednak po kilku latach, widząc wspaniałe wykorzystanie przestrzeni Banacha, zmienił zdanie i przyznał, że jego ocena była błędna.

Banach i jego współpracownicy w sposób istotny przyczynili się do powstania niezwykle ważnej dziedziny matematyki - analizy funkcjonalnej. Mówiąc bardzo nieściśle, dział ten zajmuje się badaniem własności pewnych funkcji, określonych na rozmaitych przestrzeniach Banacha. Dzięki analizie funkcjonalnej można rozstrzygnąć wiele problemów wywodzących się z innych działów matematyki, między innymi związanych z badaniem równań różniczkowych. Klasyczną już dziś podstawową monografią w analizie funkcjonalnej jest książka Banacha *Operacje liniowe*, wydana w roku 1931; rok później ukazała się jej wersja w języku francuskim *Théorie des opérations linéaires*. Ciekawostka: w niektórych księgarniach w Polsce monografię umieszczono wśród książek lekarskich.

Na zakończenie jeszcze jedna anegdota. w roku 1983, podczas Międzynarodowego Kongresu Matematyków (kongresy takie są zwoływane co cztery lata, powierzenie danemu krajowi ich organizacji to wielki zaszczyt), odbywającego się w Warszawie, kilku matematyków zagranicznych dowiedziało się, że istnieje w tym mieście ulica Banacha, na której jeden z tramwajów ma swój końcowy przystanek. Koniecznie chcieli tę ulicę zobaczyć, udali się więc na nią owym tramwajem. Gdy dotarli do końca, okazało się, że znajduje się tam sporej wielkości nie zabudowany obszar. Stwierdzili wówczas zgodnie, że nie jest to "ulica Banacha", ale raczej "przestrzeń Banacha"...



A oto przed nami najsłynniejsza przestrzeń Banacha.

Twierdzenie Dirichleta zwane także szufladkowym

Prosta zasada – Artykuł Jarosława Górnickiego *Matematyka 5/1999(frag)*

W artykule tym pragniemy przypomnieć twierdzenie nazywane zasadą szufladkową Dirichleta, na cześć J. P. G. Lejeune-Dirichleta (1805-1859), najwybitniejszego matematyka jaki wykładał na uniwersytecie we Wrocławiu.

Twierdzenie to powinno koniecznie być prezentowane w szkole średniej. Ma ono charakter kombinatoryczny, przy bardzo prostym sformułowaniu prowadzi do ciekawych, niebanalnych wniosków, ułatwia rozwiązywanie wielu trudnych zadań.

Człowiek i epoka

Johann Peter Gustav Lejeune-Dirichlet (1805-1859) był znakomitym matematykiem niemieckim, pochodzącym z rodziny francuskich emigrantów. Studia we Francji i Niemczech oraz znajomość z tej miary matematykami co Carl Friedrich Gauss, którego był uczniem, Carl Gustav Jacobi, Jean B. Fourier dały mu doskonałą znajomość trendów ówczesnej matematyki.

Uzyskane przez Dirichleta wyniki, należące do szeroko rozumianej analizy matematycznej, zapewniły mu uznanie współczesnych i trwałe miejsce w historii matematyki. W 1855 roku Dirichlet został następcą Gaussa na uniwersytecie w Getyndze; wcześniej był profesorem uniwersytetów we Wrocławiu i Berlinie. Jego uczniami byli Rudolf Lipschitz i Bernhard Riemann, który w 1859 roku został jego następcą w Getyndze.

Działalność Lejeune-Dirichleta przypada na okres, w którym tworzy plejada wybitnych matematyków (Abel, Bolyai, Cauchy, Galois, Laplace, Poisson), a niemiecka szkoła matematyczna (Gauss, Dedekind, Kronecker, Kummer, Riemann, Weierstrass, a później Cantor, Hilbert, Klein) należy do najlepszych w świecie. Początek XIX wieku to również okres, w którym uwaga matematyków koncentruje się wokół analizy matematycznej. Ten dział matematyki ze względu na jego spektakularne zastosowania w naukach przyrodniczych i technicznych zapewnia matematyce pozycję wyjątkową - *Królowej Nauk*. Jednocześnie rozwój idei i metod analitycznych ukazuje słabość tak fundamentalnych dla całej matematyki pojęć jak: liczba, zbiór, funkcja (należy pamiętać, że proces kształtowania się pojęć jest często długotrwały i skomplikowany). Nastaje czas porządkowania i rygoryzacji analizy. Lejeune-Dirichlet jest jednym z pierwszych matematyków, którzy dostrzegli konieczność rozszerzenia dotychczasowego spojrzenia na funkcje (zob. [12], str. 119-130, [11], rozdz. 28). W 1828 roku, w związku z badaniami nad szeregami Fouriera, Lejeune-Dirichlet określił funkcję:

$$D(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \text{ wymiernego} \\ 0 & \text{dla } x \text{ niewymiernego} \end{cases}$$

Niestety w tym czasie rozważanie tak cccpatologicznychccc funkcji, których wykresu nie da się narysować, a i ich wyobrażenie sobie nastręcza pewne trudności, wydało się matematykom sprawą niegodną uwagi. Nie uwierzono, że funkcje takie mogą znaleźć matematyczne zastosowania i nadawać się do opisu otaczającej nas rzeczywistości. Dopiero późniejsze (o co najmniej 25 lat) prace Riemanna, Weierstrassa, Cantora pokazały jak dalekowzroczne były w tym zakresie sugestie Dirichleta.

W 1837 roku Lejeune-Dirichlet podał ogólną definicję funkcji uwalniając się od dotychczasowego jej rozumienia jako wyrażenia analitycznego. Jego sformułowanie:

> Funkcja $y = y(x)$ jest dana, jeśli mamy jakiekolwiek prawidło przypisujące jednoznacznie określoną wartość y każdemu x z pewnego zbioru punktów

jest po dziś dzień najczęściej stosowanym w szkole.

Oprócz tej definicji z bogatego dorobku Lejeune-Dirichleta w szkole można zaprezentować dwa twierdzenia. Pierwsze z nich dotyczy rozmieszczenia liczb pierwszych. W 1837 roku Dirichlet podał analityczny dowód hipotezy postawionej w roku 1788 przez znanego matematyka francuskiego A. M. Legendre'a;

TWIERDZENIE. Jeżeli $d \geq 2$ i $a \neq 0$ są względnie pierwszymi liczbami całkowitymi, to ciąg arytmetyczny

$$a,\ a + d,\ a + 2d,\ a + 3d,\ \ldots$$

zawiera nieskończenie wiele liczb pierwszych.

Rezultat ten o trudnym i początkowo skomplikowanym dowodzie (patrz [6], str. 137-144) był pierwszym w XIX wieku sukcesem metod analitycznych w teorii liczb (zob. [7], str. 185-186). W znanej książce W. Sierpińskiego [8] zadania o numerach 70, 95, 114, 117, 118 pokazują możliwości zastosowania tego twierdzenia.

Drugie elementarnie sformułowane (i tym razem także łatwe do uzasadnienia) twierdzenie związane z nazwiskiem Lejeune-Dirichleta to tak zwana zasada szufladkowa. Dirichlet z powodzeniem stosował tę zasadę w rozważaniach dotyczących przybliżeń diofantycznych (tzn. przybliżania liczb niewymiernych wymiernymi), prawdopodobnie po raz pierwszy użył zasady szufladkowej w dowodzie twierdzenia z 1842 roku;

$$\forall a \in R \quad \forall n \in N \quad \left[n > 1 \Rightarrow \exists p \in Z \ \exists q \in N \left(q \leq n \wedge |pa - q| < \tfrac{1}{n} \right) \right]$$

TWIERDZENIE (Zasada Dirichleta). Jeżeli zbiór X ma więcej niż n elementów i

$$X = X_1 \cup X_2 \cup \ldots \cup X_n,$$

to dla pewnego $i \in \{1,2,\ldots,n\}$ jest $|X_i| > 1$ (gdzie $|X|$ oznacza ilość elementów zbioru X).

DOWÓD prowadzimy metodą indukcji. Dla $n = 1$ twierdzenie jest prawdziwe. Zakładamy jego prawdziwość dla pewnej liczby naturalnej $k > 1$:

$$X = X_1 \cup X_2 \cup \ldots \cup X_k \quad \text{i} \quad |X| > k \quad \Rightarrow \quad \exists i \leq k \quad |X_i| \geq 2.$$

Pokażemy teraz, że jest ono prawdziwe dla liczby następnej $k + 1$:

$$X = X_1 \cup X_2 \cup \ldots \cup X_{k+1} \quad \text{i} \quad |X| > k+1 \quad \Rightarrow \quad \exists i \leq k+1 \quad |X_i| \geq 2.$$

Jeżeli $X_{k+1} = \emptyset$, to twierdzenie jest prawdziwe na mocy przyjętego założenia.

Jeżeli $|X_{k+1}| = 1$, to zbiór $Y = X_1 \cup X_2 \cup ... \cup X_k$ ma więcej niż k elementów i na mocy założenia indukcyjnego jest $|X_i| \geq 2$ dla pewnego $i \leq k$. Jeżeli w końcu $|X_{k+1}| \geq 2$, to teza jest spełniona dla $i=k+1$. Zatem na mocy zasady indukcji matematycznej twierdzenie jest prawdziwe dla wszystkich liczb naturalnych.

Sformułowanie tego twierdzenia w języku potocznym może być następujące:

> Jeśli rozmieścimy $n+1$ piłeczek w n szufladach, to w jednej z szuflad znajdą się co najmniej dwie piłeczki.

Ta prosta obserwacja jest bardzo pożyteczna w rozwiązywaniu różnorodnych zagadnień matematycznych. Zobaczmy to na kilku przykładach.

Zadania szkolne

ZADANIE 1. Wykazać, że w Warszawie mieszkają dwie osoby, mające tę samą liczbę włosów na głowie.

ROZWIĄZANIE. Liczba włosów na głowie człowieka nie przekracza 1 000 000. Ponumerujmy szuflady liczbami od 0 do 1 000 000 (jest ich 1 000 001) i przyporządkujmy każdemu mieszkańcowi Warszawy tę szufladę, której numer wskazuję liczbę włosów na jego głowie. Ponieważ Warszawa liczy ok. 1 650 000 mieszkańców, więc na podstawie zasady Dirichleta przynajmniej dwie osoby spośród nich mają tę samą liczbę włosów na głowie.

Pytanie dodatkowe. Czy w opisanej sytuacji muszą się znaleźć trzy, a może cztery osoby spełniające warunki zadania?

Zadania olimpijskie

ZADANIE 1 (XVI OM, 1964/65). Udowodnić, że w grupie $n > 1$ osób są zawsze dwie, które mają w tej grupie jednakową liczbę znajomych (przyjmujemy, że jeśli A zna B, to B zna A).

ROZWIĄZANIE. Oznaczmy przez $f(A)$ liczbę znajomych osoby A w tej grupie. Oczywiście $0 \leq f(A) \leq n-1$. Zauważmy teraz, że funkcja f nie może przyjmować obu wartości 0 i n-1, jeśli bowiem w grupie jest osoba, która nie zna nikogo, to nie może być tam kogoś, kto zna wszystkie pozostałe osoby. Oznacza to, że zbiór wartości funkcji f jest co najwyżej n-1-elementowy. Zatem na mocy zasady Dirichleta istnieją w grupie osoby A i B takie, że $f(A) = f(B)$.

Całkiem poważna matematyka

Pokażemy teraz jak pozornie banalną obserwację można zamienić w matematycznie użyteczny fakt.
(...)

Literatura

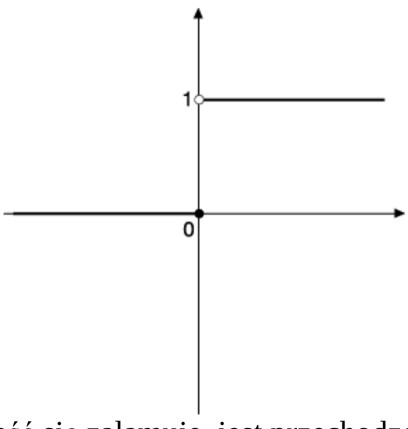
[1] W. I. Arnold, *Równania różniczkowe zwyczajne*, PWN, Warszawa 1975.
[2] J. Dynkin, W. Uspienski, *Ciekawe zagadnienia matematyczne*, PZWS, Warszawa 1956.
[3] A. M. Jagłom, I. M. Jagłom, *Nieelementarnyje zadaczi w elementarnom razłożenii*, Nauka,

Moskwa 1954.
[4] R. Kołodziej, *Twierdzenie Ponceleta dla bilardu w elipsie*, Delta 6/1997.
[5] A. Mąkowski, *Zasada szufladkowa Dirichleta*, WSiP, Warszawa 1980.
[6] W. Narkiewicz, *Teoria liczb*, PWN, Warszawa 1990.
[7] P. Ribbenboim, *Mała księga wielkich liczb pierwszych*, WNT, Warszawa 1997.
[8] W. Sierpiński, *250 zadań z elementarnej teorii liczb*, WSiP, Warszawa 1987.
[9] P. Strzelecki, *O potęgach dwójki*, Delta 7/1994.
[10] D. O. Szklarskij, N. N. Czencow, I. M. Jagłom, *Izbrannyje zadaczi i teoremy elementarnoj matematiki; arifmetika i algebra*, Nauka, Moskwa 1976.
[11] W. Więsław, *Matematyka i jej historia*, Wyd. Nowik, Opole 1997.
[12] N. J. Wilenkin, *Opowieści o zbiorach*, PWN, Warszawa 1975.
[13] H. Żołądek, *Zasada szufladkowa Dirichleta w mechanice*, Delta 3/1998.

Własność Darboux czyli o ciągłości oraz jak wpisać krowę w kwadrat

Istnieje kilka kluczowych pojęć, bez których trudno sobie w ogóle wyobrazić istnienie matematyki - takich jak liczba, zbiór, funkcja. Tego rodzaju pojęciem jest również ciągłość. Słowo to jest wszystkim świetnie znane, często używane w mowie potocznej. Mówimy, że jakiś proces przebiega w sposób ciągły, zjawisko zachowuje ciągłość, słyszy się o ciągłości pracy, ciągłości tradycji itp. Ciągłość to nieprzerwany związek między faktami lub zjawiskami. Podobne znaczenie ma ciągłość w matematyce.

Gdy mówimy o funkcji ciągłej, to natychmiast wyobrażamy sobie "nieporozrywaną" linię, narysowaną w układzie współrzędnych - tak uczono w szkole. Za pomocą funkcji możemy opisać różne zależności, rozmaite zjawiska; z reguły wyobrażamy sobie, że przebiegają one w sposób ciągły. Na przykład temperatura powietrza zależy w sposób ciągły od czasu, podobnie ciśnienie. Istnieją, rzecz jasna, sytuacje, gdzie zmiany następują (lub są opisywane) skokowo - ale uważa się je raczej za zjawiska osobliwe, rzadkie. Przykładem prostego zjawiska nieciągłego może być opis ładowania kondensatora. Ilość ładunku gromadzonego w kondensatorze jest funkcją czasu, ale wiadomo, że w rzeczywistości ładowanie następuje skokowo. To znaczy - przed rozpoczęciem ładowania ładunek w kondensatorze jest zerowy, a następnie, gdy rozpoczyna się ładowanie, kondensator jest już wypełniony ładunkiem; kondensator ładuje się momentalnie i nie można go już doładować. Funkcję opisującą to zjawisko pokazano na rysunku (jeśli umówimy się, że ładowanie rozpoczyna się w chwili zero). Nie jest ona ciągła właśnie w zerze; w literaturze fachowej spotyka się ją pod nazwą funkcji Heaviside'a.



Innym zjawiskiem, gdzie ciągłość się załamuje, jest przechodzenie elektronu z jednego poziomu energetycznego na inny w modelu Bohra. Gdy Ernest Rutherford przedstawił planetarny model atomu, zapanował powszechny zachwyt tym, że opis przyrody charakteryzuje się jednakowym zachowaniem w dużej i małej skali. Ale później okazało się, że model taki nie jest w stanie wytłumaczyć pewnych zaskakujących faktów doświadczalnych (np. prążków w widmach atomowych). Wtedy właśnie Niels Bohr zasugerował, że możliwe są przeskoki elektronu z orbity na orbitę. i nie były to przejścia tak regularne jak w przypadku komet, gdzie zawsze można wyznaczyć drogę i zmierzyć czas; elektron miał przemieścić się z jednego miejsca na inne momentalnie, bez stanów przejściowych. Trudno to było zaakceptować, gdyż trudno się było rozstać z sugestywnym modelem Rutherforda i pogodzić z takim załamaniem ciągłości. Niemniej okazało się, że model zaproponowany przez Bohra lepiej opisuje rzeczywistość.

Zjawiska, w których mamy do czynienia z załamaniem się ciągłości, traktowane są często jako wypadki, a nawet katastrofy. Gdy stalowa belka podpierająca strop wygina się, traktujemy jej zachowanie jako ciągłe. Gdy pęka i strop się zawala, opisy za pomocą ciągłości przestają być skuteczne. Podobnie z walącym się mostem lub budynkiem.

Oprócz funkcji liczbowych, z którymi najczęściej spotykamy się w szkole, rozważa się również przekształcenia innych obiektów niż liczby - na przykład figur geometrycznych. i tu też można mówić o ciągłości, choć w szkole raczej się tego tematu nie porusza. Na przykład niektóre ze świetnie znanych nam odwzorowań, jak przesunięcia i obroty, przekształcają figury w sposób ciągły. Co to znaczy? Intuicyjnie chodzi o to, że figura płynnie zmienia położenie, nie ma mowy o skokach. Można też w sposób ciągły figurę deformować tak, jakby była wykonana z rozciągliwej błony gumowej - w sposób ciągły, to znaczy nie wolno niczego rozrywać. Można pewne fragmenty posklejać, można rozciągać, zgniatać - ale rozrywać nie wolno.

Ścisła, matematyczna definicja ciągłości wymaga dokładnego określenia pojęcia otoczenia punktu i jeszcze paru innych rzeczy. Nie będziemy się w to wgłębiać. Warto jednak wiedzieć coś więcej niż jedynie to, że ciągłość "nie zezwala na rozrywanie przekształcanego zbioru".

Gdy mówimy o jakiejkolwiek funkcji, musimy mieć określoną jej *dziedzinę*. Dziedzina - to zbiór elementów, którym funkcja przyporządkowuje wartości. Dziedziną funkcji sinus jest zbiór liczb rzeczywistych **R**, dziedziną funkcji danej przepisem

$$f(x) = \sqrt{x}$$

- zbiór liczb nieujemnych, dziedziną obrotów, o których uczymy się w szkole - płaszczyzna lub przestrzeń itp. Ciągłość definiowana jest w poszczególnych punktach dziedziny.

Intuicyjnie, ciągłość funkcji f w punkcie *a* oznacza, że gdy zbliżamy się - wędrując po punktach dziedziny - do *a*, to wartości w punktach, po których idziemy, dążą do wartości f(*a*). Gdy, na przykład, *x* zmierza do liczby 4, to $\sqrt{x}$ dąży do $\sqrt{4} = 2$. Rzecz jasna, istnieją funkcje, które są w pewnych punktach ciągłe, w innych zaś nie. Na przykład funkcja Heaviside'a nie jest ciągła w 0, ale jest ciągła we wszystkich pozostałych liczbach rzeczywistych. Mówimy, że funkcja jest ciągła, gdy jest ciągła w każdym punkcie swej dziedziny.

Oczywiście, w ten sposób można opisać ciągłość również w przypadku rozmaitych funkcji, których dziedzinami nie są zbiory liczbowe. Dziedziną może być płaszczyzna, przestrzeń, koło, kwadrat, sfera... Także wartości funkcji nie muszą być liczbami.

Powróćmy do funkcji liczbowych. Intuicja podpowiada nam, że funkcja ciągła o wartościach liczbowych, przyjmując jakieś dwie wartości, musi też przyjąć wszystkie wartości pośrednie - inaczej nastąpiłby skok; w pewnym momencie zmiana byłaby nieciągła, rozerwałby się wykres. Jest to dla nas fakt niemal oczywisty i nie wymagający dyskusji. Słupek rtęci w termometrze nie może przeskoczyć z 17 stopni na -15, nie przechodząc przez każde wskazanie pośrednie.

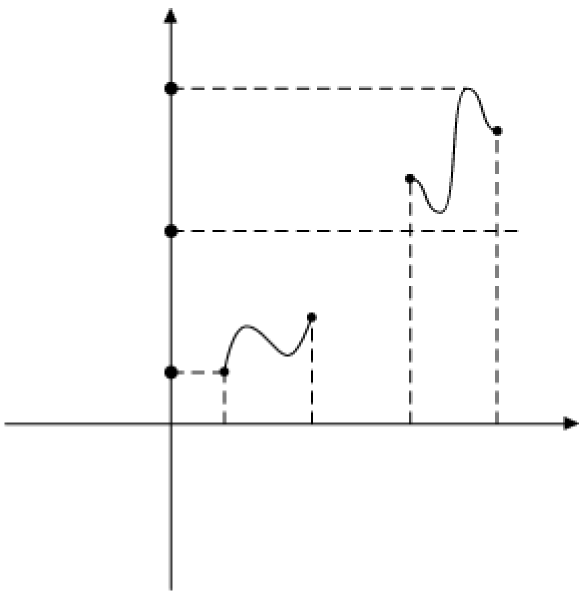
Często jednak, analizując sprawy z pozoru oczywiste, możemy się przekonać, że nie wszystko wygląda tak ładnie, jak by się mogło wydawać na pierwszy rzut oka. Na przykład, czy funkcja określona na dwóch rozłącznych przedziałach (chociażby stała) jest ciągła? Albo funkcja tangens. Jak jest z jej ciągłością? Co z przyjmowaniem wartości pośrednich?
Na pytanie, czy funkcja tangens jest ciągła, uczniowie (i nie tylko!) w większości odpowiadają - nie. Przecież warunek "jednokawałkowości" wykresu jednoznacznie wykazuje, że ta funkcja ciągła być nie może - wykres jest przerwany. w jakim więc punkcie funkcja tangens nie jest ciągła? Na przykład dla

$$x = \frac{\pi}{2}$$

.
Ale zaraz, zaraz - jak można mówić o ciągłości w punkcie, w którym funkcja nie jest określona?
Definiując jakąkolwiek funkcję, zaczynamy od podania jej dziedziny. Punkt, w którym chcemy badać "własność funkcji w punkcie" (taką jak ciągłość), musi należeć do dziedziny rozważanej funkcji! Inaczej na przykład nie byłaby ciągła funkcja dana wzorem

$$f(x) = \sqrt{x},$$

,
bo jest określona tylko dla x > 0. Więcej, żadna funkcja liczbowa nie byłaby ciągła - bo nie byłaby określona na przykład dla argumentu "kapitan Hans Kloss". No bo ile to jest, na przykład, kapitan Kloss do czwartej potęgi lub sinus z kapitana Klossa? Jeśli więc postawimy formalnie definicję (a bez tego nie można dowodzić własności matematycznych), to okaże się, że funkcja tangens jest ciągła - bo jest ciągła w każdym punkcie swojej dziedziny. Ale gdy będziemy rozważać taką funkcję w jej dziedzinie, czyli rozłącznej sumie przedziałów, wtedy własność przyjmowania wartości pośrednich zachodzić nie będzie. Wystarczy przyjrzeć się rysunkowi.



Jeżeli jednak ograniczymy nasze rozważania do funkcji ciągłych określonych na przedziale lub, ogólniej, na zbiorze "w jednym kawałku" (matematycznie: na zbiorze *spójnym*), wtedy wszystko jest już w porządku - oczywiście, jeżeli wartościami są liczby rzeczywiste.

Własność przyjmowania wartości pośrednich często nazywana jest własnością Darboux, a twierdzenie mówiące, że funkcja ciągła, określona na zbiorze spójnym (przedziale), przyjmuje wartości pośrednie - twierdzeniem Darboux.

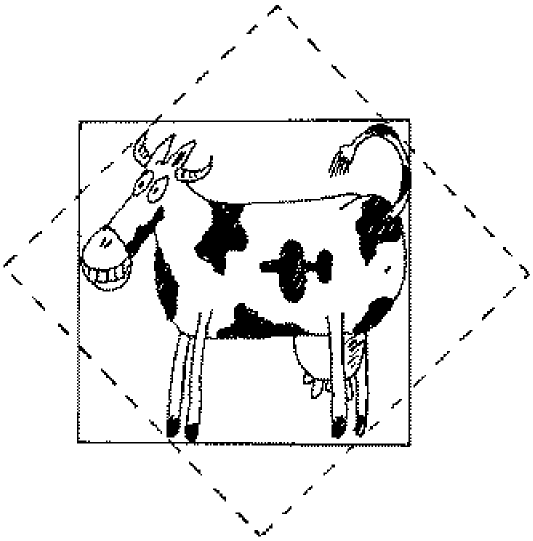
Mogłoby się wydawać, że jeśli jakąś własność opatrzono nazwiskiem, to powinno to być nazwisko odkrywcy. Tu rzecz się ma inaczej (i nie jest to wcale jedyny taki przypadek).

Fakt przyjmowania wartości pośrednich przez funkcję ciągłą określoną na przedziale został udowodniony przez Bernharda Bolzano w pracy opublikowanej w roku 1817 (niektórzy mówią dziś: twierdzenie Bolzano-Darboux). Bolzano całe życie spędził w Pradze, wykładał na tamtejszym uniwersytecie; był synem Włocha, wielu historyków uznaje go dziś za Czecha, inni sugerują, by nazywać go Austriakiem. Bolzano wprowadził sporo nowych pojęć matematycznych i sformułował wiele twierdzeń, później odkrytych na nowo przez wybitnych matematyków - pracował jednak z dala od ówczesnych głównych ośrodków matematycznych i nie był zbyt dobrze znany sobie współczesnym.

A Jean Gaston Darboux? Wykazał on (pod koniec XIX wieku), że jeśli funkcja jest określona w przedziale i w każdym punkcie ma pochodną, to funkcja pochodna funkcji f (czyli funkcja f'), która punktowi x przyporządkowuje pochodną w tym punkcie, ma własność przyjmowania wartości pośrednich. Dziś mówimy: pochodna ma własność Darboux. Twierdzenie to jest o tyle istotne, że istnieją funkcje mające pochodną, ale takie, że ich funkcja pochodna wcale nie jest ciągła. Oznacza to, że własność Darboux mogą mieć nie tylko funkcje ciągłe. Jest to może zaskakujące, gdyż trudno na pierwszy rzut oka znaleźć funkcję nieciągłą spełniającą własność Darboux. Dodajmy jeszcze, że Darboux wcale nie rościł sobie pretensji do autorstwa twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich przez funkcje ciągłe; w pracy, w której wykazał przyjmowanie wartości pośrednich przez funkcję pochodną, pisał o tym twierdzeniu jako o rzeczy powszechnie znanej.

Co z tym wszystkim ma wspólnego wymienione w tytule wpisywanie krowy w kwadrat? Przecież to zadanie wydaje się absurdalne. Pojawia się też inne pytanie: co to znaczy "wpisać krowę" albo inną figurę - bo oczywiście nie chodzi tu o żywą krowę, lecz o jej rysunek - w kwadrat.

Można przyjąć, że figura jest wpisana na przykład w prostokąt, gdy dotyka każdego boku prostokąta (niekoniecznie tylko raz), ale jedynie od wewnętrznej strony prostokąta. Na przykład okrąg można wpisać w kwadrat, ale nie można go wpisać w żaden prostokąt nie będący kwadratem. Dla rysunku krowy zawsze znajdziemy jakiś prostokąt, w który uda nam się ów rysunek wpisać. Nie jest to trudne: wystarczy narysować dowolną linię prostą rozłączną z rysunkiem, a następnie przesuwać ją równolegle aż do zetknięcia z rysunkiem. Potem należy postąpić podobnie, rysując prostą z drugiej strony i - wykorzystując tę samą procedurę - narysować dwie proste prostopadłe.



A co z kwadratem?
i tu z pomocą przychodzi właśnie twierdzenie Darboux, tylko należy je odpowiednio zastosować. Najpierw potrzebna jest funkcja ciągła. Przyglądając się ostatniej konstrukcji, widzimy, że zadając prostą-kierunek, mamy zdeterminowany prostokąt; gdy zmienimy prostą, dostaniemy inny prostokąt. Określamy teraz przyporządkowanie: ustalamy pewien kierunek, jemu przypisujemy odpowiedni prostokąt opisany na figurze, a dalej prostokątowi różnicę pomiędzy długościami jego boków sąsiednich (na przykład dłuższy minus krótszy) w ustalonym porządku. Jeśli teraz zaczniemy zmieniać kierunek, to będzie się też zmieniał kształt prostokąta. z kierunkiem możemy związać kąt nachylenia tego kierunku do ustalonej prostej. Ostatecznie przyporządkowanie wygląda tak: kątowi przypisujemy liczbę przedstawiającą różnicę długości boków odpowiedniego prostokąta. Jeżeli w sposób ciągły będzie zmieniany kąt, to w sposób ciągły będzie się też zmieniała przypisywana mu liczba. Łatwo można zauważyć, że po obrocie o 90° boki zamienią się rolami; ten, który pierwotnie był dłuższy, stanie się krótszy od tego drugiego - badana różnica okaże się wtedy ujemna. Jeśli poprzednio była dodatnia, to na podstawie własności Darboux musiała gdzieś przyjąć wartość zero. Oznacza to, że w tym (istniejącym na mocy twierdzenia) położeniu sąsiednie boki są równe, czyli mamy do czynienia z kwadratem.

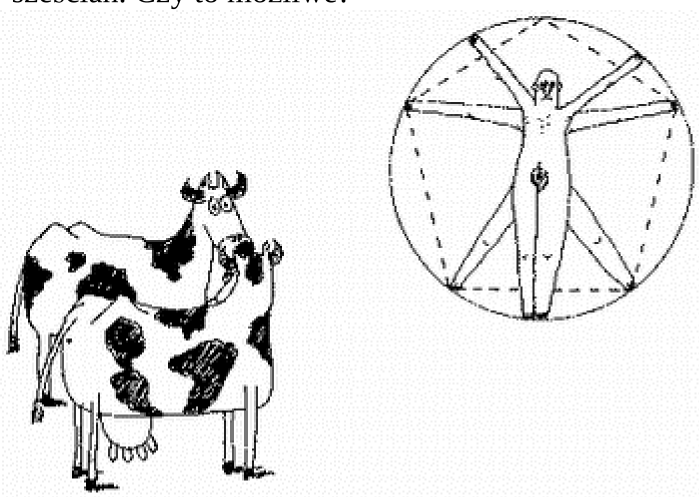
Jak znaleźć taki kierunek? Niestety, tego twierdzenie już nie mówi; ono jedynie informuje nas o jego istnieniu. Jest to klasyczny przykład twierdzenia nazywanego egzystencjalnym, czyli stwierdzającego istnienie czegoś, lecz nie dającego przepisu na jego znalezienie. Czy to się może do czegokolwiek przydać, poza spektakularnym twierdzeniem o krowie?

w matematyce często mamy do czynienia z sytuacją, że już stwierdzenie istnienia pewnego obiektu jest bardzo ważne dla późniejszych badań. z przedstawionego rozumowania wynika, że twierdzenie o krowie dotyczy dowolnej ograniczonej figury na płaszczyźnie. Figury mogą być rozmaite; trudno w ogóle myśleć o jakimś uniwersalnym przepisie. Bez twierdzeń egzystencjalnych niełatwo sobie wyobrazić matematykę, choć są tacy, którzy chcą liczbę takich niekonstruktywnych przypadków ograniczyć do minimum.

Wróćmy jednak do twierdzenia Darboux. Ma ono liczne zastosowania; na przykład w wielu przypadkach pozwala stwierdzić, że jakieś równanie ma pierwiastek (choć znaleźć tego pierwiastka nie potrafimy). Modelowym przykładem jest równanie trzeciego - lub, ogólniej, nieparzystego - stopnia. Odpowiadający temu równaniu wielomian musi przyjąć zarówno jakąś wartość dodatnią, jak i ujemną (dlaczego?); w związku z tym musi przyjąć wartość zerową. a rozwiązywanie równań i informacje o nich są niezwykle ważne, i to nie tylko w matematyce. Oczywiście życie zmusza nas do analizowania znacznie trudniejszych równań niż trzeciego stopnia, a nawet niż równania algebraiczne (czyli takie, w których do zera przyrównujemy wielomian). Choć równania często rozwiązać nie potrafimy, twierdzenie Darboux pomaga nie tylko stwierdzić, że rozwiązanie istnieje, ale nawet znaleźć przybliżoną wartość pierwiastka. Jak? To proste; przypuśćmy, że pewna funkcja w zerze osiąga wartość dodatnią, w jedynce zaś ujemną. Ma zatem pierwiastek w przedziale (0,1). Teraz zbadajmy wartość funkcji dla argumentu równego 1/2 . Jeśli będzie ona dodatnia, to równanie ma pierwiastek w przedziale (1/2 ,1) (ponownie na mocy własności Darboux); jeśli ujemna - to w przedziale (0,1/2). i tak dalej. Dość szybko dojdziemy do liczby bardzo bliskiej pierwiastka równania...

Twierdzenie Darboux przydaje się w wielu sytuacjach, a jego zastosowanie nie ogranicza się do krowy wpisanej w kwadrat. Bardzo często jest wykorzystywane w rozmaitych dowodach matematycznych. "Krowa wpisana w kwadrat" nie jest też jedynym jego oryginalnym poglądowym następstwem (i nie chodzi tylko o inne odmiany problemu, na przykład pytanie o kwadrat wpisany w krowę - choć to jest trochę trudniejsze). Istnieje cała seria "gastronomicznych" konsekwencji twierdzenia Darboux. Oto przykłady.

Na talerzu leżą dwa naleśniki; czy można jednym cięciem podzielić je na równe części? z twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich wynika, że tak. Ten sam fakt matematyczny ilustruje całkowicie odmienną sytuację - jezioro z wyspą albo pole z obszarem leśnym wewnątrz mogą być podzielone linią prostą na równe co do powierzchni części, na pół zostanie podzielone zarówno jezioro (pole), jak i wyspa (las). Dowolną kanapkę z masłem i szynką można tak przekroić, żeby każdy kawałek składał się z takiej samej ilości masła, chleba i szynki; ten fakt często nazywa się "twierdzeniem o kanapce" i też jest, oczywiście, wizualną wersją odpowiedniego problemu matematycznego. Twierdzenie o kanapce nie jest jednak prostym wnioskiem z twierdzenia Darboux, ma zaawansowany i niebanalny dowód. Przy okazji można się zastanowić nad urealnieniem problemu z krową. Prawdziwej krowy wpisać w kwadrat się nie da, bo kwadrat jest płaski, a krowa nie. W praktyce można zapytać o wpisanie krowy w sześcian. Czy to możliwe?



Ich to wpisują w pięciokąty foremne, a nas tylko w kwadraty.

Różne matematyki czyli hipoteza continuum, a także o nieskończoności i metodzie Cantora

Trudno dziś sobie wyobrazić jakikolwiek dział matematyki, w którym nie wykorzystywano by podstawowych pojęć z teorii mnogości, nazywanej też teorią zbiorów. Terminy takie, jak zbiór, funkcja, relacja, przeniknęły całą matematykę. Teoria mnogości powstała pod koniec XIX wieku i rozwinęła się w pierwszej połowie wieku XX, stając się językiem innych dziedzin. Na niektórych uczelniach wykład teorii mnogości nosi nazwę "wstępu do matematyki" albo "podstaw matematyki".

w latach siedemdziesiątych XIX wieku Georg Cantor badał zbiory złożone z absolutnie dowolnych elementów. Dziś nie brzmi to zaskakująco, ale przed Cantorem takimi ogólnymi tworami się nie zajmowano. Analizowano wówczas obiekty o naturze bardziej sprecyzowanej. Zresztą, pomysł, by rozważać własności zbiorów ogólnych, przyszedł Cantorowi do głowy pod wpływem jego pracy nad zbieżnością pewnych szeregów trygonometrycznych.

Można powiedzieć, że rezultaty Cantora wstrząsnęły matematyką. Został złamany pewien niepisany zakaz, postawiony jeszcze w starożytności: nie rozważa się nieskończoności aktualnej. Co to znaczy?
w matematyce (i nie tylko) istnieją dwa zasadnicze podejścia do rozumienia nieskończoności: mówi się o *nieskończoności potencjalnej i aktualnej*. z nieskończonością potencjalną mamy do czynienia na przykład wtedy, gdy dowodzimy, że liczb o pewnych własnościach jest nieskończenie wiele, pokazując, że dla dowolnego układu takich liczb można zawsze znaleźć jeszcze dodatkową. Nieskończonością potencjalną posługujemy się także wtedy, gdy mówimy o ciągu zmierzającym do nieskończoności albo o linii dającej się przedłużać nieskończenie daleko. Jeśli natomiast rozważamy prostą jako całość, cały zbiór liczb naturalnych lub rzeczywistych, to mamy do czynienia z nieskończonością aktualną. Starożytni uważali, że badać można tylko nieskończoność potencjalną i że umysł ludzki nie jest w stanie ogarnąć nieskończoności aktualnej. Twierdzili, że nie można tego, co nieograniczone, studiować metodami ograniczonymi. Rozważanie zupełnie dowolnych zbiorów zmusiło jednak matematyków do zajęcia się zbiorami nieskończonymi. Cantor podjął ryzyko badania nieskończoności aktualnej, reprezentowanej właśnie przez zbiory nieskończone, narażając się przy tym na ostrą krytykę współczesnych.

Przeniesienie pewnych intuicji ze zbiorów skończonych na nieskończone zaskoczyło matematyków. Zaskakujące, a nawet paradoksalne były wnioski wynikające ze studiowania rozmaitych typów zbiorów nieskończonych.

Jedną z najistotniejszych koncepcji Cantora był podział zbiorów nieskończonych ze względu na "liczbę elementów". w przypadku zbiorów skończonych nie stanowi to problemu. Zbiory nieskończone mają jednak nieskończenie wiele elementów - policzyć ich się nie da. Mimo to można wprowadzić odpowiednie rozróżnienie dzięki innej metodzie, zupełnie naturalnej. Metodę tę stosujemy często - nie zdając sobie z tego sprawy - także w przypadku zbiorów skończonych; daje się ją bez trudu wytłumaczyć nawet tym, których umiejętność liczenia ogranicza się do pojęć: "jeden, dwa, mnóstwo".

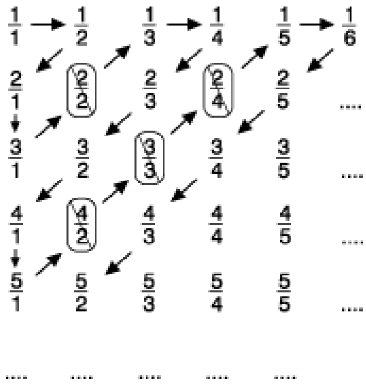
Rozważmy dwa zbiory. w celu sprawdzenia, czy mają one tyle samo elementów, łączymy w pary elementy jednego zbioru z elementami drugiego. Jeżeli wyczerpiemy oba zbiory równocześnie, to znaczy, że jest w nich tyle samo elementów. Gdy natomiast **nie istnieje** sposób takiego połączenia elementów dwóch zbiorów i zawsze, przy jakiejkolwiek próbie dobierania par, w jednym z nich coś zostanie, to ten zbiór ma elementów "więcej". Zbiory, które mają "tyle samo" elementów, nazwano *równolicznymi*. Metoda ta jest dobra zarówno dla zbiorów skończonych, jak i nieskończonych. w przypadku zbiorów nieskończonych, zamiast bezpośrednio ustawiać elementy w pary (trzeba by na to nieskończenie wiele czasu), podaje się przepis pozwalający na takie ich ustawianie.

Równoliczne są, na przykład, zbiór guzików w poprawnie uszytej koszuli i zbiór dziurek do tych guzików. Da się to stwierdzić bez liczenia, niezależnie od tego, ile tych guzików jest. Przykładów zbiorów skończonych równolicznych (lub nie) można podać bez liku - i nie widać tu niczego paradoksalnego. Zaskakujące zjawiska pojawiają się przy badaniu zbiorów nieskończonych.

Bez trudu można na przykład wykazać, że "tyle samo" elementów mają zbiór liczb naturalnych **N** i zbiór liczb parzystych. Oto przepis łączący w pary elementy obu zbiorów: jedynkę łączymy z dwójką, dwójkę z czwórką, trójkę z szóstką i tak dalej. Ogólnie - liczbę o numerze n z liczbą parzystą o numerze $2n$. i tu właśnie zaczynają się dziać dziwne rzeczy. Przecież "gołym okiem" widać, że liczb naturalnych powinno być więcej niż parzystych! Tymczasem na podstawie przyjętej definicji, która wydawała się zgodna z intuicją, okazało się, że w obu zbiorach jest tyle samo elementów. Zasada: *część jest mniejsza od całości* została naruszona; dla zbiorów nieskończonych nie musi obowiązywać tak rygorystycznie! Dalszy rozwój matematyki pokazał niezbicie, że w ten sposób wprowadzona definicja "równoliczności zbiorów" jest jedyną sensowną, a paradoksy są pozorne. Dziś tylko początkowe zapoznanie się z tymi pojęciami bywa szokujące. Trzeba się jedynie z nimi oswoić.

Łatwo zauważyć, że równoliczny z **N** jest każdy zbiór, którego elementy możemy **ponumerować** liczbami naturalnymi (inaczej - ustawić w ciąg). Takie zbiory nazwano *przeliczalnymi*. Zbiorów tego typu jest bardzo wiele. Podobnie jak w przypadku zbioru liczb parzystych - możemy ponumerować zbiór liczb nieparzystych czy też zbiór wszystkich potęg liczby 1997. Nietrudno to zrobić także ze zbiorem liczb całkowitych - a my już to przecież uczyniliśmy w poprzednim rozdziale, wprowadzając w tym zbiorze dobry porządek.

Odpowiednio ustawić możemy nawet liczby wymierne! To jest trochę bardziej skomplikowane. Pokażemy ideę konstrukcji dla zbioru liczb wymiernych dodatnich. Polega ona na ustawieniu tych liczb w nieskończoną tabelę (w rzędach ze względu na licznik, w kolumnach ze względu na mianownik), po czym numerowaniu "wężykiem" po przekątnych, opuszczając liczby, które się powtarzają (na przykład 1/2 = 2/4). Myśl metody pokazuje rysunek.



Okazuje się, że tę własność ma także zbiór liczb algebraicznych. Przychodzi zatem na myśl refleksja: niewykluczone, że wszystko jest w porządku, i elementy każdego zbioru nieskończonego można ponumerować liczbami naturalnymi, których też jest nieskończenie wiele. Wówczas wszystkie zbiory nieskończone byłyby równoliczne i koncepcja utożsamiania zbiorów pozornie mniejszych z większymi okazałaby się innym przedstawieniem "jedynej" nieskończoności. Mówilibyśmy po prostu o zbiorach nieskończonych. Tak jednak nie jest. Jedną z głównych konsekwencji metody Cantora stało się wyróżnienie rozmaitych typów zbiorów nieskończonych. Okazało się, że istnieje wiele typów nieskończoności. a zbiorów, których nie da się ponumerować, wcale nie trzeba szukać daleko.

Jednym z bardziej znanych zbiorów, którego elementów nie da się ponumerować liczbami naturalnymi, jest przedział (0,1). Dowód polega na przypuszczeniu, że liczby z tego przedziału można ustawić w ciąg, oraz na skonstruowaniu liczby większej od zera i mniejszej od jedynki, która w tym ciągu się nie pojawia. Szczegóły pomińmy.

Nie jest dla nas teraz zaskoczeniem, że ponumerować nie da się również elementów zbioru liczb rzeczywistych **R** (jako że nie udaje się tego zrobić z jego podzbiorem, przedziałem). Ale szybko można zauważyć coś więcej: przedział (0,1) i **R** są równoliczne. Przepisu połączenia elementów dostarcza nieznacznie zmodyfikowana funkcja tangens; precyzyjnie, liczbę x z przedziału (0,1) łączymy z liczbą $tg(\pi x - \pi/2)$. Warto może przy okazji zaznaczyć, że koncepcja porównywania zbiorów za pomocą łączenia elementów w pary pojawiła się wcześniej; zaproponował ją w roku 1847 (na rok przed swoją śmiercią) Bernhard Bolzano, jednocześnie wykazując równoliczność dwóch przedziałów w **R**. Praca jego nie została jednak zauważona. Ponadto z jednej strony była ona bardziej filozoficzna niż matematyczna, z drugiej zaś strony próba dalszego budowania teorii przez Bolzano nie prowadziła do niczego sensownego.

Niespodzianek i zaskakujących wniosków można przytaczać wiele. Na przykład przedział liczbowy jest równoliczny z kwadratem zawartym w płaszczyźnie. o tej własności, też zauważonej przez Cantora, wspominaliśmy przy okazji opowiadania o krzywych wypełniających kwadrat. Wynika z niej, że zarówno kwadrat, jak i płaszczyzna są równoliczne z prostą.

Dla zbioru skończonego łatwo dobrać coś, co charakteryzuje jednoznacznie zbiory równoliczne; jest to po prostu liczba naturalna określająca, ile w danym zbiorze jest elementów. Sensowne wydaje się więc wprowadzenie "liczb" kolejnych, przyporządkowanych zbiorom nieskończonym. Nazwano je *liczbami kardynalnymi*. Nazwa ta może się w pierwszej chwili wydawać dziwaczna, ale w logiczny sposób tłumaczy ją stwierdzenie, że liczby kardynalne to po prostu liczebniki główne dotyczące nie tylko zbiorów skończonych. Używany jest też termin *moc zbioru*. Liczby kardynalne, podobnie jak liczby naturalne, można porównywać; istnieje też arytmetyka liczb kardynalnych. Cantor podał sposoby konstruowania różnych liczb kardynalnych i rozwinął ich arytmetykę. Najmniejszą liczbą kardynalną nieskończoną jest ta, która odpowiada zbiorowi liczb naturalnych; oznaczono ją pierwszą literą alfabetu hebrajskiego *alef* ze wskaźnikiem "zero" - $\aleph_0$. Natomiast moc zbioru liczb rzeczywistych oznaczono literą gotycką *C* - continuum. Od razu pojawia się pytanie: czy istnieje zbiór "pośredni" między **N** i **R**, o "ilości elementów" większej niż zbiór liczb naturalnych, a mniejszej niż zbiór liczb rzeczywistych - inaczej: czy c jest drugą z kolei nieskończoną liczbą kardynalną? Przypuszczano, że zbiór "między" **N** i **R** nie istnieje, i przypuszczenie to nazywano *hipotezą continuum*.

Hipoteza continuum pojawiła się zupełnie naturalnie i jest dość prosto sformułowana. Jej rozstrzygnięcie miałoby jednak ogromne znaczenie dla teorii mnogości. Poznalibyśmy lepiej naturę zbioru liczb rzeczywistych, wiedzielibyśmy więcej o samych liczbach kardynalnych. Wydawało się, że rozstrzygnięcie hipotezy to tylko kwestia czasu. a jednak, mimo usilnych prób, problem się nie poddawał. Walczyło z nim wielu wybitnych matematyków, ale udawało się im jedynie znaleźć rozmaite warunki równoważne hipotezie (czasami zaskakujące w swych sformułowaniach, na przykład w zasadzie czysto geometrycznych). Sporo faktów związanych z hipotezą wykazał Wacław Sierpiński. Hipotezę continuum uznawano za jeden z najważniejszych otwartych problemów. Gdy w 1900 roku David Hilbert prezentował listę najważniejszych nie rozwiązanych zagadnień, które, jego zdaniem, miały wytyczyć drogę matematyki w XX wieku, umieścił ją na pierwszym miejscu.

Gdy w badaniach nad teorią mnogości natknięto się na obiekty, o których można było przypuszczać, że "są to twory, które, choć wyglądają jak zbiory, to jednak zbiorami nie są", zaczęto się zastanawiać nad istotą pojęcia zbioru. Pojęcie intuicyjnie jasne, nie wymagające bliższego określenia, nagle zaczęło sprawiać kłopoty, badania zaś prowadziły do paradoksalnych wniosków. Wyjście z tej niebezpiecznej sytuacji znaleziono poprzez aksjomatyzację teorii. Pierwszą próbę podjął w 1908 roku Ernst Zermelo. Jego aksjomatyka, uzupełniona i zmodyfikowana przez Adolfa Abrahama Fraenkla, jest jednym z najbardziej popularnych aksjomatycznych ujęć teorii mnogości (a istnieją również inne).

Ewentualne rozwiązanie problemu hipotezy continuum powinno zatem nastąpić na gruncie teorii aksjomatycznej. Ale aksjomatyka może prowadzić do niespodzianek.

Pierwszą w historii teorię aksjomatyczną stworzono prawie dwa i pół tysiąca lat temu przy badaniu geometrii. o uporządkowaniu badań naukowych pisali Platon i Arystoteles. Arystoteles zaproponował także budowanie różnych teorii naukowych w sposób aksjomatyczny. Dziś znamy jedynie konstrukcję Euklidesa z IV wieku przed Chrystusem, choć prawdopodobnie propozycji było więcej. Euklides w swoim dziele *Elementy* zawarł ujętą w logicznym porządku wiedzę matematyczną starożytnych Greków.

Historia rozmaitych perypetii związanych z aksjomatami Euklidesa to temat na odrębne opowiadanie. Wspomnijmy jednak w telegraficznym skrócie o słynnym problemie piątego postulatu. Wśród aksjomatów zaproponowanych przez Euklidesa był jeden, który przez wieki wielu matematykom wydawał się zbędny. Zbędny, to znaczy dający się wyprowadzić z pozostałych. Nikomu jednak nie udało się tego wykazać. Aksjomat, o którym mowa, nazywany też często piątym postulatem, dziś formułowany jest następująco: *przez dany punkt przechodzi dokładnie jedna prosta równoległa do prostej danej*. Dopiero na początku XIX wieku wykazano, że stwierdzenia tego nie da się wyprowadzić z pozostałych; mało tego, zauważono, że gdy powyższe zdanie zastąpimy jego zaprzeczeniem, to otrzymamy logiczną i sensowną konstrukcję. Doszli do tego niezależnie Węgier Janos Bolyai i Rosjanin Nikołaj Łobaczewski. Ich wyniki jednak uczeni przyjęli źle, choć dziś konstrukcje geometrii, nazwanych nieeuklidesowymi, nie są dla matematyków niczym nadzwyczajnym. Geometria klasycznej płaszczyzny czy przestrzeni trójwymiarowej to po prostu jedna z możliwych geometrii, ta najbliższa naszej intuicji. Dla wielu potrzeb nie jest jednak ona dobrą geometrią; istnieją bardzo ważne geometrie, świetnie dziś znane fachowcom, w których przez dany punkt można przeprowadzić więcej niż jedną prostą równoległą do danej prostej - albo takich prostych nie ma wcale.

Wróćmy do hipotezy continuum; problem został rozwiązany dopiero w 1963 roku. Dokonał tego Amerykanin Paul Cohen. Rezultat Cohena wstrząsnął światem matematycznym, choć matematycy byli już przyzwyczajeni do różnych zaskakujących wyników. Rzecz w tym, że Cohen w pełni rozwiązał problem, ale... "pewnie obalił hipotezę? - może ktoś zapytać - bo skoro przypuszczano, że jest ona prawdziwa..." Nic z tego. - "Wobec tego wykazał? Ale co w tym zaskakującego?" - Otóż nie, nie wykazał hipotezy. - "Więc jak to? Nie obalił, nie udowodnił, a jednak rozstrzygnął problem?" - Ano właśnie.

Cohen, stosując nową metodę, nazwaną *forsingiem*, udowodnił, że hipotezy continuum nie da się ani udowodnić, ani obalić. "Nie da się" nie oznacza tutaj, że nie umiemy czy nie potrafimy, lecz że jest to po prostu niemożliwe. Oczywiście - niemożliwe na bazie aksjomatów, na których jest zbudowana cała teoria. Fachowo mówi się o niezależności hipotezy continuum od aksjomatów teorii mnogości. Dla lepszego zobrazowania zjawiska zacytujmy fragment książki Jaroslava Ha□ka o przygodach dobrego wojaka Szwejka. Szwejk stanął przed komisją sądowo-lekarską; oto fragment rozmowy:

> - Czy potrafiłby pan obliczyć przekrój kuli ziemskiej?
> - Nie umiałbym, proszę panów - odpowiedział Szwejk - ale i ja bym panom też mógł zadać zagadkę. Jest dom o trzech piętrach, każde piętro ma osiem okien. Na dachu są dwa dymniki i dwa kominy. Na każdym piętrze mieszkają dwaj lokatorzy. a teraz powiedzcie, panowie, którego roku umarła babka stróża?

Rozwiązanie zagadki Szwejka jest niewykonalne (nie próbowali tego zrobić także trzej niezwykle poważni panowie z komisji). Nie ma danych wystarczających do rozstrzygnięcia problemu. i tak samo jest w przypadku hipotezy continuum.

Jeżeli się temu dokładniej przyjrzymy, to być może stwierdzimy, że tak naprawdę w nierozstrzygalności hipotezy continuum chyba nie ma nic nadzwyczajnego. Po prostu mamy pewne dane - i niektóre stwierdzenia możemy na ich podstawie zweryfikować, inne zaś nie. Cóż więc w tym zaskakującego? Często w rozmaitych sytuacjach życiowych nie jesteśmy w stanie rozstrzygnąć wielu problemów ze względu na niewystarczające dane i nikt z tego powodu nie robi afery.

Aksjomaty dobiera się tak, by były możliwie najprostsze i zrozumiałe. Taka jest też aksjomatyka Zermelo-Fraenkla. Aksjomaty te dotyczą jednak wyłącznie abstrakcyjnych zbiorów, w zasadzie po prostu mówią, że pewne twory są zbiorami. Na przykład: *istnieje zbiór, do którego nie należy żaden element* (czyli zbiór pusty); *jeżeli dwa zbiory mają jednakowe elementy, to są identyczne*. Liczby naturalne, a tym bardziej rzeczywiste, nie są pojęciami pierwotnymi; są one starannie i pracochłonnie wprowadzone i zdefiniowane na podstawie aksjomatów. i już tu można dopatrzyć się tajemniczego elementu: aksjomaty są proste i raczej intuicyjne, a ich konsekwencje - skomplikowane i czasem paradoksalne, kłócące się z naszą intuicją. Przecież zbiory liczb naturalnych i rzeczywistych wydają się niezwykle bliskie, można by nawet rzec - "swojskie". Tymczasem okazuje się, że tak naturalny i podstawowy w sumie problem ich dotyczący rozstrzygnąć się nie daje.

w latach sześćdziesiątych matematycy świetnie zdawali sobie sprawę z istnienia zdań nierozstrzygalnych. Otóż w 1931 roku Austriak Kurt Gödel udowodnił twierdzenie, które podważyło wiarę w niewzruszoną potęgę logiki i metod aksjomatycznych. Twierdzenie Gödla mówiło, że jeżeli w jakiejkolwiek teorii aksjomatycznej używane są liczby naturalne, to istnieją w niej zdania, których się nie da ani udowodnić, ani obalić. Takie właśnie, jaką okazała się (znacznie później) hipoteza continuum. Gödel pokazał ponadto, że nawet jeżeli to tajemnicze nierozstrzygalne zdanie (lub jego zaprzeczenie) dołączymy jako następny aksjomat, to dalej w teorii będą istnieć zdania, których prawdziwości nie da się rozstrzygnąć.

Osiem lat później, w 1939 roku, ten sam Gödel wykazał, że hipoteza continuum jest niesprzeczna z aksjomatyką teorii mnogości (z włączonym pewnikiem wyboru). Kilka lat wcześniej pewnie wielu byłoby przekonanych o tym, że to wystarcza. Twierdzenie Gödla z 1931 roku dowodziło jednak niezbicie, że problem rozstrzygnięty jeszcze nie jest. I, jak udowodnił później Cohen - nie jest i nie będzie.

Wynik Cohena okazał się pewnego rodzaju wstrząsem, między innymi dlatego, że choć wiadomo było o istnieniu nierozstrzygalnych zdań, to wielu sądziło, że muszą to być stwierdzenia szczególnie wyszukane. Okazało się jednak, że taka jest również naturalna zależność pomiędzy podstawowymi zbiorami **N** i **R**.

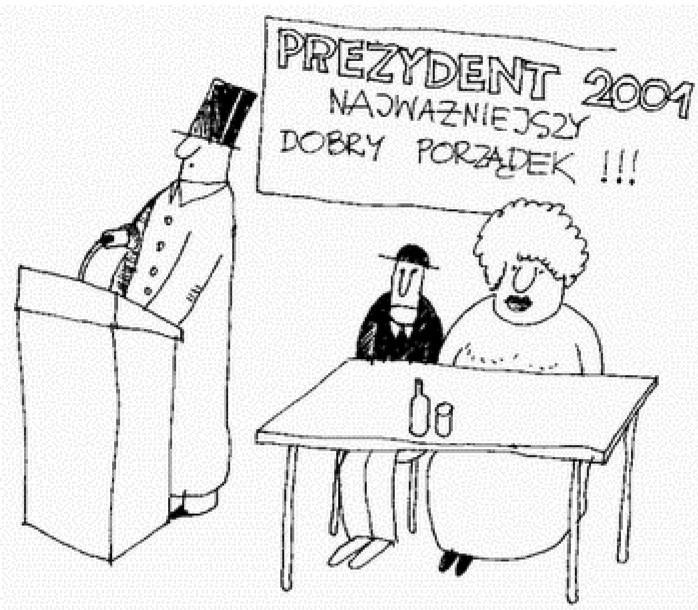
Analogicznie jak w przypadku geometrii, gdzie rozważamy różne geometrie - możemy rozważać różne teorie mnogości! w geometrii możemy założyć aksjomat Euklidesa o równoległych, jak również to, że odpowiednich prostych nie ma (albo jest więcej niż jedna). Tak samo w teorii mnogości - możemy przyjąć, że zbioru mającego więcej elementów niż **N**, a mniej niż **R** nie ma, jak i założyć, że on istnieje. Wydaje się to absurdalne: coś albo istnieje, albo nie! Ale przecież podobnie było z nowymi geometriami.

Zachodzą jednak pewne bardzo istotne różnice między charakterem piątego postulatu Euklidesa w geometrii a hipotezą continuum w teorii mnogości. w geometrii mamy świetnie znane, z licznymi zastosowaniami, modele różnych geometrii. w teorii mnogości nawet jeżeli założymy istnienie "pośredniego" zbioru, to nigdy nie będziemy go umieli pokazać. Dalej, aksjomat Euklidesa został sformułowany przy użyciu takich pojęć, że nie odbiegało to istotnie od pozostałych aksjomatów teorii. Natomiast do ścisłego sformułowania hipotezy continuum potrzebna była długa, mozolna konstrukcja liczb naturalnych, liczb rzeczywistych, wprowadzenie definicji równoliczności i wiele twierdzeń z tym związanych... Piąty postulat został od początku sformułowany jako aksjomat i perypetie wokół niego wiązały się z pytaniem: czy on przypadkowo nie wynika z pozostałych? Hipoteza continuum natomiast pojawiła się jako problem teorii, problem do wykazania lub obalenia, nie zaś jako aksjomat ewentualnie zależny lub niezależny od innych. w ogóle nie przypuszczano, że problem ten może mieć takie właśnie związki z aksjomatami.

Aksjomatyka teorii mnogości jest traktowana jako aksjomatyka podstaw całej matematyki. Dopisanie albo hipotezy continuum, albo jej zaprzeczenia jako dodatkowego aksjomatu prowadziłoby do konstrukcji podstaw dwóch różnych matematyk! Podobnie w przypadku geometrii nieeuklidesowych pojawiłoby się delikatne pytanie, która matematyka jest tą "naszą". Póki co, hipoteza continuum nie została jednak dołączona jako kolejny aksjomat.

Po "oswojeniu się" matematyków z możliwością istnienia nieeuklidesowych geometrii, były one przez nich dokładnie badane i analizowane. z początku wydawało się, iż badania takie są "sztuką dla sztuki", gdy tymczasem okazało się, że nasza rzeczywistość wymaga właśnie modelu nieeuklidesowego. Po upływie ponad trzydziestu lat od ogłoszenia wyników Cohena matematycy nie zajmujący się teorią mnogości nie przejmują się zbytnio problemami związanymi z hipotezą continuum. Czasami pewnych twierdzeń w teorii mnogości dowodzi się "przy założeniu hipotezy continuum".

Dziś wydaje się, że badanie różnych teorii mnogości nie jest do niczego potrzebne. Kto wie jednak, czy za jakiś czas w takich działach matematyki, jak na przykład algebra, równania różniczkowe, a może rachunek prawdopodobieństwa, nie pojawią się problemy, których rozstrzygnięcie będzie ściśle związane z hipotezą continuum lub jej zaprzeczeniem. Sto pięćdziesiąt lat po pojawieniu się pierwszej geometrii nieeuklidesowej różnorodność typów geometrii stała się czymś naturalnym. Trudno powiedzieć, jaki będzie stosunek matematyków do różnych teorii mnogości za sto pięćdziesiąt lat. Jedno jest pewne: zbiory **N** i **R** są takie, jakie są, przyzwyczailiśmy się do nich i musimy się pogodzić z faktem, że pewnych rzeczy na ich temat nigdy nie będziemy w stanie jednoznacznie przewidzieć. Podobnie jak z niektórymi kobietami - do końca stanowią zagadkę nie do rozwikłania...

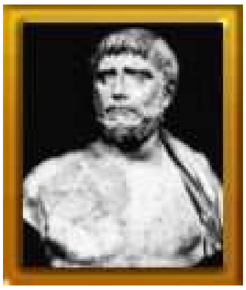


Jeśli zostanę wybrany, wprowadzę zaprzeczenie hipotezy continuum.

IV. BIOGRAFIE WYBRANYCH MATEMATYKÓW

Chyba niepodwarzalnym faktem jest to, iż współczesna matematyka jest po prostu dziełem pracy licznych pokoleń matematyków (aby sprawdzić jak licznych odsyłam do **CHRONOLOGICZNEJ LISTY NAJWAŻNIEJSZYCH MATEMATYKÓ**W stanowiacej **DODATEK A**). W przeszłości różni ludzie zajmowali się matematyką. Thomas Brandwardine był arcybiskupem Cantenbury, Luca pacoli był mnichem, Ferrari był poborca podatkowym, Cardano – profesorem medycyny, Vieta – prawnikiem tajnej kancelarii królewskiej, van Ceulen – nauczycielem szermierki, Fermat – prawnikiem. Wielu matematyków, jak John Dee, Kepler, Kartezjusz, Euler, część swoich dochodów zawdzięcali poparciu korony.
Niemożliwością jest ujęcie biografii i wkładu jaki wnieśli oni do matematyki w tej krótkiej (!) pracy, gdyż było ich po prostu zbyt wielu (naprawdę zachęcam do obejrzenia dodatku A!), a moja decyzja dotycząca wyboru tych najważnieszych, podyktowana była też dostępnością materiałów i informacji, więc z góry pszepraszam, za możliwość pominięcia szczególnie ważnych dla matematyki ludzi...

TALES Z MILETU (ok. 627 - ok. 540 p.n.e.)



Tales z Miletu uważany jest za jednego z "siedmiu mędrców" czasów antycznych i za ojca nauki greckiej. Starożytni pisarze nazywali go "pierwszym" matematykiem i astronomem. Te zaszczytne wyróżnienia świadczą, iż była to postać o wielostronnych zainteresowaniach i w dziedzinach, którymi się w swym życiu zajmował, dokonać musiał rzeczy znamiennych. I tak było w istocie. Tales był założycielem jońskiej szkoły filozofów przyrody, ponadto brał aktywny udział w życiu politycznym i gospodarczym swego miasta, które przez pewien okres pozostawało pod okupacją perską. Wbrew legendom mędrzec ów należał do ludzi praktycznych, utrzymywał ożywione stosunki handlowe z Egiptem, Fenicją i Babilonią, dokąd eksportowano cenione wówczas tkaniny miletańskie. To było powodem, iż do krajów tych odbywał częste podróże. I prawdopodobnie wtedy zapoznał się z osiągnięciami matematyki i astronomii Egiptu i Babilonii.

Platon wspomina, że gdy Tales obserwował gwiazdy, wpadł do studni i piękna niewolnica miała się wyrazić żartem, iż chciał zobaczyć, co się dzieje na niebie, a nie dostrzegł, co znajduje się pod jego nogami. Anegdota ta jednak nie charakteryzuje postawy Talesa. Nie był on oderwanym od życia myślicielem, lecz człowiekiem nad wyraz praktycznym, który umiał wykorzystać posiadaną wiedzę w swoich transakcjach handlowych.

Poglądy filozoficzne Talesa zrywały z przeważającą we wcześniejszych koncepcjach dotyczących powstania wszechświata i mitologicznej interpretacji zjawisk przyrody. Według przekazów pisarzy starożytnych Tales przewidział zaćmienie słońca na dzień 28.05.585 r. p.n.e., oraz pomierzył wysokość piramid za pomocą cienia, który one rzucały (na podstawie podobieństwa trójkątów.

PODOBIEŃSTWO TRÓJKĄTÓW

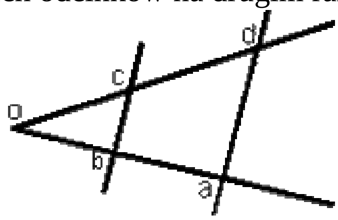
Trójkąty pqr i p'q'r' są podobne wtedy i tylko wtedy, gdy jest spełniony jeden z następujących warunków:

1. Długości boków jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich długości boków drugiego trójkąta (o tym samym współczynniku proporcjonalności)
2. Długości dwóch boków jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich długości dwóch boków drugiego trójkąta i kąty między tymi parami boków są przystające.
3. Dwa kąty jednego trójkąta są przystające do odpowiednich dwóch kątów drugiego trójkąta (więc też i trzecie kąty obu trójkątów są przystające)

Jednym z twierdzeń geometrii elementarnej sformułowanym przez Talesa z Miletu, jest twierdzenie o proporcjonalności odcinków, na które podzielone zostały ramiona kąta przez dwie równoległe. Twierdzenie te popularnie zwiemy twierdzeniem Talesa.

Twierdzenie Talesa.

Jeśli ramiona kąta przeciąć dwiema równoległymi, to długości odcinków wyznaczonych przez te proste równoległe na jednycm ramieniu kąta są wprost proporcjonalne do długości odpowiednich odcinków na drugim ramieniu kąta.



`oc : cd = ob : ba , gdy cb || da`

Talesowi z Miletu przypisuje również się autorstwo:

1. dowodu, że średnica dzieli koło na połowy;
2. odkrycia, że kąty przypodstawne w trójkącie równoramiennym są sobie równe;
3. twierdzenia o równości kątów wierzchołkowych;
4. twierdzenia o przystawaniu trójkątów o równym boku i przyległych dwu kątach;
5. twierdzenia, że średnica koła jest widoczna z punktu leżącego na okręgu pod kątem prostym.
6. twierdzenia, że kąt wpisany w półokrąg jest prosty

Wymienione twierdzenia nie stanowiły w epoce Talesa żadnej rewolucji wobec poziomu, który osiągnęła zamarła już w owym czasie w rozwoju matematyka egipska i babilońska. Wielkość Talesa jako matematyka polega raczej na tym, że z jego imieniem wiąże się pojęcie dowodu twierdzenia. Matematyków egipskich i babilońskich interesowało pytanie "jak". Tales zaś, o ile wiemy, pierwszy pytał "dlaczego". Nie jesteśmy dziś w stanie ustalić, jak Tales przeprowadził dowód. Wybitny historyk matematyki starogreckiej T.Heath utrzymuje, że tak oczywistego faktu, jak ten, iż średnica dzieli koło na połowy, nie dowodził również Euklides;

wszakże Eudemos, pisarz epoki Euklidesa, znał zapewne pojęcie dowodu i nie ma podstaw, aby odrzucić jego relację, iż Tales dowody przeprowadzał.
Talesa można uznać za tego, który łącząc teorię z praktykę zbudował fundamenty geometrii jako nauki dedukcyjnej, której ukoronowaniem były Elementy Euklidesa.

Tales zajmował się również rozmyślaniem nad mikroświatem. Opisał oddziaływanie elektryczne naelektryzowanego przez pocieranie bursztynu. Za podstawową substancję uznał występującą w przyrodzie wodę. Uważał, że to ona jest pierwotnym i końcowym żywiołem świata. Z niej powstały wszystkie inne substancje. Z niej wywodzi się życie i ona jest źródłem wszelkiego ruchu. Posiada takie cechy, które pozwoliły rozwinąć się całej przyrodzie. Otacza ze wszystkich stron płaski okrąg Ziemi. Tales twierdził, że siła jest zjednoczona z materią. Uważał, że podstawową własnością materii jest jej zdolność do poruszania się.

PITAGORAS Z SAMOS (570-496 p.n.e.)

Pozostawił po sobie prąd filozoficzno-religijny związany ze swoim imieniem, trwający przez dwa wieki. Trudno jest stwierdzić co dokonał sam Pitagoras, a co jego uczniowie, więc raczej należy mówić o pitagoreizmie. Elementami pitagoreizmu są: muzyka, harmonia i liczba, rozpatrywane przede wszystkim jako czynniki wychowawcze, służące zbliżeniu do boga. Matematyka i mistyka liczb tworzyły w pitagoreizmie dziwny konglomerat, z kórego wyrosło ścisłe poznanie matematyczne późnych pitagorejczyków, ceniących tylko to, co mogło być dowiedzione na drodze rozumowej. W dziedzinie geometrii opracowali oni teorię równoległych wraz z twierdzeniem o sumie kątów trójkąta, czworokąta i wielokątów foremnych. Badali koło, wielościany foremne i kulę. Odkryli pięciokąt foremny, wiedzieli, że płaszczyznę można pokryć tylko następującymi wielokątami foremnymi: trójkątami równobocznymi, kwadratami albo sześciokątami. Udowodnili twierdzenie samego Pitagorasa, które głosi: "W trójkącie prostokątnym, suma kwadratów przyprostokątnych jest równa kwadratowi przeciwprostokątnej" Zajmowali się także liczbami doskonałymi, to jest takimi, których suma dzielników od niej mniejszych jest równa danej liczbie, o ile liczba 1 jest dzielnikiem tej liczby. Takimi liczbami są np. 6, 28, 496, 8128. Szukali także par liczb zaprzyjaźnionych, tj. takich, których suma dzielników jednej z nich jest równa drugiej, np. 220 i 284. Zajmowali się proporcjami, lecz szczególnie dla dalszego rozwoju matematyki miało stwierdzenie istnienia odcinków niewspółmiernych. Odkrycie to ujawniło sprzeczności w systemie filozoficznym pitagorejczyków, według którego "wszystko jest liczbą", rozumianą jako liczba naturalna. Uczniowie Pitagorasa odkryli także, że liczba "pierwiastek z 2" jest niewymierna. Odkrycie to starannie ukrywali przed współczesnymi. Pitagoras był również muzykiem, zbudował jednostrunowy instrument, za pomocą którego badał zależności pomiędzy dźwiękami. Od matematyków babilońskich przejął wiadomości o średniej arytmetycznej, geometrycznej oraz harmonicznej i zastosował je w muzyce. Pitagorejczycy szczególne znaczenie przypisywali liczbom. Ich mottem było: "Liczba jest istotą wszystkich rzeczy". Od nich pochodzi podział na liczby parzyste i nieparzyste. W dziedzinie geometrii pitagorejczycy stworzyli teorię równoległych wraz z twierdzeniem o sumie kątów trójkąta, czworokąta i wieloboków foremnych. W szkole pitagorejskiej narodziły się trzy wielkie problemy matematyki starożytnej Grecji: podwojenie sześcianu, podział kąta na trzy równe części oraz kwadratura koła.

ARYSTOTELES (384-324 p.n.e.)

Arystoteles - człowiek, który wytyczył podstawy nauk i sformułował zasady logiki. Był on twórcą filozofii, w której obserwacja i doświadczenie mają pierwszeństwo przed abstrakcyjnym myśleniem.

Arystoteles urodził się w 384 roku p.n.e. w Stagira w Grecji, zmarł w wieku 62 lat w roku 322 p.n.e. Nauki pobierał w Atenach u samego Platona. Później był nauczycielem Aleksandra Wielkiego. Około 335 założył w Atenach własną szkołę, zwaną Liceum.

Jego pragnienie poznanie świata przypominało nie wygasającą żądzę. Przez całe życie z pasją i energią prowadził badania obejmujące ogromny zakres problemów. Jako pierwszy wytyczył wiele podstawowych dziedzin wiedzy, a w trakcie jego pracy powstały nazwy, które pozostają w użyciu do dziś: logika, fizyka, nauki polityczne, ekonomia, psychologia, metafizyka, meteorologia, retoryka i etyka.

Usystematyzował logikę, stwierdzając, które formy wnioskowania są poprawne, a które nie. Innymi słowy ustalił, co naprawdę z czegoś wynika, a co robi tylko takie wrażenie; nadał też nazwy różnym formom wnioskowania. Przez dwa tysiące lat studiowanie logiki miało oznaczać studiowanie logiki Arytotelesa.

W początkowym okresie średniowiecza, po upadku cesarstwa rzymskiego, zapomniano o Arystotelesie, dorobek jego przetrwał jednak w świecie arabskim. Stamtąd powrócił do Europy u schyłku średniowiecza, stanowiąc największy pojedynczy zbiór wiedzy dostępny Europejczykom. Z czasem te jego elementy, z których miały się rozwinąć odrębne dziedziny, utraciły swą aktualność, nauka wyszła bowiem poza granice badań Arystotelesa, a także poza jego koncepcje i metody. Niemniej jednak w XIV wieku włoski poeta Dante mówił o nim: "nauczyciel tych, którzy wiedzą". Stworzona przez niego biologia odgrywała ważną rolę aż do XIX wieku, podobnie jak logika. Filozofia ogólna, w tym teoria polityczna i moralna oraz estetyka wywierają wpływ do dzisiaj.

Podobnie jak Sokrates, u schyłku życia Arystoteles został oskarżony przez Ateńczyków o bezbożność. Aby nie dopuścić do kolejnego występku przeciwko filozofii i aby uniknąć skazania na śmierć, Arystoteles wyjechał w 323 roku p.n.e. do Chalkis, gdzie zmarł rok później.

EUKLIDES (ok. 300 p.n.e.)

Właściwie nic nie wiemy o życiu Euklidesa, z wyjątkiem tego, że - podobnie jak Archimedes - żył pod koniec okresu hellenistycznego i był o pokolenie młodszy od Arystotelesa. Najprowdopodobniej uczęszczał do założonej sto lat wcześniej Akademii Platona, która stała się ważną szkołą ówczesnej matematyki. Znaczenie geometrii Euklidesa dla nauki, jaka rozwinęła się w kulturze Zachodu jest tak ogromne, że wymyka się ocenie. Geometria jest ta fundamentem zachodniego budownictwa i architektury - czego świadectwem są wszystkie monumentalne budowle, które powstały do chwili obecnej. Geometria Euklidesowa zaczyna zawodzić dopiero wtedy, gdy mamy doczynienia z ogromnymi odległościami. Jest to matematyka przestrzeni w normalnej skali, a jej ograniczenia ujawniły się dopiero w ostatnich dwóch stuleciach. Albert Einstein rozpoczyna swoją popularną książkę Teoria względności do omówienia koncepcji Euklidesa. Gdyby porównać treść Elementów z tym, co wiedzieli w zakresie matematyki poprzednicy Euklidesa, nie znaleźlibyśmy, być może, w tym dziele nic nowego, tym bardziej że podobne do Elementów prace istniały wcześniej, choć znamy je tylko z tytułów i nazwisk autorów. Do Euklidesa śmiało można odnieść słowa Pascala: "Niech nikt nie twierdzi, że nie powiedziałem nic nowego; rozmieszczenie treści jest nowe." Bo istotne, to nowe rozmieszczenie treści olśniewa najbardziej wymagających uczonych do dnia dzisiejszego. W dziele swoim urzeczywistnił Euklides wzór nauki dedukcyjnej, której twierdzenia, jeśli pominąć nieznaczne usterki, wyprowadzane są na drodze czysto logicznej z układu określeń, postulatów i aksjomatów. Najbardziej znanym twierdzeniem, nazwanym twierdzeniem Euklidesa jest następujące: "Pole kwadratu zbudowanego na wysokości trójkąta prostokątnego poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego jest równe polu prostokąta o bokach równym odcinkom, na które ta wysokość podzieliła przeciwprostokątną". O autorze Elementów wiemy niewiele i nic pewnego. Pisano wiele o jego dziełach, nic o osobie. Życie jego przypada na panowanie Ptolemeusza I (323-283), a więc na początek okresu hellenistycznego, w którym wprawdzie rozszerzyły się wpływy kultury greckiej, ale ona sama uległa oddziaływaniu mistycznych prądów Wschodu. Patronowanie nauce przez władców w tym okresie, a zwłaszcza Ptolemeuszów, którzy stworzyli w Aleksandrii sprzyjające dla rozwoju nauki warunki, a między innymi założyli imponującą bibliotekę, doprowadziło do bujnego rozkwitu nauki i powstania zawodowej grupy uczonych. Poczet wielkich matematyków tej epoki rozpoczyna właśnie Euklides. Od Proklosa pochodzi niezbyt pewna, lecz charakteryzująca ówczesną atmosferę informacja, według której Euklides na pytanie Ptolemeusza, czy nie ma prostszej drogi do poznania geometrii niż elementy, miał dumnie odpowiedzieć, że w geometrii nie istnieje osobna droga królewska. Wolno również przypuszczać, że Euklides pozostawał pod wpływami filozofii platońskiej, jak twierdzi Proklos. Przemawia za tym między innymi cecha Elementów - skrupulatne, tak charakterystyczne dla Platona i jego zwolenników, omijanie wszelkich zagadnień mających związek z praktyką. W tym samym duchu utrzymana jest informacja Stobajosa: młodzieniec studiujący geometrię pod kierunkiem Euklidesa miał zadać mistrzowi pytanie, co daje studiowanie geometrii. W odpowiedzi miał się Euklides zwrócić do swego niewolnika ze słowami "Daj mu trzy obole, ten człowiek chce osiągnąć korzyści z nauki".

ARCHIMEDES (287-212 p.n.e.)

Archimedes urodził się w Syrakuzach w 287 r.p.n.e. i tam rozwijał działalność naukową. Początkowe nauki pobierał u swego ojca astronoma Fidiasza; studiował również w Aleksandrii, gdzie nawiązał kontakty z uczniami Euklidesa i utrzymywał też z nimi naukową korespondencję przez całe życie. Część jego dzieł zachowała się. Wiadomo również, że Heraklidos napisał jego biografię, która jednak zaginęła. Archimedes jest autorem szeregu niezwykle głębokich i oryginalnych prac z dziedziny matematyki i tym różni się od Euklidesa, który zasłyną raczej jako systematyk przed nim stworzonej wiedzy. Prace Archimedesa dotyczą obliczania objętości pól figur, ograniczonych krzywymi i objętości brył, ograniczonych dowolnymi powierzchniami, czym wsławił się jako prekursor rachunku całkowego, powstałego w dwa tysiące lat później.

Dowód, że stosunek objętości kuli do objętości opisanego na niej walca wyraża się stosunkiem liczb 2:3, uważał podobno za najważniejsze swoje odkrycie i prosił przyjaciół o umieszczenie tego na nagrobku. Uzyskał najlepsze z dotychczasowych wyniki związane z tradycyjnym problemem kwadratury koła: równe polu trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych równych obwodowi i promieniowi koła pr2. Pole koła ma się do pola opisanego na nim kwadratu jak 11:14. Stosunek obwodu koła do jego średnicy jest zawarty między liczbami 31/7 i 310/71. Wymienione zagadnienia stanowią tylko drobną część twórczości Archimedesa. Dzieła jego są nadzwyczaj trudne; o przystępność nie dbał, pisał stylem oszczędnym, opuszczał łatwe w swoim mniemaniu ogniwa, liczył zapewne na naukową dojrzałość czytelnika. Ci, którzy jak np.

Plutarch wychwalali jasność wykładu Archimedesa, widocznie żadnej jego książki nie mieli w ręku, natomiast dużej miary matematyk francuski Franciszek Viete przyznawał, że nie wszystko rozumiał.

Mimo to wywarł Archimedes ogromny wpływ na rozwój matematyki. Tłumaczyli go gorliwie i komentowali Arabowie, później uczeni zachodnioeuropejscy. Na podstawie zachowanych licznych informacji biograficznych, których ścisłość jest jednak wątpliwa, można wyobrazić sobie pogląd o Archimedesie jako o człowieku i uczonym. W ich świetle przypomina on poniekąd przysłowiowego "roztargnionego profesora". Legenda głosi, że znalazł sposób ustalenia zawartości złota w koronie króla Syrakuz Herona w czasie kąpieli, gdy zauważył, że woda zaczęła wyciekać, gdy wszedł do wanny. Wówczas nago pobiegł do domu z okrzykiem: eureka - znalazłem. Przypisywane mu zdanie: "dajcie mi punkt oparcia, a poruszę ziemię" - wiąże się zapewne ze zdarzeniem, gdy na polecenie króla zbudowana została wspaniała łódź, a robotnicy nie mogli jej spuścić na wodę. Pomógł w tym Archimedes i przy pomocy sporządzonego systemu bloków jeden człowiek, mianowicie sam król, uporał się z tą pracą. Plutarch wysławia Archimedesa za jego udział w obronie rodzinnych Syrakuz przed Rzymianami.

Przy pomocy zaprojektowanych przez niego uczonego katapult oblegani razili wrogów wielkimi głazami i ołowiem, a przy pomocy żurawi unosili i zatapiali wrogie okręty. Te i podobne podania zdają się świadczyć o zerwaniu z platońską tradycją pełnej izolacji nauki od praktyki, chociaż nie zachowała się, a może nie powstała żadna Archimedesowska praca z zakresu zastosowań matematyki. Zginął w 212 r.p.n.e. z rąk rzymskiego żołdaka po upadku miasta, w czasie pracy naukowej. Podobno w ostatnich słowach prosił swego zabójcę, by nie niszczył rysunku, nad którym rozmyślał. W blisko sto lat później Cyceron odnalazł jego grób, który poznał po wyrytej na nagrobku kuli z opisanym na niej walcem.

Tabit Ibn Qurra (ok. 826-901)

Tysiąc sto lat temu zmarł w Bagdadzie wszechstronny uczony islamu, Tabit Ibn Qurra. Pozostawił blisko 100 (choć nie wszystkie się zachowały) traktatów naukowych, z których za najważniejsze uważa się prace poświęcone matematyce i astronomii.

Dokładna data urodzin Tabita Ibn Qurry (Thabit ibn Qurra) nie jest znana; mieści się w przedziale lat 824-836. Wiadomo natomiast, że Tabit pochodził z Harranu w Górnej Mezopotamii (obecnie Turcja), gdzie podobno w młodości parał się wymianą pieniędzy. Miasto to było ośrodkiem kultu astralnego: członkowie tamtejszej sekty sabijczyków utrzymywali, że jako pierwsi uprawiali ziemię, budowali miasta i... rozwinęli naukę. Dzieje Harranu tak się potoczyły, że jego mieszkańcy przyswoili sobie język grecki w epoce hellenistycznej, a po podboju przez Arabów - arabski, zachowując jednak ojczysty aramejski wraz z religią przodków.

Niemniej wolnomyślicielskie poglądy Tabita sprawiły, że popadł w konflikt z sabijczykami i opuścił Harran. Wędrując spotkał na swej drodze matematyka Muhammada Ibn Musę Ibn Shakira (jednego ze słynnych trzech braci Banu Musa), na którym głębia wiedzy matematycznej i filozoficznej Ibn Qurry, jak również jego biegłość w językach wywarły olbrzymie wrażenie. Muhhamad zaprosił go do Bagdadu, gdzie pod rządami dynastii Abbasydów rozkwitała nauka. Najwybitniejszym jej patronem był kalif Al-Mamun, który założył Dom Mądrości (Bayt al-hikma) - swego rodzaju akademię naukową, nie tylko przekładającą dzieła uczonych greckich na arabski, ale także je komentującą i prowadzącą własne badania naukowe, w tym obserwacje astronomiczne. W Domu Mądrości, pod okiem braci Banu Musa, rozwinęła się kariera Tabita (bracia płacili grupie tłumaczy około 500 dinarów miesięcznie).

W Tarich al-hukama (Historia mędrców) Al-Kiftiego (zm. 1227) odnajdujemy spis 94 dzieł Tabita. Do dziś zachowały się 44 traktaty (lub ich fragmenty) poświęcone matematyce, astronomii, mechanice, fizyce, geografii, teorii muzyki i filozofii oraz 17 traktatów dotyczących medycyny i weterynarii. Ibn Qurra przełożył z greckiego tak ważne prace, jak O kuli i walcu Archimedesa, Elementy nauki o stożkach Apolloniosa z Perge czy Wprowadzenie do arytmetyki Nikomachosa; opracował przekłady Almagestu Ptolemeusza i Elementów Euklidesa. Niektóre z dzieł greckich uczonych znamy tylko dzięki tłumaczeniom Tabita.

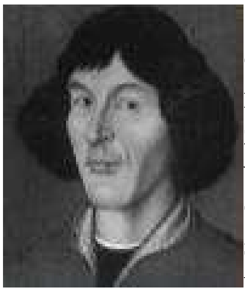
Własne prace, komentarze i przekłady składają się na osiągnięcia Tabita w teorii liczb (rozwinięcie teorii liczb zaprzyjaźnionych), trygonometrii sferycznej (sformułowania równoważne odkrytym później twierdzeniom sinusów i kosinusów), krzywych stożkowych oraz... elementach rachunku całkowego. W astronomii odnotować warto prace O roku słonecznym oraz O ruchu ósmej sfery. W tej ostatniej - która z kolei zachowała się tylko dzięki średniowiecznym tłumaczeniom na łacinę - Tabit próbował podać nową teorię precesji, różną od znanej z Almagestu. W ogóle astronomiczne dzieła Ibn Qurry stawiają go na pozycji reformatora nie tylko astronomii, ale i kosmologii Ptolemeusza.

W ostatnim okresie swego życia Tabit Ibn Qurra był astrologiem kalifa al-Mu'tadida. Napisał wówczas rozprawę O naturze i wpływach gwiazd. Zmarł 18 lutego 901 r. w Bagdadzie. W historii matematyki zapisali się jeszcze: jego syn Sinan Ibn Tabit oraz wnuk Ibrahim Ibn Sinan Ibn Tabit, choć nie cieszą się sławą ojca i dziadka.

LEONARDO FIBONACCI (1170 - 1240)

Bez większej przesady można powiedzieć, że europejska matematyka po wielu wiekach uśpienia zaczęła się odradzać na przełomie XII i XIII wieku i to za sprawą jednego człowieka. Był nim Pizańczyk - LEONARDO FIBONACCI (1170-1240). To sympatycznie brzmiące nazwisko kryje w sobie łacińskie filius Bonacci, czyli syn Bonacciego; z kolei Bonaccio możnaby (z grubsza) tłumaczyć jako: poczciwiec. Wspominamy o ojcu, bo prawdopodobnie jemu zawdzięczamy porednio sukcesy syna. Bonaccio, pizański kupiec, był szefem włoskiej kolonii w północno-afrykańskim porcie Boużia (dziś algierska Beżaja). Tam Leonardo pobierał pierwsze lekcje matematyki u arabskiego nauczyciela. Widocznie dobrze się sprawował bo dalsze studia zawiodły go w rozliczne miejsca. Były to Egipt, Syria, Prowansja, Grecja i Sycylia - nieźle jak na 12-wiecznego studenta. Po powrocie do Pizy, w 1202 roku, Leonardo napisał swoje głośne dzieło Liber Abaci (Księga Rachunków), w której pojawiają się, i to w pierwszym rozdziale, arabskie a raczej hinduskie cyfry. Warto tu wspomnieć, że ten dla nas tak dzisiaj naturalny system, wędrował do Europy za pośrednictwem Arabów dobre parę setek lat. To warto zobaczyć - jak hinduskie znaczki, za pośrednictwem przedsiębiorczych Arabów, docierały do Europy. Nota bene: słynny wynalazek hinduski - zero, pojawiło się około IV-V wieku po Chrystusie, początkowo w formie kropki. Wraz z jego pojawieniem rozpoczął się dziesiętny system pozycyjny.

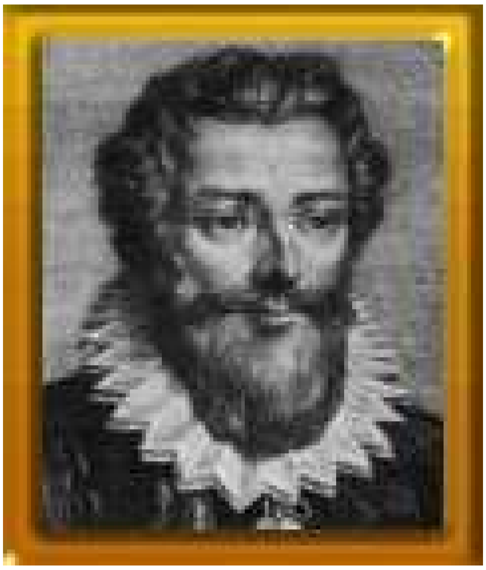
MIKOŁAJ KOPERNIK **(1473 - 1543)**



Genialny Polak urodził się w Toruniu w 1473 roku. Mikołaj był najmłodszy wśród rodzeństwa. Po śmierci ojca młodym Kopernikiem zaopiekował się jego wuj Łukasz Watzenrode, od 1489 r. biskup warmiński. Edukację rozpoczął Kopernik w Toruniu, kontynuował zaś w Chełmnie. W 1491 roku zapisuje się do Akademii Krakowskiej. Tutaj studiuje przez trzy lata nauki humanistyczne i przyrodnicze, będąc uczniem Wojciecha z Brudzewa. W 1494 roku Kopernik wstępuje do stanu duchownego i w dw a lata później udaje się do Włoch. W Bolonii rozpoczyna studia prawnicze, nie zaniedbując także matematycznych. W międzyczasie uzyskuje godność kanonika we Fromborku, zapewniając sobie materialną niezależność. W ciągu studiów we Włoszech uzyskuje w Ferrar ze doktorat prawa i kończy medycynę. Wreszcie w roku 1503 powraca do kraju i osiada na stałe we Fromborku. Znane są szeroko osiągnięcia Kopernika-astronoma. One zapewniły mu przede wszystkim nieśmiertelną sławę. Ale znamy także Kopernika-matematyka, inżyniera, lekarza. Interesujący nas Kopernik-matematyk napisał wszakże tylko jedną pracę czysto matematyczn ą - "Trygonometrię", ale rozważania dotyczące innych dziedzin matematyki - geometrii, algebry, zamieścił w swych głównych pracach astronomicznych, w których wyniki obu tych gałęzi wiedzy wzajemnie się przeplatają i uzupełniają. Kopernik był człowiekiem wszechstronnym i pozostawił po sobie wiele dzieł w różnych dziedzinach. Jednym z pierwszych jego dzieł była opracowana na zlecenie króla w 1256 roku "Rozprawa o urządzeniu monety", dająca konkretne propozycje poprawy sytuacji monetarnej w kraju. Dobrze znana jest jego działalność we Fromborku jako lekarza i jednego z gospodarzy miasta. Jemu przypisuje się zaprojektowanie i założenie wodociągów w mieście. Heliocentryczna teoria ruchu planet, będąca zasadniczym dziełem życia Kopernika, wolno zyskiwała rozgłos, ale była znana już za życia uczonego. W końcu zainteresowanie nią było tak wielkie, że w roku 1536 kardynał M. Schonberg pisał do Kopernika: "Dla tego, mężu głęboko uczony, jeżeli Ci nie będę natrętnym, proszę Cię i błagam jak najusilniej, ażebyś całe to swoje odkrycie miłośnikom nauki zakomunikował"...

W końcu z polecenia uczonych niemieckich przybył w 1538 roku do Fromborka Jerzy Retyk - profesor matematyki. Przyjęty serdecznie przez Kopernika, zajął się streszczeniem i wydaniem jego dzieła. Wkrótce po powrocie Retyka do Wittenbergi ukazała się dru kiem treść trzech pierwszych ksiąg Kopernika, opatrzona tytułem "Narratio de libris revolutionum Copernici" (w Gdańsku 1540 r.) Drugie jej wydanie wyszło nie bawem w Nazylei. W dwa lata potem w Wittenberdze ukazała się "Trygonometria" Kopernika. Wreszcie w 1543 roku już u schyłku życia Kopernika, wyszło w świat główne dzieło, znamionujące początek nowej epoki: "De revolutionibus orbium coelestium" ("O obrotach sfer niebieskich"). "Trygonometria" zawarta jest w księdze I dzieła, w rozdziałach XII, XIII i X IV. Rozdział XII traktuje o cięciwach koła, rozdział XIII - o bokach i kątach trójkątów płaskich, rozdział XIV - o trójkątach sferycznych. Grupując główną treść matematyczną dzieła, rozdziały powyższe nie są przecież jedynymi, które ją zawierają. Tak np. rozdział IV księgi III zawiera dowód twierdzenia: "Jeżeli po wewnętrznej stronie danego koła toczy się bez poślizgu, koło o średnicy ró wnej promieniowi danego koła, to każdy punkt na obwodzie koła mniejszego zakreśla linię prostą - jedną ze średnic koła większego"... Kopernik nie był matematykiem w dzisiejszym rozumieniu tego słowa. Traktował matematykę raczej jako narzędzie w swych wysiłkach przebudowy wyobrażeń o Wszechświecie. Niemniej na marginesie tych wysiłków pozostawił z tej dziedziny prace, które mają dla każdego matematyka niezapomnianą, historyczną wartość.

Francois Viete (1540 - 1603)



Francois Viete urodził się w 1540 roku w Fontenay-le-Comte, prowincji Poitou. Po ukończeniu prawa początkowo był adwokatem w swoim rodzinnym mieście. Po wstąpieniu na tron Henryka IV zostaje w 1589 roku radcą Parlamentu w Tours, a później pierwszym radcą królewskim.
Zainteresowawszy się astronomią, Viete zmuszony był zająć się trygonometrią i algebrą. Wprawdzie do czasów Viete'a w dziedzinie algebry nastąpił już pewien rozwój symboliki oraz znane były rozwiązania równań trzeciego i czwartego stopnia przez pierwiastkowanie, lecz dopiero on swoimi pracami dał podstawy ogólnej nauce o równaniach algebraicznych, zyskując tym miano ojca współczesnej algebry.
Jako pierwszy wprowadził literowe oznaczenia nie tylko dla wielkości niewiadomych (co niekiedy stosowano wcześniej), ale i dla wielkości danych, to jest dla współczynników. W ten sposób dopiero dzięki niemu otworzyła się możliwość wyrażania własności równań i ich pierwiastków ogólnymi wzorami. Viete podał ogólne metody rozwiązywania równań drugiego, trzeciego i czwartego stopnia, ujednolicając tym samym metody podane wcześniej przez Ferro i Ferrariego, oraz wprowadził znane każdemu uczniowi wzory na sumę i iloczyn pierwiastków równania kwadratowego (wzory Viete'a). Francois Viete był również twórcą zasady dwoistości.
Wszystkie swoje osiągnięcia Viete zawarł w napisanej w 1591 roku pracy "Isagoge in artem analiticam". Drugie jego dzieło "Effecitionum geometricarum canonica recensio" jest natomiast podstawą dziedziny matematyki, zwanej dziś geometrią analityczną.
Viete wydawał na swój koszt bardzo wiele prac świadczących o jego wielostronnych

zainteresowaniach i rozsyłał je do uczelni prawie wszystkich krajów europejskich. Prace te jednak pisane były bardzo trudnym językiem i dlatego nie rozpowszechniły się w takim stopniu, jak na to zasługiwały.
W przeszło czterdzieści lat po śmierci Francois Viete'a dzieła jego zostały wydane pod wspólnym tytułem "Opera Mathematica".

Henry Briggs(1561-1630)

Człowiek, który spopularyzował logarytmy
W lutym 2001 r. mija 440 lat od narodzin angielskiego uczonego, którego talent matematyczny oraz zainteresowania astronomiczne, geograficzne i kartograficzne sprawiły, że stał się "drugim ojcem" logarytmów.

Henry Briggs, bo o nim mowa, urodził się w lutym 1561 r. w Worley Wood w angielskim hrabstwie Yorku. Dokładna data jego przyjścia na świat nie jest znana, wiadomo tylko, że został ochrzczony 23 lutego. Od 1577 r. studiował w St John's College w Cambridge, gdzie został bakałarzem (1581), magistrem (1585) i wreszcie członkiem tego kolegium (1588 lub 1589). Wykładał na uniwersytecie matematykę, ale także medycynę.

W 1596 r. Briggs został pierwszym profesorem geometrii w dopiero co powstałym w Londynie Gresham College. Dzięki zachowanej korespondencji z Jamesem Ussherem (listowną przyjaźń utrzymywał z nim później także Jan Heweliusz), który był wówczas profesorem Trinity College w Dublinie, wiemy, że Briggs interesował się na przełomie XVI i XVII w. problematyką zaćmień.

Astronomia w tamtych czasach wymagała żmudnych obliczeń na papierze. Briggs podjął trud opublikowania dwóch dziełek, ułatwiających rachunki: w 1602. r. wydał Tablicę, dzięki której można znaleźć wysokość bieguna, mając deklinację magnetyczną, w 1610 r. zaś - Tablice dla doskonalszej nawigacji. (Zaćmienia w tamtych czasach łączono z zagadnieniem wyznaczania długości geograficznej, tej współrzędnej, która, zwłaszcza na morzu, sprawiała najwięcej kłopotów).

W 1614 r. (po łacinie) ukazała się praca Szkota Johna Nepera (Napiera) (1550-1617) Mirifici logarithmorum canonis descriptio (Opis przedziwnej tablicy logarytmów). 10 marca 1615 r. w liście do Usshera Briggs pisał: "Napper, lord Markinston, stworzył dzieło o nowych i godnych podziwu logarytmach. Mam nadzieję spotkać go podczas najbliższego lata, jeśli Bóg pozwoli, gdyż nigdy dotąd nie widziałem księgi, która sprawiłaby mi większą przyjemność i tak pobudziła moją ciekawość". Briggs nie pozostał jednak bezkrytyczny wobec swej fascynacji.

Logarytmy Nepera z 1614 r. nie we wszystkim przypominają znane nam ze szkoły logarytmy dziesiętne. Za proces ostatecznego przepoczwarzenia się logarytmów odpowiedzialność w dużej mierze ponosi Briggs. Niewykluczone, że decydujące znaczenie miało spotkanie obu uczonych mężów latem 1615 r. w Edynburgu. W wyniku wymiany listów i rozmów podczas spotkania zapadła decyzja, że podstawą logarytmów Napiera będzie 10 i że zerową wartość logarytm taki osiąga dla jedności (log 1 = 0). Biorąc pod uwagę te założenia, Briggs zaczął konstruować tablice logarytmiczne. Jego pierwsza praca o logarytmach dziesiętnych - Logarithmorum chilias prima (Pierwszy tysiąc logarytmów) - ujrzała światło dzienne w 1617 r. W 1624 r. ukazał się jego traktat matematyczny Arithmetica logarithmica (Arytmetyka logarytmiczna), który podawał logarytmy liczb naturalnych od 1 do 20 000 i od 90 000 do

100 000 z dokładnością do 14 miejsc po przecinku. W dziele tym Briggs zaproponował również, że brakujące logarytmy może obliczyć zespół, któremu ofiarował pomoc w postaci specjalnie przygotowanych kartek. Kompletne tablice, z zapełnioną dziurą między 20 000 a 90 000, zostały opublikowane w 1628 r. w Goudzie (Holandia) przez Adriaena Vlacqa (1600-1667).

Wcześniej jednak Briggs spotkał się po raz drugi z Neperem w 1616 r. i planował kolejną wizytę w Edynburgu na rok następny, lecz w kwietniu 1617 r. wynalazca logarytmów zmarł.

W 1619 r. Briggs uzyskał katedrę geometrii na Uniwersytecie w Oksfordzie, stając się także członkiem Merton College. W 1620 r. wydał pierwsze sześć ksiąg Elementów Euklidesa. Kolejną jego publikacją był A Treatise of the Northwest Passage to the South Sea, Through the Continent of Wirginia and by Fretum Hudson (Traktat o Przejściu Północno-Zachodnim do Morza Południowego, przez kontynent Wirginii i odnogę morską Hudsona), wydany w 1622 r. Na usprawiedliwienie Briggsa można podać, że: po pierwsze, był członkiem towarzystwa handlującego z Wirginią; po drugie, i w tym wypadku wykazał się błyskotliwością swego umysłu, gdyż o istnieniu takiego przejścia wywnioskował na podstawie danych o przypływach i prądach, a z informacji o rzekach Wirginii i okolic Zatoki Hudsona wydedukował obecność śródkontynentalnego pasma górskiego. (Pamiętajmy, że pierwszą stałą osadę na kontynencie północnoamerykańskim Anglicy założyli w 1607 r. na wyspie Jamestown w Wirginii, a w 1620 r. do Nowej Anglii dotarli pierwsi koloniści na statku Mayflower).

Briggs zmarł 26 stycznia 1630 r. w Oksfordzie, ciesząc się sławą dobrego geometry. Gdy w 1662 r. John Barrow, nauczyciel Izaaka Newtona, dawał wykład inauguracyjny w Gresham College, obejmując stanowiska profesora geometrii, przypomniał Briggsa, "człowieka, który sprawił, że logarytmy stały się nieodzownym narzędziem wszystkich uczonych".

Warto również wspomnieć na marginesie, że gorącym orędownikiem logarytmów był w owym czasie na ziemiach polskich Piotr Krüger (Crüger) z Gdańska, nauczyciel Jana Heweliusza. W 1634 r. wydał on w Gdańsku (i jednocześnie w Amsterdamie) Praxis trigonometriae logarithmicae cum logarithmorum tabulis..., gdzie w przedmowie opisał odkrycie logarytmów i prace Nepera, Briggsa i Vlacqa, a dziełko zawierało tablice logarytmiczne liczb od 1 do 10 000 oraz logarytmy funkcji trygonometrycznych sinus i tangens.


TRIGONOMETRIÆ
BRITANNICAE
LIBER PRIMVS
CAPVT PRIMVM.

Strona rozpoczynająca rozdział 1 Trigonometria Britannica (Londyn 1633). W dziele tym ukazały się po raz pierwszy w Anglii pełne tablice logarytmiczne Vlacqa. Choć druk nastąpił 3 lata po śmierci Briggsa, na jego prośbę wydanie nadzorował Henry Gellibrand, profesor astronomii w Gresham College, zainteresowany zastosowaniami logarytmów w geometrii płaskiej i sferycznej.

GALILEUSZ (1562-1642)

GALILEUSZ, bardziej niż ktokolwiek inny, zasługuje na miano ojca nowoczesnej nauki. Przyczyną jego głośnego konfliktu z Kościołem katolickim byty podstawowe zasady filozofii, którą głosił. Galileusz pierwszy twierdził bowiem, że można mieć nadzieję, iż człowiek zrozumie, jak funkcjonuje wszechświat i, co więcej, ze dokona tego dzięki obserwacjom rzeczywistego świata. Galileusz bardzo szybko stał się zwolennikiem teorii Kopernika (przypisującej planetom ruch wokół Słońca), lecz zaczął popierać ją publicznie dopiero wtedy, gdy obserwacje dostarczyły mu argumentów na jej poparcie. Pisał o teorii Kopernika po włosku (a nie po łacinie, która była oficjalnym językiem akademickim) i wkrótce zyskał szerokie poparcie środowisk pozauczelnianych. Wywołało to gniew profesorów wyznających Arystotelesowskie poglądy, którzy zjednoczywszy się przeciw wspólnemu przeciwnikowi, starali się nakłonić Kościół do potępienia idei Kopernika. Galileusz, zmartwiony tym obrotem spraw, udał się do Rzymu na rozmowy z autorytetami kościelnymi. Twierdził, że w Biblii nie należy szukać żadnych twierdzeń i sądów dotyczących tematów naukowych i że, zgodnie z przyjętą powszechnie dyrektywą metodologiczną, jeśli tekst Biblii stoi w sprzeczności ze zdrowym rozsądkiem to należy go interpretować jako alegorię. Kościół jednak obawiał się skandalu, który mógł osłabić jego pozycję w walce z reformacją, i dlatego postanowił uciec się do represji. W 1616 roku kopernikanizm został uznany za "fałszywy i błędny", Galileuszowi zaś nakazano nigdy więcej "nie bronić i nie podtrzymywać" tej doktryny. Galileusz pogodził się z wyrokiem. W 1623 roku stary przyjaciel Galileusza został wybrany papieżem. Galileusz natychmiast rozpoczął starania o odwołanie dekretu z 1616 roku. Nie udało mu się tego osiągnąć, lecz otrzymał zgodę na napisanie książki prezentującej teorie Arystotelesa i Kopernika, jednak pod dwoma warunkami. Po pierwsze, miał zachować pełną bezstronność, czyli nie opowiadać się po niczyjej stronie. Po drugie, miał zakończyć książkę konkluzją, że człowiek nigdy nie posiądzie wiedzy o tym, jak funkcjonuje wszechświat, ponieważ Bóg może wywołać te same efekty wieloma sposobami niewyobrażalnymi dla człowieka, któremu nie wolno w żadnym stopniu ograniczać Bożej wszechwładzy. Książka Dialog o dwu najważniejszych systemach świata: ptomeleuszowym i kopernikowym została ukończona i opublikowana w 1632 roku, zyskując pełną aprobatę cenzury; uznano ją natychmiast za arcydzieło literackie i filozoficzne. Papież rychło jednak zdał sobie sprawę, iż ludzie znajdują w niej przekonywujące argumenty na korzyść teorii Kopernika, i pożałował tego, że wyraził zgodę na opublikowanie dzieła. Chociaż książka uzyskała aprobatę cenzury, papież uznał, że Galileusz naruszył dekret z 1616 roku. Galileusz został postawiony przed trybunałem inkwizycji i skazany na dożywotni areszt domowy. Nakazano mu również publicznie potępić kopernikanizm. Po raz drugi Galileusz podporządkował się wyrokowi. Pozostał wiernym katolikiem, lecz jego wiara w niezależność nauki nie została złamana. Cztery lata przed śmiercią Galileusza, który nadal przebywał w areszcie domowym, rękopis jego kolejnej książki przemycono do wydawcy w Holandii. Właśnie ta praca, znana jako Dialogi i dowodzenia matematyczne, okazała się najważniejszym wkładem Galileusza w rozwój nauki, cenniejszym niż poparcie teorii Kopernika - od niej zaczęła się fizyka nowoczesna.

KARTEZJUSZ (1596 - 1650)

Sławny uczny francuski Rene Descartes, którego w Polsce nazywamy zwykle Kartezjuszem, znany jest powszechnie ze względu na swą słynną maksymę: Myślę, więc jestem (Cogito, ergo sum). Interesował się on filozofią , fizyką i matematyką. Połączył geometrię z algebrą, wprowadzając osie współrzędnych i dzięki nim liczbowy opis figur geometrycznych. Dlatego płaszczyznę z układem współrzędnych nazywamy płaszczyzną kartezjańską. Kartezjusz uwielbiał długie poranne wylegiwanie się w łóżku. Tak spędzał poranki już w szkole w La Fleche, gdzie dzięki rektorowi, który był dalekim krewnym jego matki, pozwolono chłopcu spać nie we wspólnej sypialni z innymi uczniami, lecz w oddzielnym pokoju i leżeć rano tak długo, jak mu się podobało. Zwykle rozmyślał w łóżku do jedynastej lub dłużej. Nie zmienił tego zwyczaju nawet wówczas, gdy służył w wojsku. Twierdził zawsze, że właśnie wylegując się długo, doszedł do największych odkryć. Wstąpiwszy do armii, przyszły uczony jako żołnierz stacjonował w wielu miastach środkowej Europy. Wkrótce jednak zrezygnował z kariery wojskowej, wystąpił z armii i udał się w podróż po Italii. Odwiedził Wenecję, Rzym, Florencję i inne miasta. Wkrótce, skarżąc się na zły klimat w Rzymie (we dnie palący żar, a wieczorem niezdrowa wilgoć i chłód) oraz grasujących tam bandytów, z którymi nie mogła sobie poradzić straż miejska, udał się do Francji i osiadł na pewien czas w Paryżu. Młody Rene prowadził w Paryżu światowe z życie według ówczsnych obyczajów. Modnie się ubierał, grał w karty, nie stronił od zabaw i widowisk. Jako szlachcic nie mógł unikać pojedynków, a sztukę pojedynkowania znał tak dobrze, że napisał na jej temat specjalny traktat. Był on zresztą jedyną pracą Kartezjusza, której po jego śmierci nie włączono do Indeksu ksiąg zakazanych! Kartezjusz obracał się jenak także w kręgach intelektualnych Paryża. Zawarł znajomość z uczonym zakonnikiem Marinem Mersenn'em, z którym podczas późniejszego pobytu w Holandii wymienił setki listów na tematy naukowe. Spotykał się z innymi uczonymi i brał udział w dysputach. Wkrótce dojrzała w nim decyzja wyłożenia swych dotychczasowych dociekań w książkowym traktacie. Jednakże Paryż, bardzo uważnie i ostro kontrolowany przez świecką i duchową cenzurę, nie wydał mu się odpowiednim miejscem do napisania i publikacji dzieła. Wtedy właśnie postanowił udać się do Holandii, którą odwiedził już wcześniej jako żołnierz. W Holandii znalazł Kartezjusz wielu innych uczonych przyjaciół i prowadził bardzo pracowite życie. Poza rozmyślaniami porannymi czas zajmowały mu liczne doświadczenia fizyczne i anatomiczne. Często spędzał czas w rzeźni, gdzie obserwował zjawiska fizjologiczne towarzyszące śmierci zwierząt; od rybaków uzyskiwał ryby do swych doświadczeń anatomicznych, spacerował też często po sadach obserwując rośliny. Bardzo rzadko można go było natomiast zobaczyć z książką w ręku, ponieważ czytał bardzo mało, i to pobieżnie. W Holandii powstały i zostały wydane wielkie filozoficzne, matematyczne i fizyczne dzieła Kartezjusza. Pewnego razu, gdy Kartezjusz podróżował z Holandii do Francji, miał przebyć część drogi na niewielkim statku. Marynarze rozmawiali ze sobą głośno po holendersku, nie podejrzewając, że ich francuski pasażer, który przebywał już jakiś czas w Holandii, dobrze zna ten język. Przysłuchując się rozmowie, Kartezjusz z przerażeniem zrozumiał, że załoga statku to piraci, którzy umawiają się, aby go zabić i obrabować. Nie tracąc przytomności umysłu, uderzył na zaskoczonych opryszków, zmuszając ich do wysadzenia pasażerów na ląd. Życie Kartezjusza uległo brutalnej przemianie, kiedy w roku 1649 został zaproszony do Sztokholmu przez królową Krystynę, by ją kształcić w geometrii. Królowa była niestety osobą tak zajętą, że dla swego nauczyciela miała czas jedynie o piątej rano. Wstawanie o tak wczesnej godzinie i wędrowanie w mroźne i ciemne noce do królewskiego pałacu stanowiło szok dla organizmu filozofa, który szybko przeziębił się i po krótkiej chorobie zmarł 1 lutego 1650 roku.

Pierre de Fermat (1601-1665).

Chociaż Fermat ukończył prawo i w wieku 30 lat został referendarzem w Tuluzie, by w 1648 r. objąć stanowisko radcy królewskiego w parlamencie tego miasta, jest uważany przez wielu historyków nauki za najpłodniejszego matematyka XVII w. (wieku, w którym tworzyli Kartezjusz, Leibniz, Newton i Pascal!), a u niektórych zyskał sobie miano księcia amatorów (na księcia matematyków wybrano żyjącego 150 lat później Gaussa). Co ciekawe, Fermat nie publikował swoich prac, jego osiągnięcia znamy jedynie z listów wysyłanych do przyjaciół, notatek na marginesach książek i wyzwań stawianych innym matematykom (mieli znaleźć dowody twierdzeń, które wcześniej odkrył).

Fermat korespondował z Blaise Pascalem (1623-1662) na temat rachunku prawdopodobieństwa, dyskutując z nim podstawowy dziedziny. Niezależnie od Kartezjusza (René Descartes; 1596-1650) opracował podstawy geometrii analitycznej i rozszerzył jej badania na przypadek trójwymiarowy. Ów francuski prawnik z Tuluzy jest również twórcą zasady Fermata w optyce. Niemniej Fermat zajmował się przede wszystkim teorią liczb. Znanych jest wiele jego wyników z tej dziedziny, lecz, jako że nie przedstawiał dowodów, inni matematycy musieli ich szukać i nie we wszystkich przypadkach je znaleziono. Bodaj najsłynniejsze z nich - wielkie twierdzenie Fermata - zostało zapisane na marginesie Arithmetiki Diofantosa, którą miał w swej bibliotece. Twierdzenie to ma elementarną, zrozumiałą dla każdego postać:

Równanie xn + yn = zn, gdzie n jest liczbą naturalną większa niż 2, nie ma rozwiązań w liczbach naturalnych x, y i z.

Około 1637 r. Fermat napisał własnoręcznie na marginesie dzieła Diofantosa: "Odkryłem prawdziwie cudowny dowód tego faktu, jednakże ten margines jest zbyt wąski, by go zmieścić". Odtąd pokolenia matematyków (jak również wszelkiej maści szaleńców, co znalazło swój wyraz np. w Szatanie z siódmej klasy Kornela Makuszyńskiego) próbowały przeprowadzić dowód tego twierdzenia. Do lat siedemdziesiątych XX w. udało się je dowieść dla liczb n mniejszych niż 125 000. Dopiero prace Andrew J. Wilesa z Princeton, przedstawione najpierw w 1993 r. w Cambridge, w Anglii, a później poprawione i opublikowane ostatecznie w 1995 r. w "Annals of Mathematics", podają kompletny dowód wielkiego twierdzenia Fermata. Artykuły z "Annals..." na ponad 100 stronach.

Dzieje życia Fermata i poszukiwań dowodu jego Wielkiego Twierdzenia zostały wielokrotnie opisane, także na stronicach książek popularnonaukowych. Dwie ostatnie, jakie ukazały się w języku polskim, to: Wielkie twierdzenie Fermata Amira D. Aczela oraz Tajemnica Fermata Simona Singha. Żywot Cayleya nigdy i w żadnym języku nie wzbudził podobnego zainteresowania.

BLAISE PASCAL (1623-1662 r.)

Francuski filozof, matematyk, fizyk i publicysta, uważany powszechnie za następce Kartezjusza (R. Descartes).Rozbudował zasady logiki i metodologii. Za wzór wiedzy uważał geometrię, sądził jednak, że nie pozwala ona poznać nieskończoności i nie pomaga w rozwiązywaniu zagadnień etycznych i religijnych. Zasady geometrii ułatwiają poznanie faktów, ale nie przynoszą ich zrozumienia. Bez zrozumienia trudno mówić o poznaniu. Pascal skonstruował arytmometr (1642), sformułował prawa podzielności liczb całkowitych oparte na sumowaniu cyfr, opracował metodę wyznaczania współczynników dwumianu dowolnego stopnia **(trójkat Pascala)**, wprowadził metodę indukcji matematycznej, zajmował się przekrojami stożkowych (traktat na ten temat 1639), kombinatoryką i podstawami rachunku prawdopodobienstwa, był prekursorem całkowych metod obliczania pól, objętosci itp., badał zjawiska hydrostatyczne, w 1653 sformułował jedno z podstawowych praw hydrostatyki **(Pascala prawo).**
Błażej Pascal jest również autorem pierwszego pomysłu maszyny, która przez odpowiednią ilość obrotów korby notuje liczby, sumuje, odejmuje, mnoży i dzieli. Zamiar skonstruowania takiego instrumentu powzioł jako chłopiec piętnastoletni i pracował nad nim wytrwale długich lat dziesięć. Zbudował kolejno więcej niż pięćdziesiąt różnych modeli, w których zawarł tyle rozmaitych pomysłów mechanicznych, iż następcy czerpali z tego dorobku poniechanych idei jak ze skarbca. Wszystkie te próby nie zadawalały genialnego młodzieńca. Wreszcie w roku 1646 osiągnął taki stopień udoskonalenia, że uznał instrument swój za godny publicznego pokazu i dalszego reprodukowania. Cztery egzemplarze zachowały się do chwili obecnej. Była to maszyna przystosowana specjalnie do zliczania podatków, których poborca na miasto Rouen był ojciec Błażeja.

Euler Leonhard (1707-1783)

Euler Leonhard - ur.1707, zm. 1783, był szwajcarskim matematykiem, fizykiem i astronomem, jednym z twórców nowoczesnej matematyki. Prace Eulera dotyczyły niemal wszystkich znanych wówczas dziedzin matematyki, ale szczególnie przyczyniły się do rozwoju analizy matematycznej. Studiował matematykę, następnie teologię, język hebrajski, grekę i medycynę. Na zaproszenie Katarzyny I wyjechał do Petersburga, gdzie w latach 1730-33 był profesorem fizyki, a następnie wykładał matematykę w tamtejszej Akademii Nauk.

Od 1741 roku był profesorem AN w Berlinie. W 1766 wrócił do Petersburga, z którego już nie wyjechał do końca życia. Gdy Euler pod koniec życia stracił wzrok, swe prace musiał dyktować. Opublikował ok. 900 prac

naukowych, m.in. z dziedziny mechaniki nieba, optyki, akustyki, batalistyki oraz matematyki (ok. 500 prac). Euler sformułował wiele twierdzeń, definicji i oznaczeń współczesnej matematyki. Wprowadził też do analizy matematycznej funkcje zespolone zmiennej zespolonej i podał związek między funkcjami trygonometrycznymi i funkcją wykładniczą. Euler opracował też ogólne własności funkcji logarytmicznej, ugruntował teorie równań różniczkowych zwyczajnych, która stała się zresztą samodzielnym działem matematyki, i zapoczątkował teorie równań różniczkowych cząstkowych. Stworzył podstawy teorii funkcji specjalnych, zapoczątkował analityczną teorie liczb.
Euler jest także współtwórcą topologii, czym zasłużył się rozwiązując tzw. problem mostów królewieckich. Rozważał przy tym ogólniejszy problem, starając się ustalić warunki, które muszą być spełnione, aby dany graf zamknięty, można było opisać linią ciągłą w taki sposób, aby każda krawędź tego grafu była obwiedziona tylko raz. Wykazał że jest to możliwe wtedy i tylko wtedy, gdy w każdym punkcie węzłowym tego grafu spotyka się parzysta liczba jego krawędzi.
Euler opracował też wiele cennych rozwiązań technicznych, m.in. podstawy konstrukcji achromatycznych przyrządów optycznych, teorii działania turbin i teorii żyroskopu. Jego liczne podręczniki i traktaty zostały napisane jasno i przystępnie, co przyczyniło się do szybkiej ich popularyzacji.

Prosta Eulera

W każdym trójkącie środek ciężkości S1, punkt przecięcia się symetralnych boków S2 i punkt przecięcia wysokości S3 leżą na jednej prostej, którą nazywamy prostą Eulera i |S1 S3|=2|S1S2|.

CARL GAUSS (1777-1855)

Carl Friedrich Gauss, któremu nadano ten wzniosły przydomek, urodził się w 1777 roku w bardzo biednej rodzinie w Brunszwiku (Braunschweig). Jego dziad był ubogim wieśniakiem, a ojciec Gerhard robotnikiem, który zarabiał na utrzymanie różnymi zajęciami - jako ogrodnik, murarz, dozorca. Ten prosty człowiek nie widział niczego pożytecznego w zapewnianiu dzieciom wykształcenia i gdyby nie zdecydowane stanowisko matki, przyszły wielki matematyk zostałby może, jak ojciec, murarzem lub ogrodnikiem. Na szczęście, geniusz matematyczny Carla dał o sobie znać bardzo wcześnie.

Pewnego razu ojciec Gaussa zmagał się z obliczeniem tygodniowej wypłaty dla robotników pracujących pod jego nadzorem. Trzyletni brzdąc śledził jego rachunki i w pewnej chwili nieoczekiwanie pisnął: Ojcze, w tym miejscu jest błąd. Zaskoczony ojciec powtórzył rachunek i zgodnie z sugestią syna poprawił błąd. Okazało się, że malec sam nauczył się czytać, wypytując starszych o wymowę liter alfabetu, a także opanował samodzielnie proste rachunki. Często później wspominał, że nauczył się rachować, zanim jeszcze zaczął mówić.

Nauczyciel matematyki w szkole, do której poszedł Gauss, był miernym pedagogiem. Lubił mieć sporo spokoju na lekcjach, toteż dawał dzieciom do wykonania mozolne rachunki. Kiedy Gauss znalazł się w klasie arytmetyki, na jednej z pierwszych lekcji nauczyciel polecił dzieciom zsumować wszystkie liczby od 1 do 40. Ledwie skończył dyktować zadanie, mały Gauss położył na katedrze swoją tabliczkę z rozwiązaniem. Inne dzieci męczyły się bardzo długo i wszystkie pomyliły się w rachunkach. Tymczasem młody Carl spostrzegł od razu, że w tym szeregu liczb suma liczb pierwszej i ostatniej, drugiej i przedostatniej itd. wynosi zawsze 41, toteż mnożąc 41 przez liczbę par, 20, otrzymał prawidłowy wynik 820. Trzeba oddać sprawiedliwość nauczycielowi, że dostrzegając geniusz malca, sprowadził dlań specjalny podręcznik arytmetyki. Gauss przeleciał go jak burza i widać było, że trzeba mu specjalnego traktowania. Genialnym malcem zainteresował się władca Brunszwiku, książę Carl Wilhelm Ferdinand, który postanowił finansować dalszą naukę chłopca. Mimo oporów ojca Gauss uczył się najpierw dwa lata w półwyższej szkole Collegium Carolinum w Brunszwiku, gdzie, korzystając z dobrze zaopatrzonej biblioteki, samodzielnie zdołał opanować dzieła Eulera, Lagrange 'a i przede wszystkim arcytrudne *Principia* Newtona. Jak się potem okazało, wśród różnych swoich osiągnięć opracował w tym czasie metodę najmniejszych kwadratów.

Gauss miał także wielkie zamiłowanie do języków klasycznych. Wstępując w wieku 18 lat na uniwersytet w Getyndze, nie był jeszcze zdecydowany, czy poświęcić się matematyce czy filologii. Na rzecz matematyki przeważyło znalezienie dowodu możliwości konstrukcji siedemnastokąta foremnego metodą cyrkla i ekierki. Nauka języków była jednak do końca życia jego hobby. Jak wiadomo z dziennika Gaussa, w tym czasie dokonał on wielu ważnych odkryć, jednak ich wtedy nie publikował. Po trzech latach opuścił uczelnię, nie uzyskując żadnego dyplomu. Na życzenie swego dobroczyńcy księcia napisał jednak rozprawę doktorską i przedstawił ją uniwersytetowi w Helmstedt, który w 1799 roku nadał mu tytuł doktora *in absentia*, bez zwyczajowego egzaminu ustnego.

Wielka sława Gaussa zaczęła się w 1801 roku. W pierwszym dniu nowego stulecia, 1 stycznia 1801 roku, Giuseppe Piazzi odkrył nowe ciało niebieskie, planetoidę Ceres. Zanim zdołano zebrać dostatecznie dużo danych obserwacyjnych o jej położeniu na niebie, planetoida zniknęła w blasku Słońca. Ówczesne metody nie pozwalały obliczyć elementów orbity z tak nielicznych obserwacji. Gauss podał wynik uzyskany swoją oryginalną metodą i planetoida została na niebie odszukana w przewidzianym miejscu.

W tymże roku ukazało się pierwsze wielkie dzieło Gaussa *Disquisitiones Arithmeticae* poświęcone teorii liczb. Genialnemu uczonemu zaczęto proponować dobre posady, między innymi w Imperatorskiej Akademii Nauk w St. Petersburgu. Gauss odrzucał propozycje, aż do 1807 roku, kiedy został dyrektorem obserwatorium astronomicznego w Getyndze, gdzie pozostał do śmierci w 1855 roku. Poza matematyką pracował tam nad elektrycznością i magnetyzmem i z Wilhelmem Weberem uruchomił pierwszy telegraf.

W październiku 1805 roku Gauss ożenił się z trzy lata młodszą Johanną Osthoff, córką garbarza. Zakochany nieprzytomnie pisał do przyjaciela: *Po pierwsze, ma ona piekną twarz madonny, odzwierciedlającą spokój umysłu i zdrowie, delikatne oczy i nieskazitelną figurę. Po drugie - jasny umysł i kształcony język. Ale najważniejsza jest spokojna, pogodna, skromna i czysta dusza anioła, który nie może skrzywdzić żadnej istoty*. Z tego związku urodzili się syn Joseph i córka Wilhelmina. Komplikacje podczas porodu spowodowały w 1809 roku śmierć jego żony i drugiego syna Louisa. Zrozpaczony Gauss, chcąc zapewnić opiekę maleńkim dzieciom, ożenił się bardzo szybko z Minną Waldeck, córką profesora prawa. Dała mu ona synów Eugena i Wilhelma oraz córkę Theresę.

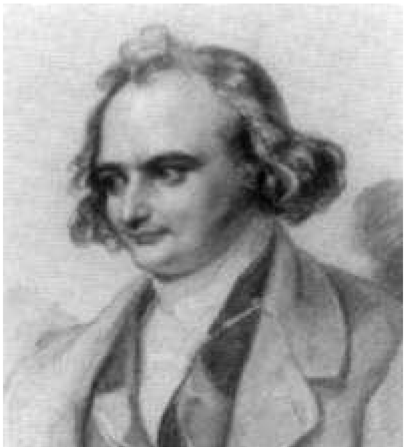
Stosunki Gaussa z tymi synami układały się niedobrze. Eugen został przezeń zmuszony do wstąpienia na studia prawnicze, czego nienawidził, ale nie odważył się przeciwstawić ojcu. Wkrótce jednak zniknął z Getyngi, aby odnaleźć się w Bremie, gdzie odbył ostatnią dramatyczną rozmowę z ojcem, oznajmiając mu o swym nieodwołalnym zamiarze emigracji do Stanów Zjendoczonych. Istotnie, wyjechał do Filadelfii. Drugi syn Wilhelm także emigrował w 1832 do Luizjany, gdzie założył dobrze prosperujące gospodarstwo. Liczni potomkowie Gaussa mieszkają dziś w różnych miejscowościach USA. "Książę matematyków" był niski (poniżej 160 cm), krępy, silny i muskularny. Wielu rozmówców podkreślało przenikliwy wzrok jego niebieskich oczu.

Na pytanie Aleksandra von Humboldta, kto jest największym matematykiem w Niemczech, Laplace bez namysłu odparł: *Pfaff. A Gauss?* - zapytał zdziwiony Humboldt. *Oh, Gauss jest największym matematykiem w świecie* - odrzekł Laplace.

Gauss utrzymywał, że gdyby inni zajmowali się matematyką tak starannie i głęboko jak on, to dokonaliby tych samych odkryć. Istotnie, miał on niezwykłą zdolność koncentrowania się na rozwiązywanych problemach. Często podczas rozmów z przyjaciółmi nagle milkł, zatapiał się w myślach i przestawał reagować na otoczenie. Opowiada się, że gdy do zamyślonego Gaussa podbiegł służący, mówiąc: *Panie Gauss, pańska żona umiera i chce Pana zobaczyć*, półprzytomny uczony machinalnie odpowiedział: *Proszę powiedzieć, żeby trochę poczekała, aż skończę dowód twierdzenia.*

Pierwsze jego prace dotyczyły teorii liczb i algebry, następne dzieła dotyczyły teorii rachunku różniczkowego i całkowego, teorii szeregów, metod pomiarów geodezyjnych, statystyki matematycznej, geometrii sferycznej oraz geometrii nieeuklidesowych (nie publikowane za życia).

Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851).



18 lutego 2001 r. minęło 150 lat od śmierci niemieckiego matematyka Carla Gustava Jacoba Jacobiego, u którego wybitny talent matematyczny łączył się z potrzebą angażowania się w życie polityczne. Ten pierwszy zapewnił mu nieśmiertelność, ta druga znacznie utrudniła życie codzienne.

Carl Gustav Jacob Jacobi urodził się 10 grudnia 1804 r. w Poczdamie jako drugi syn tamtejszego bankiera. (Starszym bratem Carla był Moritz, który został fizykiem, rozwijając swą karierę w Rosji). Już w dzieciństwie wykazywał rozliczne uzdolnienia, a program gimnazjum miał przerobiony w wieku 12 lat. Jednakże ze względu na to, że Uniwersytet Berliński przyjmował na studia dopiero szesnastolatków, Jacobi mógł nań wstąpić wiosną 1821 r. Na uczelni uczęszczał na nieliczne wykłady z matematyki, natomiast samodzielnie studiował prace Leonharda Eulera (1707-1783). Poza tym interesował się filozofią i filologią klasyczną (brał udział w seminarium Böckha). Doktorat i jednocześnie docenturę otrzymał Jacobi jesienią 1825 r. W tym samym mniej więcej czasie porzucił wiarę żydowską dla chrześcijańskiej, co otwarło przed nim możliwość kariery akademickiej.

Wiosną 1826 r. Jacobi przeniósł się na Uniwersytet Królewiecki. Tutaj w 1827 r. został profesorem nadzwyczajnym, a w 1831 r. - zwyczajnym (W tym samym roku poślubił Marie

Schwinck, z którą miał gromadkę dzieci). Wejście w środowisko uczonych z Królewca nie było pozbawione zgrzytów, a to za sprawą ostrego języka Jacobiego, który szybko zraził do siebie członków wydziału. Niemniej waga jego osiągnięć naukowych okazała się mieć decydujące znaczenie. Jak również talenty pedagogiczne.

W swych Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundret (Wykłady o rozwoju matematyki w XIX wieku) Felix Klein w taki sposób opisał Jacobiego:

[...] był nie tylko owładnięty potrzebą prowadzenia badań naukowych, lecz także pragnieniem dzielenia się zdobytą wiedzą, przybliżania jej innym i w ten sposób czynienia jej skuteczną. Skłonność do oddziaływania na innych, z jednej strony, wyrażała się w postaci wielkiego talentu pedagogicznego, z drugiej zaś - w niemal bezwzględnej woli potwierdzania swych racji. Przenikliwość i żywość błyskotliwego intelektu Jacobiego, a zwłaszcza jego słynne i straszliwe sarkastyczne uwagi, dawały mu w tych wszystkich nieustannych bojach, do jakich prowokowała go tak agresywna natura, niezwykle skuteczną broń, którą on nie zawsze posługiwał się z wyczuciem.

Już w 1825 r. Jacobi dokonał istotnych odkryć w teorii liczb, a w latach 1826-1827, niezależnie od Nielsa Henrika Abela (1802-1829), stworzył teorię funkcji eliptycznych. W liście z lutego 1828 r. tak do Jacobiego pisał francuski matematyk Adrien-Marie Legendre (1752-1833):

Jestem niezmiernie zadowolony, że dwaj młodzi matematycy, tacy jak Ty i Abel, uprawiają z sukcesem dział analizy, któremu sam się poświęcałem przez tak długi czas, a który nie znalazł takiego uznania w moim kraju, na jakie zasługuje. Twoje prace stawiają Cię pośród najlepszych matematyków naszych czasów zajmujących się analizą.

W 1836 r. Jacobi został członkiem berlińskiej Akademii Nauk. W 1843 r. podupadł na zdrowiu i lekarze zalecili mu wyjazd do Włoch, który doszedł do skutku dzięki finansowej pomocy - za wstawiennictwem Petera Lejeune□a Dirichleta (1805-1859) i Alexandra von Humboldta (1769-1859) - króla Fryderyka Wilhelma IV. Z Italii Jacobi powrócił latem 1844 r., ale już nie do Królewca, lecz do Berlina. Tam też uczestniczył w wydarzeniach rewolucji 1848 r., wygłaszając mowy polityczne, które - jak to u Jacobiego - nie zadowalały do końca ani republikanów, ani monarchistów. Tak czy owak, zaangażowanie polityczne spowodowało utratę możliwości pracy na Uniwersytecie Berlińskim, co postawiło rodzinę Jacobiego w trudnej sytuacji finansowej. Wyprowadzili się w 1849 r. do Gothy, a kilka miesięcy później Jacobi przyjął propozycję profesury na Uniwersytecie Wiedeńskim. Na skutek tego rząd pruski poszedł na ustępstwa i zgodził się, by Jacobi wykładał w Berlinie, pod warunkiem jednak, że jego rodzina pozostanie w Gocie. Sytuacja ta trwała, kiedy w styczniu 1851 r. matematyk zapadł najpierw na grypę, a później - na ospę. Zmarł 18 lutego.

Poza rozwinięciem teorii funkcji eliptycznych (ogłoszonej w dopracowanej wersji w 1829 r. w Fundamenta nova theoriae functionum ellipticarum) do najważniejszych osiągnięć Jacobiego należą prace dotyczące równań różniczkowych cząstkowych. Wniósł on również istotny wkład do rozwoju w XIX w. teorii wyznaczników (za jego najważniejszą pracę w tej dziedzinie uważa się De formatione et proprietatibus determinantium z 1841 r.). Na jego cześć jeden z wyznaczników funkcyjnych - wyznacznik macierzy utworzonej z pierwszych pochodnych cząstkowych n funkcji f1, f2,... , fn, będących funkcjami n zmiennych x1, x2,... , xn - został nazwany jakobianem. Warto też przypomnieć, że dzisiejszy sposób oznaczania pochodnej cząstkowej za pomocą symbolu pochodzi od Jacobiego. Zajmując się dynamiką, sformułował równanie, które nosi nazwę równania Hamiltona-Jacobiego (odgrywa ono istotną rolę przy formułowaniu analogii pomiędzy mechaniką klasyczną i kwantową); jak również jedną z zasad wariacyjnych mechaniki. Jacobi jest uważany za twórcę - wraz z Franzem Neumannem (1798-1895) - królewieckiej szkoły fizyki matematycznej, która wywarła duży wpływ na rozwój nauki w Niemczech. Wykłady Jacobiego z dynamiki zostały ogłoszone na podstawie jego notatek z lat czterdziestych XIX w. w 1866 r. w dziele Vorlesungen über Dynamik.

Augustus de Morgan (1806-1871)

18 marca 2001 r. minęło 130 lat od śmierci angielskiego matematyka o nazwisku znanym niemal każdemu dziecku, które w szkole liznęło odrobinę logiki zdań. Historycy matematyki podejrzewają go o rozpowszechnianie złośliwej anegdoty o Bogu, Diderocie i Eulerze.

Augustus De Morgan urodził się 27 czerwca 1806 r. w Madurai w Indiach. Jego ojciec, John, był podpułkownikiem stacjonującego tam wojska brytyjskiego. Augustus w pierwszych miesiącach życia stracił wzrok w prawym oku i wkrótce potem powrócił z rodziną do Anglii. Ojciec osierocił syna, gdy ten miał 10 lat.

W 1823 r. De Morgan rozpoczął studia na Uniwersytecie w Cambridge. Uzyskał tam stopień bakałarza, ale już nie magistra, gdyż nie chciał dopełnić formalności wiążących się z egzaminem z teologii. Zamknęło to przed nim drogi kariery na tej uczelni, powrócił więc w 1826 r. do Londynu. Tam w 1828 r. został pierwszym profesorem matematyki w nowo utworzonym University College.

Bodaj największym wkładem De Morgana do rozwoju matematyki były jego badania nad podstawami logiki matematycznej i udział w jej formalizacji. To stąd biorą się prawa De Morgana - twierdzenia dotyczące negacji (zaprzeczenia) logicznej koniunkcji i alternatywy:

[nie (p i q)] wtedy i tylko wtedy, gdy [(nie p) lub (nie q)],
[nie (p lub q)] wtedy i tylko wtedy, gdy [(nie p) i (nie q)],

choć angielskiemu matematykowi przypisuje się autorstwo tylko pierwszego z nich. De Morgan wprowadził również w sposób ścisły pojęcie indukcji matematycznej. Uważa się go - obok George'a Boole'a (1815-1864) - za głównego reformatora logiki matematycznej w XIX w.

De Morgan był autorem licznych podręczników: w 1830 r. ukazały się jego Elements of arithmetic (Podstawy arytmetyki), w 1842 r. - The Differential and Integral Calculus (Rachunek różniczkowy i całkowy), w 1847 r. - Formal Logic (Logika formalna). Napisał także ponad 700 artykułów do wydawanej przez Towarzystwo Upowszechniania Użytecznej

Wiedzy (Society for Diffusion of Useful Knowledge) encyklopedii - Penny Cyclopedia. To właśnie tutaj, w 1838 r. uściślił pojęcie indukcji. W 1866 r. De Morgan znalazł się pośród założycieli londyńskiego Towarzystwa Matematycznego i został jego pierwszym prezesem. Nigdy się jednak nie zgodził kandydować na członka Towarzystwa Królewskiego (Royal Society).

Jeden ze współczesnych scharakteryzował De Morgana w zdaniu: "Kostyczny, dogmatyczny pedant, jak sądzę, nie umniejszając jego zdolnościom". Nieco inny wizerunek wyziera z listów De Morgana do słynnych myślicieli XIX w. (a korespondował z: Charlesem Babbage'em, Williamem Rowanem Hamiltonem, George'em Peacockiem czy Williamem Whewellem, by wymienić tylko niektórych). W jednym z listów do Williama R. Hamiltona (1805-1865), Irlandczyka od hamiltonianu i kwaternionów, De Morgan tak komentuje swe kontakty z nim i innym Williamem Hamiltonem, szkockim filozofem z Edynburga:

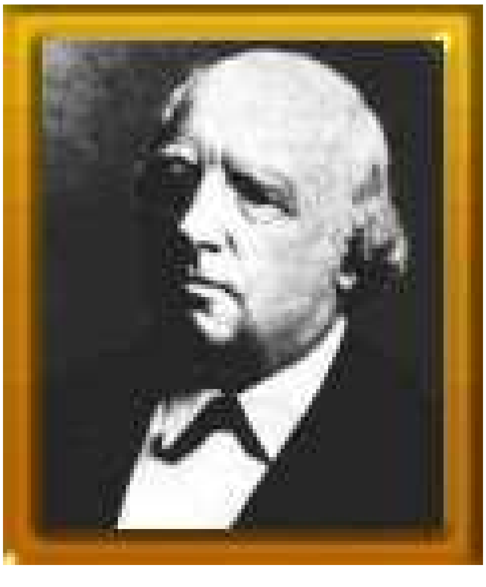
Powinien Pan wiedzieć, że odkryłem, iż Pan oraz drugi sir W. H. jesteście moimi biegunami (intelektualnie i moralnie: szkocki baronet niedźwiedziem polarnym, a Pan, jak by to powiedzieć, polarnym gentelmanem). Gdy wysyłam nieco informacji o moich wynikach do Edynburga, W. H. z miejscowości o tej samej nazwie mówi, że wziąłem je od niego. Gdy posyłam je Panu, bierze je Pan, z miejsca uogólnia, prezentuje pod tą postacią całemu społeczeństwu, a mnie czyni współodkrywcą znanej teorii.

W latach czterdziestych XX w. historycy matematyki powzięli podejrzenia, że często przytaczana anegdota o dyskusji Denisa Diderota (1713-1784), wydawcy Wielkiej encyklopedii francuskiej, z Leonardem Eulerem (1707-1783) na temat istnienia Boga została spreparowana przez De Morgana. Według szeroko rozpowszechnianej historii pewnego dnia w St. Petersburgu doszło do spotkania francuskiego wolnomyśliciela z niemieckim matematykiem z Rosji. Ten drugi miał ponoć stwierdzić: "Skoro (a + bn)/n = x, więc Bóg istnieje", wprawiając w zakłopotanie tego pierwszego.
Rzeczywiście, Diderotowi matematyka nie była obca, Eulera zaś trudno podejrzewać o taki brak finezji...

EVARISTE GALOIS **(1811 - 1832)**

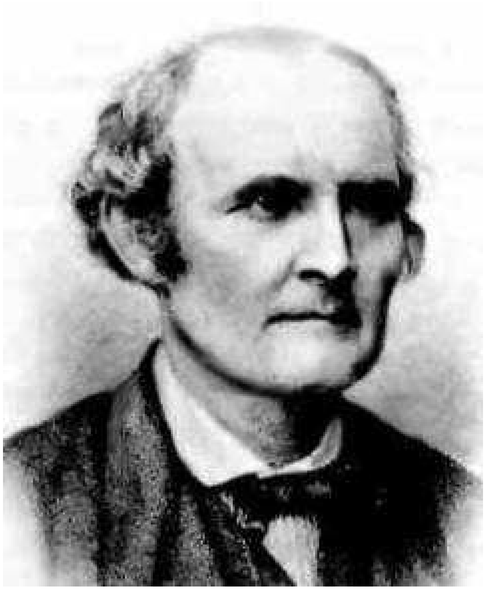
"Około roku 1830 na firmamencie matematyki zabłysła niesłychanej jasności gwiazda: Evariste Galois" - tak określił niemiecki matematyk Feliks Klein pojawienie się prawdziwego geniusza matematycznego, który pomimo młodego wieku uzyskał wyniki gwarantujące mu miejsce wśród czołowych twórców współczesnej algebry i przyprawiające o palpitację serca studentów matematyki, którzy nie dość, że muszą się tego nauczyć, to jeszcze wypadałoby to zrozumieć. Galois urodził się w 1811 roku w Bourg-la-Reine koło Paryża. Jego ojciec był nauczycielem szkoły podstawowej. W roku 1823 Evariste opuścił dom rodzinny, by rozpocząć naukę w klasie czwartej Liceum Ludwika Wielkiego. Mając 15 lat przypadkowo zainteresował się nieobowiązkową w klasie retoryki matematyką i już w kilka tygodni po przeczytaniu geometrii Legendre'a zaczął formułować własne poglądy. Galois debiutował naukowo na łamach czasopisma matematycznego jako uczeń, w znacznie zaś obszerniejszej pracy sformułował wyniki swoich badań i przesłał je Akademii Nauk. Niestety, dla matematyków, na szczęście dla studentów, rękopis ten, zawierający bezspornie najgenialniejsze idee stulecia, zaginął. Ciekawostką z jego krótkiego życia jest to, że dwukrotnie nie zdał egzaminu wstępnego z matematyki do École Polytechnique. W odpowiedziach na zbyt łatwe pytania ograniczał się tylko do zwięzłych, logicznych, tak zrozumiałych dla niego stwierdzeń, że odmawiał szerszego objaśnienia. W 1830 roku rozpoczął studia w l'École Normale, lecz już po upływie roku został wydalony za zdemaskowanie w prasie dwulicowej roli dyrektora szkoły w czasie przewrotu lipcowego. Po wstąpieniu na tron Ludwika Filipa Galois bierze aktywny udział w walce politycznej, należąc do lewicowego republikańskiego stronnictwa "Przyjaciół Ludu". Za publiczne wystąpienie przeciwko reżimowi królewskiemu dwukrotnie trafia do więzienia. Tam otrzymuje pismo z Akademii Nauk, odpowiedź na powtórnie wysłany rękopis. Wybitny matematyk Poisson, który referował tę pracę, opatrzył ją następującą uwagą: "... nie jesteśmy nawet w stanie uchwycić myśli przewodniej autora". Prawie bezpośrednio po odzyskaniu wolności Galois zginął w pojedynku, sprowokowany przez politycznych przeciwników. Pracował on głównie nad rozwiązywalnością równań algebraicznych i wykazał, że równanie algebraiczne stopnia wyższego niż czwarty nie daje się rozwiązać w ogólnym przypadku za pomocą skończonej liczby działań wymiernych (dodawania, odejmowania, mnożenia, dzielenia) i pierwiastkowania. Wybitnym osiągnięciem było znalezienie warunku koniecznego i dostatecznego, który spełniają równania danego stopnia rozwiązywalne przez pierwiastkowanie. Aby dojść do tego rezultatu, Galois stworzył zupełnie nową teorię (zwaną obecnie teorią Galois) wprowadzając do niej szereg fundamentalnych pojęć, jak np. ciała algebraicznego i grupy. Teoria grup zdecydowanie wpłynęła na rozwój nie tylko algebry, ale i całej dziewiętnastowiecznej matematyki, a idee i metody teorii grup znajdują wciąż nowe i ważne zastosowania (np. współczesna mechanika kwantowa i krystalografia). Pracował również w dziedzinie funkcji zespolonej, w szczególności funkcji eliptycznych. Swą teorię równań algebraicznych wyłożył w napisanym tuż przed śmiercią liście do swego przyjaciela matematyka A. Chevalier, w którym prosił o przedstawienie swoich wyników Gaussowi lub Jacobiemu w celu wydania przez nich opinii "nie o ich prawdziwości, lecz o ich ważności". Prace Galois zostały opublikowane w 14 lat po jego śmierci. Zginął nie mając jeszcze 21 lat, stworzył własną teorię, której mu współcześni nie mogli uchwycić, aż strach pomyśleć ile jeszcze mógł namieszać w matematyce gdyby dożył np. pięćdziesiątki.

Karl Weierstrass (1815 - 1897)



Urodził się 31 października 1815 roku w Westfalli, w okręgu Munster, we wsi Ostefeld. W przeciwieństwie do wielu wybitnych matematyków niemieckich pochodził z rodziny katolickiej. W 1829 roku, kiedy kończy lat 14, rodzice wysyłają go do gimnazjum w Paderborn. Uczy się dobrze, choć nie jest uczniem wyróżniającym się, nawet z matematyki. W 1834 r. Weierstrass kończy gimnazjum i w tym samym roku przenosi się do Bonn. Tutaj zostaje przyjęty na studia prawnicze. Pracuje bardzo intensywnie, gdyż zaczyna go coraz bardziej interesować matematyka. Uczęszcza na wykłady profesora Gudermanna. Nie składa jednak na razie żadnych egzaminów końcowych. W 1839 r. przenosi się do Munster. Kontynuuje studia matematyczne. Warunki materialne zmuszają go jednak do podjęcia pracy w szkole średniej. W 1841 roku Weierstrass kończy studia matematyczne. W swej działalności naukowej Weierstrass zajmuje się m.in. teorią funkcji analitycznych opartą na szeregach potęgowych, algebrze liniowej. Teorię funkcji zmiennej zespolonej rozwinął Weierstrass do tego stopnia, że dał właściwie nowe zupełnie podstawy tej dziedzinie. Znane jest jego podstawowe twierdzenie o jednostajnej zbieżności szeregów funkcyjnych. Jest zwolennikiem tzw. arytmetyki algebry, tzn. wyłączania geometrii ze wszystkich dowodów z algebry. Po otrzymaniu dyplomu Weierstrass nie porzuca pracy nuczycielskiej w szkole średniej. Jeszcze krótko pozostaje w Munster, następnie przenosi do Deutsch-Krone (obecny Wałcz na Pojezierzu Pomorskim), gdzie przebywa w latach 1842 - 1848. W 1848 roku opuszcza to miasta i pracuje w szkole średniej w Braunsberg (obecnie: Braniewo) przez 7 lat, tzn. do roku 1855. W 40 roku życia Weierstrass otrzymuje tytuł profesora nadzwyczajnego. Wtedy dopiero, tzn. w 1885 roku, osiedla się na stałe w Berlinie. Rozpoczyna tutaj pracę na uniwersytecie. Po 8 latach intensywnej działalności Weierstrass otrzymuje tytuł profesora zwyczajnego. Swoje długie życie Weierstrass wypełnił całkowicie pracą naukową poświęconą matematyce. W Berlinie Weierstrass pracuje ponad 30 lat. Tutaj umiera 19 lutego 1897 roku nie doczekawszy się ani jednego wydania swych prac. Jego rewelacyjne wyniki zostały opublikowane po raz pierwszy dopiero w 1898 roku.

Arthur Cayley (1821-1895)



Arthur Cayley (1821-1895) urodził się 180 lat temu, 16 sierpnia, w Richmond, w hrabstwie Surrey. Pierwsze 8 lat życia spędził w Rosji, w Petersburgu, gdzie pracował jego ojciec, kupiec. Uczył się w King's College w Londynie (od 1835 r.) i Trinity College w Cambridge (od 1838 r.). Jeszcze w czasie studiów opublikował swe pierwsze artykuły matematyczne w czasopiśmie "Cambridge Mathematical Journal", inspirowane pracami Carla Gustava Jacoba Jacobiego. Uniwersytet w Cambridge Cayley ukończył z wyróżnieniem w 1842 r.

Po zakończeniu studiów Cayley przez 4 lata nauczał matematyki na uniwersytecie, cały czas intensywnie publikując prace naukowe. Musiał jednak zapewnić sobie źródło utrzymania i zdecydował się na karierę prawniczą: w 1849 r. został przyjęty do palestry, specjalizując się w kwestiach dziedziczenia stopni szlacheckich. Uprawiał z sukcesami ten zawód przez 14 lat, nie przestając twórczo pracować jako matematyk - to w tym okresie napisał blisko 300 artykułów matematycznych i dokonał swych najważniejszych odkryć. W 1863 r. postanowił się jednak całkowicie poświęcić matematyce i przyjął propozycję objęcia katedry matematyki w Cambridge. Pozostał jej wierny przez 30 lat, choć oznaczało to istotne zmniejszenie się jego dochodów. Ostatecznie matematyczny dorobek życia Cayleya zamyka się liczbą niemal 1000 prac, a co ważniejsze - znalazły się wśród nich naprawdę ważne dla matematyki i fizyki matematycznej.

Wraz z przyjacielem Jamesem Josephem Sylvesterem (1814-1897) - nota bene również prawnikiem, zanim całkowicie poświęcił się on matematyce, pracując najpierw na uczelniach w Anglii, potem w Stanach Zjednoczonych i znów w Anglii (od Sylvestra, który w latach 1877-1883 wykładał na Uniwersytecie Johnsa Hopkinsa w Baltimore, liczy się rozkwit matematyki amerykańskiej) - Cayley stworzył teorię niezmienników algebraicznych. Cayley rozwinął również teorię geometrii metrycznej, łącząc ze sobą geometrię rzutową i nieeuklidesową (Cayley miał podobno powiedzieć, że "geometria rzutowa to cała geometria"). Razem z niemieckim matematykiem Felixem Kleinem (1849-1925) podzielił geometrie na eliptyczne i hiperboliczne, w zależności od zakrzywienia przestrzeni, na której geometria została określona (tj. w zależności od tego, czy powierzchnia ma wygląd siodła czy kopuły). Odkrył również teorię macierzy, co pozwoliło na zręczny opis wielu obiektów danej geometrii. Prace Cayleya poświęcone geometrii wielowymiarowej znalazły zastosowanie w fizyce czasoprzestrzeni, a badania nad rachunkiem macierzy legły u podstaw sformułowania mechaniki kwantowej według Wernera Heisenberga.

Charles Hermite (1822-1901)

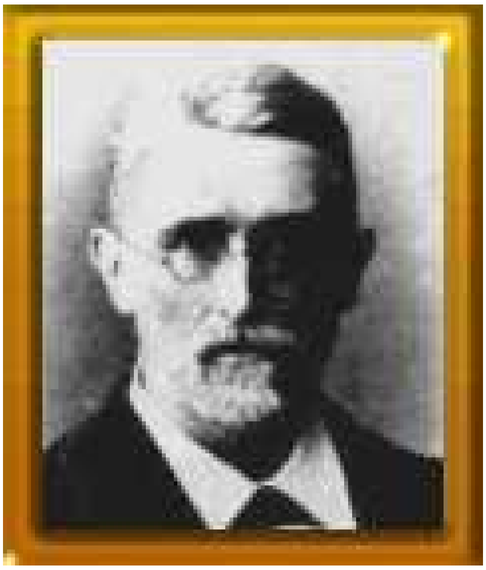
Sto lat temu, 14 stycznia 1901 r., zmarł w Paryżu bodaj najwybitniejszy matematyk francuski drugiej połowy XIX w., Charles Hermite. W jego osobowości talent matematyczny łączył się z wielką skromnością.

Charles Hermite urodził się 24 grudnia 1822 r. we francuskim Dieuze. W wieku 25 lat z trudem ukończył studia w École Polytechnique, gdyż miał wrodzoną niechęć do egzaminów. Niemniej już wtedy dał się poznać jako bardzo utalentowany matematyk i szybko znalazł pracę na najlepszych paryskich uczelniach. Najpierw zdobył posady w macierzystej École Polytechnique i Collège de France. W 1856 r., w uznaniu wybitnych osiągnięć w matematyce, został członkiem francuskiej Akademii Nauk. W 1869 r. mianowano go profesorem w École Normale, a w 1870 r. otrzymał katedrę algebry wyższej na Sorbonie. Hermite był też członkiem Towarzystwa Królewskiego w Londynie i Akademii Nauk w Petersburgu.

Twórcza praca Hermite'a dotyczyła wielu zagadnień z teorii liczb, teorii niezmienników i funkcji modularnych (eliptycznych). Uogólnił teorię Nielsa Henrika Abela (1802-1829) dotyczącą funkcji eliptycznych na funkcję hipereliptyczne. Wykorzystując funkcje eliptyczne, w 1878 r. podał rozwiązanie ogólnego równania piątego stopnia. W 1873 r. wykazał również, że e jest liczbą przestępną (tzn. że nie jest pierwiastkiem żadnego wielomianu dodatniego stopnia o współczynnikach wymiernych; dowód ten w języku polskim można prześledzić w tomie 2 Rachunku różniczkowego i całkowego G. M. Fichtenholtza). Dziewięć lat później, posługując się podobną metodą, Ferdinand Lindemann (1852-1939) udowodnił, że także jest liczbą przestępną. Hermite wykorzystywał metody analityczne w teorii liczb. W 1873 r. rozwinął teorię wielomianów Hermite'a, będących rozwiązaniami pewnych równań różniczkowych, a dziś powszechnie używanych w mechanice kwantowej, oraz form hermitowskich, które są zespolonym odpowiednikiem zwykłych form kwadratowych i które również znajdują zastosowanie w aparacie matematycznym mechaniki kwantowej.

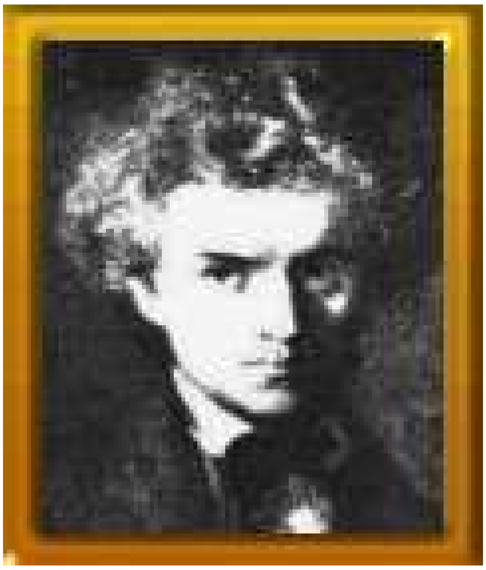
Felix Klein (1849-1925) w swej monografii Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundret (Wykłady o rozwoju matematyki w XIX wieku) tak scharakteryzował Hermite'a:
Jednakże Hermite, niezależnie od tego, jak wspaniałym matematykiem by nie był, nie został obdarzony tą niezwykłą cechą, która pozwala stworzyć wokół siebie i rozwijać własną szkołę. Potrzebował wsparcia, co powodowało, że odwoływał się do prac najpierw Jacobiego, a później Riemanna i Weierstrassa. Tak czy owak, Hermite należy do niezwykłych postaci w matematyce [...].
Sam Hermite tak pisał w korespondencji (bardzo obszernej, gdyż złożyła się ona na cztery tomy, wydane w 1905 r.) z holenderskim matematykiem T. J. Stieltjesem (1856-1894): "Pan ma zawsze rację, ja - nigdy". Hermite został nawrócony na katolicyzm przez Augustina Louisa Cauchy'ego (1789-1857) po tym, jak niemal nie postradał życia w czasie epidemii ospy.
Na początku sierpnia 1900 r. w Paryżu odbył się II Międzynarodowy Kongres Matematyków. Na honorowego przewodniczącego kongresu wybrano Hermite'a. Miał wówczas 78 lat. Pół roku później, 14 stycznia 1901 r., zmarł.

Richard Dedekind (1831 - 1916)



Urodził się w Brunszwiku. Wykształcenie otrzymał na słynnym uniwersytecie w Getyndze u takich sław matematycznych, jak Gauss i Lejeune Dirichlet. Już w wieku 23 lat habilitował się, uzyskując tytuł docenta w Getyndze, a w 1858 r. został profesorem Instytutu Politechnicznego w Zurychu. Od roku 1862 do roku 1894 wykładał w Wyższej Szkole Technicznej w Brunszwiku. Był członkiem berlińskiej, paryskiej i rzymskiej Akademii Nauk. Głównym kierunkiem badań, jakim interesował się Dedekind, była teoria liczb. Jest on pierwszy który w sposób ścisły i najbardziej nowoczesny podał teorię liczb rzeczywistych opartą na podstawowym pojęciu tzw. przekroju liczb rzeczywistych. Podał on szereg ogólnych pomysłów, wprowadził wiele takich zupełnie nowych pojęć, jak pierścień, grupa, czy struktura, co stworzyło klucz do nowoczesnej algebry (m.in. ugruntował tzw. algebraiczną teorię liczb). Oprócz teorii zajmował się również arytmetyką i teorią mnogości. Dedekind był jednym z pierwszych matematyków, którzy ugruntowali matematykę na podstawach logicznych i uczynili z niej naukę dedukcyjną. Choć Dedekind zmarł już przeszło pół wieku temu, wyniki jego przetrwały bez żadnych zmian i poprawek, ponieważ były na wskroś nowoczesne. Przekrój Dedekinda i pewnik ciągłości są dobrze znane każdemu studiującemu matematykę. Dlatego też Dedekind uważany jest za współtwórcę nowoczesnych badań matematycznych.

Camille Jordan (1838 - 1922)



Miejscem jego urodzenia (1838) była miejscowość Croix-Rousse blisko Lyonu, lecz prawie całe jego życie związane było z paryską uczelnią - l'Ecole Polytechnique, gdzie Jordan studiował, a potem czterdzieści lat wykładał. Było to już po okresie narodzin nowej, mającej dla dalszego rozwoju matematyki ogromne znaczenie idei - podanej przez nieszczęsnego geniusza Ewarysta Galois - teorii grup. Prace Jordana: "Traite des substitutions et des equations algebraiques" (1870 rok), "Cours d'analyse" (1883-1887). Wiele prac Jordana, nie wydanych w postaci książek, publikowały francuskie i włoskie periodyki matematyczne. Prace te dotyczyły grup ruchu wielościanów, równań równiczkowych liniowych, geometrii wielowymiarowej, arytmetycznej teorii form kwadratowych i teorii grup. Jordana cechowała niechęć do wszelkich wizyt, w czym posuwał się tak daleko, że gości traktował jak intruzów.
Jordan zmarł w Mediolanie w 1922 roku. Dla wielu współczesnych jemu matematyków pozostawał zawsze wybitną postacią francuskiej szkoły matematycznej.

Georg Cantor (1845 - 1918)

Wybitny niemiecki matematyk Georg Cantor urodził się w Perersburgu w 1845 roku. Dzieciństwo spędził w Rosji, gdzie jego ojciec był urzędnikiem placówki dyplomatycznej. Do gimnazjum uczęszczał już w Berlinie. Studiował następnie matematykę kolejno w Zurychu, Getyndze i w Berlinie, gdzie w roku 1867 uzyskał tytuł magistra. Z kolei przeniósł się do Halle i na tutejszym uniwersytecie objął stanowisko asystenta. W roku 1869 Cantor habilitował się, a w trzy lata później został profesorem nadzwyczajnym. W roku 1879 mianowano go profesorem zwyczajnym i do roku 1913 był kierowinikiem Katedry Matematyki na uniwersytecie w Halle. Pierwsze jego prace dotyczyły szeregów Fouriera i teorii liczb niewymiernych. W latach 1874 - 1895 opublikował prace, w których sformuował podstawy stworzonej przez siebie teorii mnogości (teoria zbiorów). Jest to dział matematyki traktujący o własnościach zbiorów w oderwaniu od cech elementów zbioru. Kilkanaście kolejnych lat działalności naukowej poświęcił Cantor dalszemu rozwinięciu teorii mnogości. Wykazał istnienie nieekwiwalentnych (tzn. mających różne moce) nieskończonych mnogości, sformuował ściśle pojęcie mocy mnogości i przeprowadził dowód, że zbiór liczb niewymiernych jest "liczniejszy" (ma większą moc) niż zbiór liczb wymiernych. Cantor dał podstawy teorii mnogości punktowych, zajmującej się zbiorami w przestrzeni zwykłej lub abstrakcyjnej. Opublikował tak wiele znakomitych i interesujących prac z teorii mnogości, że nie sposób podać tu nawet ich części. Wydana nakładem Niemieckiej Akademii "Mengenlehre" (Teoria mnogości, zbiór prac Cantora) jest obszernym trójtomowym dziełem.

Od roku 1897 ustaje tak niezwykle płodna twórczość Cantora. Ciężka choroba i ciągłe ataki nie pozwalają mu na twórczą pracę umysłową. Od tego czasu ogłosił jedynie kilka publikacji dotyczących podstaw matematyki i logiki matematycznej.
Idee Cantora u współczesnych mu uczonych spotkały się początkowo z niezrozumieniem i ostrą krytyką. Dopiero w kilkanaście lat po ich ogłoszeniu zdobyły sobie uznanie wśród uczonych i wywarły olbrzymi wpływ na dalszy rozwój matematyki.

David Hilbert (1862-1943)

Uniwersytet w Getyndze, na którym w połowie XIX wieku nauczał "książę matematyków" Carl F. Gauss, miał szczęście do wielkich uczonych. W 1886 roku katedrę matematyki objął tam Felix Klein (1849-1925), który stworzył ośrodek służący później jako model dla innych znaczących instytucji matematycznych na świecie. Zorganizował obszerną bibliotekę matematyczną z czytelnią oraz zapoczątkował odbywające się co tydzień seminaria, w czasie których dyskutowano o najnowszych wynikach. W 1895 roku sprowadził do Getyngi z Królewca Davida Hilberta (1862-1943). Dzięki Kleinowi oraz Hilbertowi Getynga stała się w pierwszych dekadach naszego wieku sławnym ośrodkiem, do którego tłumnie zjeżdżali studenci z całego świata.

Hilbert był "czystym" matematykiem i pogardzał "technikami", którzy dążyli do praktycznego wykorzystania odkryć matematycznych. Podczas II Międzynarodowego Kongresu Matematyków w Paryżu w 1900 roku wygłosił wykład, w którym podał 23 najważniejsze zagadnienia matematyczne wymagające rozwiązania. Badania matematyczne w naszym stuleciu były w znacznym stopniu związane z tym programem Hilberta.

Felix Klein natomiast zawsze interesował się zastosowaniami matematyki i to on właśnie przekonał rząd, że warto utworzyć instytuty badawcze, w których nad owymi zastosowaniami można było pracować. Raz na rok Klein spotykał się z inżynierami i przemysłowcami; po dyskusjach następował zawsze bankiet z przemówieniami. Pewnego razu zdarzyło się, że w ostatniej chwili przed spotkaniem Klein zachorował i rozpaczliwie szukał zastępstwa. Musiał to być jakiś uczony wielkiego kalibru, ponieważ inaczej zebrani przemysłowcy mogliby poczuć się dotknięci. David Hilbert zgodził się po gorących namowach zastąpić Kleina, który solennie mu przykazał wypowiedzenie przychylnej opinii na temat związków matematyki z techniką.

Przemówienie Hilberta było dość lakoniczne: *Szanowni panowie* (pań wówczas w takim towarzystwie jeszcze nie bywało) - *matematyka i technika..., matematyka i technika..., matematyka i technika są w najlepszej zgodzie teraz i pozostaną także w przyszłości, ponieważ - proszę panów - nie mają one niczego z sobą wspólnego.*

Hilbert lubił tak definiować "punkt widzenia": *Każdy człowiek* - mówił - *ma jakiś ograniczony horyzont swej wiedzy i zainteresowań. Kiedy zaczyna się on stopniowo kurczyć i w końcu redukuje się do punktu, to właśnie jest to punkt widzenia.*

Hilbert czynił usilne starania, aby uniwersytet w Getyndze zatrudnił wybitną matematyczkę Emmę Noether na stanowisku docenta. W tym czasie stanowiska uniwersyteckie w Niemczech były tradycyjnie zarezerwowane wyłącznie dla mężczyzn. Kiedy konserwatywnie nastawione grono profesorskie wypowiadało się ostro przeciw pomysłowi Hilberta, ten próbował ich przekonywać słowami: *Ależ, proszę panów, to że pani Noether jest kobietą, nie powinno stanowić przeszkody, przecież chodzi o jej wykłady, a nie obecność w łaźni*. Nie udało mu się wprawdzie postawić na swoim, ale znalazł inne rozwiązanie. Oto na kursach ogłaszanych jako wykłady Hilberta, nauczała studentów właśnie Emma Noether.

W stosunku do swych młodych asystentów Hilbert był bardzo surowy i myśl o ich związkach małżeńskich napawała go zawsze zgrozą. Kiedy dowiedział się, że jeden z jego współpracowników ożenił i ma dziecko, odetchnął z ulgą mówiąc, iż teraz już nie musi się o niego troszczyć, bo stał się stracony dla matematyki.

Inny student Hilberta pracował nad dowodem hipotezy Riemanna o zerach funkcji zeta. Wydawało mu się nawet, że znalazł dowód tej hipotezy, ale wkrótce okazało się, że w dowodzie jest poważny błąd. Autor przejął się bardzo swym niepowodzeniem i być może z tego powodu w niedługim czasie zmarł. Tak się złożyło, że pogrzeb odbywał się podczas ulewnego deszczu, toteż przemoknięci uczestnicy pogrzebu marzyli o jak najszybszym opuszczeniu cmentarza i schronieniu się pod dachem.

Tymczasem Hilbert postanowił wygłosić pożegnalną mowę. Podkreślił najpierw wielkie zaangażowanie zmarłego w poszukiwanie dowodu hipotezy Riemanna, a potem przyznał, że fakt ogłoszenia błędnego dowodu nie powinien zmniejszać zasług autora, który był niewątpliwie dobrym matematykiem, ponieważ zagadnienie należy do bardzo trudnych. *Istotnie, rozważmy funkcję zeta...* - ciągnął Hilbert i nie zważając na strugi deszczu, ku przerażeniu obecnych rozpoczął długi wykład nad grobem.

Hilbert uważał, że jest to nie tylko najciekawsze zagadnienie matematyczne, ale najciekawsze zagadnienie w ogóle i mawiał, że gdyby mógł zmartwychwstać dwieście lat po śmierci, to spytałby przede wszystkim o to, co obecnie wiadomo o miejscach zerowych funkcji zeta, a nie o postęp techniczny czy społeczny.

Po przejściu Kleina na emeryturę w 1913 roku seminarium matematyczne w Getyndze przejął Hilbert i kierował je żelazną ręką. Jego regułą dla zabierających głos ludzi było, aby ograniczali się tylko do przedstawienia swych najciekawszych wyników. Jeśli jakiś referent zaczynał opisywać swoje rachunki, Hilbert przerywał mówiąc: *Nie zebraliśmy się tu po to, żeby sprawdzać czy nie pomylił się się Pan w znaku.*

Pewnego razu w środku czyjegoś referatu Hilbert rzucił niechętnie: *Szanowny kolego, obawiam się, że Pan nie wie, co to jest równanie różniczkowe*. Upokorzony tak ostrą wypowiedzią referent przerwał wykład i wzburzony wybiegł do sąsiedniej sali, którą była akurat czytelnia biblioteki matematycznej. Niektórzy z pozostałych na sali słuchaczy zaczęli czynić wymówki Hilbertowi, że tak brutalnie potraktował referenta. Ale Hilbert pozostawał przy swoim: *Kiedy on naprawdę nie rozumie, co to jest równanie różniczkowe. Popatrzcie, przecież poszedł do czytelni, żeby poszukać wyjaśnienia w książkach.*

Wśród licznych uczniów Hilberta był między innymi Emanuel Lasker (1868-1941), który bardziej niż osiągnięciami matematycznymi zapisał się w historii jako mistrz świata w szachach, pozostający na szachowym tronie aż przez 27 lat w okresie od 1894 do 1921 roku.

Źródło : Wiedza i Życie, 9/1996

Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881-1966)

27 lutego 2001 r. mija 120 lat od narodzin Luitzena Brouwera, którego prace z czystej matematyki legły u podstaw topologii i należą do najwybitniejszych odkryć XX w., a wycieczki w dziedzinę filozofii matematyki zakończyły się stworzeniem kierunku, zwanego intuicjonizmem.

Luitzen Egbertus Jan Brouwer urodził się 27 lutego 1881 r. w Overschie w Holandii. W 1897 r. rozpoczął studia matematyczne na Uniwersytecie w Amsterdamie, gdzie po dziesięciu latach obronił pracę doktorską, a po dwóch kolejnych - habilitował się. W 1912 otrzymał na tej uczelni profesurę i pozostał na katedrze aż do przejścia na emeryturę w 1951 r., mimo że w 1919 r. David Hilbert (1862-1943) zaoferował mu stanowisko profesora w Getyndze.

Lata 1908-1913 to okres powstania najważniejszych prac matematycznych Brouwera - uzyskał wówczas wyniki, które uczyniły zeń współtwórcę topologii - gałęzi matematyki zajmującej się własnościami przestrzeni zachowywanymi przy przekształceniach ciągłych, których przekształcenia odwrotne również są ciągłe (czyli homeomorfizmach); innymi słowy, odwzorowaniach przestrzeni bez ich "rozrywania" i "sklejania". Narodziny topologii wiąże się zazwyczaj z pracami George'a Cantora (1845-1918) i Henri Poincarégo (1854-1912). Do najistotniejszych osiągnięć Brouwera zalicza się:

Wykazanie w 1911 r., że każde ciągłe przekształcenie koła lub kuli w siebie pozostawia przynajmniej jeden punkt nieporuszony. Jest to twierdzenie o punkcie stałym, które w nieco przystępniejszej postaci można spopularyzować tak: gdy mieszamy herbatę w filiżance, zawsze jakaś cząsteczka płynu powróci do położenia zajmowanego przed rozpoczęciem mieszania.

Udowodnienie w 1913 r., że dwóch przestrzeni euklidesowych, które mają różną liczbę wymiarów, nie da się przekształcić na siebie wzajemnie jednoznacznie w sposób ciągły. To twierdzenie o niezmienniczości wymiaru miało istotne implikacje w kwestii definicji liczby wymiaru.

Podanie po raz pierwszy w historii matematyki (w 1910 r.) przykładu kontinuum nierozkładalnego.

Brouwer, choć tak zasłużony dla rozwoju topologii, nigdy jej nie wykładał. W I tomie monografii Mystic, Geometer, and Intuitionist: the Life of L. E. J. Brouwer (Mistyk, geometra i intuicjonista: życie L. E. J. Brouwera) Dirk Van Dalen przytacza wspomnienie B. L. van der Waerdena, który w latach 1919-1923 studiował na Uniwersytecie w Amsterdamie:

Pewnego razu zadałem mu na wykładzie pytanie. Tydzień później, przed kolejnym wykładem podszedł do mnie jego asystent, który powiedział, że Brouwer nie życzy sobie, by w sali wykładowej zadawano mu pytania. Po prostu sobie tego nie życzył, zawsze pozostając odwrócony ku tablicy, nigdy w kierunku studentów. [...] Mimo że najważniejsze dokonania naukowe Brouwera dotyczyły topologii, nigdy nie dawał z niej wykładów, lecz wyłącznie z podstaw intuicjonizmu, i tylko z tego. Nie był przekonany o prawdziwości swych wyników w topologii, gdyż nie pozostawały w zgodzie z intuicjonizmem [...]. Był bardzo dziwną postacią, zakochaną w swej filozofii.

Intuicjonizm Brouwera stanowił na początku XX w. alternatywę dla logicyzmu Gottloba Fregego (1848-1925) i Bertranda Russella (1872-1970) oraz formalizmu Hilberta. Logicyzm przyjmował wszechwładzę praw logiki, formalizm zaś głosił, że matematyka to wnioskowanie z dowolnie przyjętych założeń, jeśli tylko da się je zapisać w postaci symbolicznej. Intuicjonizm proponował nieco zawężoną perspektywę. Wymagał, by dowody matematyczne były konstruktywne, tzn. by nie tylko wykazywały istnienie jakiegoś obiektu, lecz także podawały sposób jego konstrukcji. Brouwer odrzucał też klasyczną logikę Fregego-Hilberta, kwestionując arystotelesowską zasadę wyłącznego środka: wskazywał, że choć oczywista jest prawdziwość zdania "Deszcz pada lub nieprawda, że deszcz pada", w matematyce schemat ten nie zawsze się sprawdza. Na przykład gdybyśmy podstawili zamiast "Deszcz pada" zdanie "Każdą liczbę parzystą większą od 2 można rozłożyć na sumę dwóch liczb pierwszych", albowiem do dziś nie udało się rozstrzygnąć, czy zdanie to, czy może jego zaprzeczenie jest prawdziwe.

Z jednej strony, intuicjonizm chronił przed wieloma sprzecznościami, związanymi na przykład z procesami nieskończonymi. Z drugiej, odgradzał od znacznej części matematyki współczesnej, która rozwijała się jednak pod sztandarami formalizmu. Niemniej Brouwerowi udało się udowodnić w zgodzie z zasadami intuicjonizmu wiele klasycznych wyników matematyki, łącznie ze swoim twierdzeniem o punkcie stałym.
Brouwer zmarł 2 grudnia 1966 r. w holenderskim Blaricum.

PÁL ERDÖS (1913-1996)

Dnia 20 września 1996 roku w Warszawie zmarł Pál (Paul) Erdös, jedna z najbardziej niezwykłych postaci naszych czasów.

Trudno byłoby znaleźć matematyka, który nie zetknął się z tym mądrym, pełnym spokojnego dystansu do siebie i otaczającego go świata człowiekiem. Od wielu lat nieprzerwanie podróżował, z rzadka tylko pozostając w jednym miejscu dłużej niż dwa tygodnie. Woził ze sobą cały swój dobytek: na wpół pustą walizkę i teczkę z artykułami, nad którymi właśnie pracował. Choć prócz tego nie posiadał niemal niczego, każdy znajdujący się w potrzebie mógł liczyć na jego pomoc. Swoje wynagrodzenie za wykłady wygłoszone w Indiach wysłał wdowie po Srivanasie Ramanujanie (genialnym matematyku samouku), której zresztą nigdy nie spotkał. Gdy w 1984 roku przyznano mu bardzo prestiżową i równocześnie jedną z najbardziej lukratywnych nagród matematycznych, Nagrodę Wolfa, natychmiast ufundował stypendium imienia swojej matki. Znalazł też parę osób, które, jego zdaniem, potrzebowały pieniędzy bardziej niż on i, koniec końców, z otrzymanych pięćdziesięciu tysięcy dolarów zostało mu niewiele ponad siedemset. Nie trzeba dodawać, że nie zmartwił się tym zbytnio. Zajmowanie się rzeczami materialnymi zawsze uważał za stratę czasu.

Jego prawdziwą pasją była matematyka, a w niej rozwiązywanie i stawianie problemów. Jego błyskotliwe i niesłychanie skuteczne podejście do rozpatrywanych zagadnień było wręcz legendarne: często potrafił podać zaskakujące rozstrzygnięcie problemu z niemal zupełnie nieznanej mu dziedziny, korzystając tylko z ogólnikowych objaśnień podanych przy kolacji przez cierpliwego współbiesiadnika. Graniczyło to z magią, i nic dziwnego, że już w latach trzydziestych okrzyknięto Erdösa "czarodziejem z Budapesztu". Jednak ponad wszystko był niezrównanym mistrzem stawiania pytań: niemal zawsze ważnych i głębokich, choć najczęściej sformułowanych w bardzo elementarny sposób. Problemy, którymi się zajmował, pomimo swej różnorodności, składały się w zadziwiający, pełen harmonii obraz. Powiadano nawet, że są one szczególnymi wnioskami z jednej wielkiej matematycznej metateorii znajdującej się w Jego umyśle, z której istnienia nawet On, być może, nie zdaje sobie sprawy.

Swoje przemyślenia traktował podobnie jak dobra materialne: udzielał ich szczodrze innym, zawsze gotowy opowiedzieć o frapujących go pytaniach, wyczerpująco przedstawiając wszystkie udane i nieudane próby ich rozwiązania i opisując uzyskane częściowe wyniki. Za problemy, z którymi szczególnie długo nie mógł się uporać, z właściwym sobie poczuciem humoru wyznaczał nagrody, wynoszące od 5 do 3000 $. Nic dziwnego zatem, że wiele prac pisał wspólnie z jednym, czasami dwoma lub więcej nie znającymi się wzajemnie autorami, z których każdy wnosił swoją cząstkę do rozwiązywanego zagadnienia. Z czasem owa współpraca osiągnęła takie rozmiary, że zaczęto przypisywać matematykom tzw. liczbę Erdösa : dla współautorów Erdösa wynosiła ona jeden, dla współautorów jego współautorów przyjmowała ona wartość dwa, dla współautorów współautorów jego współautorów trzy itd. W chwili śmierci Pála Erdösa liczba jego współautorów sięgała pięciuset, rzecz niespotykana w historii matematyki: matematyków o liczbie Erdösa równej dwa jest zapewne około pięciu tysięcy.

Jednym z przejawów stosunku Pála Erdösa do matematyki i matematyków był Jego język, w którym z pełną ciepła ironią opisywał swój świat terminami zaczerpniętymi z matematyki, filozofii i teologii. Dwa pojęcia z tego osobliwego dialektu miały znaczenie szczególne. Pierwszym z nich była "Księga", miejsce, gdzie zgromadzone są najprostsze i zarazem wnikające w samo sedno problemu dowody matematycznych twierdzeń; dowód "prosto z Księgi" oznaczał rozumowanie zbliżone do doskonałości ("to prawda, lecz warto by znaleźć dowód prosto z Księgi" martwił się nieraz Erdös zbyt skomplikowanym rozumowaniem nie rzucającym przy tym światła na istotę zagadnienia). Drugim terminem, jakże ważnym w życiu Erdösa, był "epsilon", oznaczający młodego człowieka zainteresowanego matematyką. Kontaktom z epsilonanmi przypisywał Erdös szczególne znaczenie. Zawsze opiekował się troskliwie młodymi matematykami i uczniami szkół średnich, zachęcając ich do pracy naukowej i, co najważniejsze, zasypując problemami, z którymi mieli szansę się uporać. I na tym polu odniósł pełny sukces: wielu dawnych epsilonów zostało wybitnymi matematykami, a węgierska szkoła kombinatoryczna nie ma sobie równej.

Wydawać by się mogło, że w świecie współczesnej wyspecjalizowanej nauki powinnością wybitnego uczonego jest unikanie zbędnego rozproszenia umysłu i skupienie się na jednym zagadnieniu, zbudowanie, samemu lub wespół z gronem współpracowników, teorii pozwalającej zrozumieć, wyjaśnić czy udowodnić jedno zjawisko, prawidłowość, twierdzenie. Przykłady takiego postępowania można by wymieniać bez końca: wspomnijmy tylko fizyków, usiłujących (jak dotąd bezskutecznie) połączyć w jednej teorii wszystkie znane nam cztery rodzaje oddziaływań, i Andrew Wilesa, którego lata samotnej pracy przyniosły nam dowód Wielkiego Twierdzenia Fermata. Życie Pála Erdösa pokazuje, że nie jest to droga jedyna. Nigdy nie starał się budować monumentalnych teorii (choć jego prace przyczyniły się do powstania wielu z nich). Pozostawił po sobie ponad 1400 artykułów, więcej niż ktokolwiek przed nim, poświęconych problemom, którymi zajmował się li tylko dlatego, że uważał je za ciekawe i interesujące. Był jednym z tych nielicznych, którzy zawsze przypominali, że i w nauce, i w życiu ważne są nie tylko siła i poprawność rozumowania, ale również jego głębia i piękno.

V. BIOGRAFIE POLSKICH MATEMATYKÓW

KOCHAŃSKI ADAM ADAMANDY hr. LUBICZ (1631-1700)

Urodził się 5 sierpnia 1631 na ziemi dobrzyńskiej. Naukę średnią pobierał w Toruniu. W 1652 wstąpił do zakonu jezuitów. W dwa lata później rozpoczął studia filozoficzne w Wilnie. Rok 1655 zapoczątkował jego wieloletnią wędrówkę po obcych krajach, przebywał w Würzburgu (Herbipolis), Molsheim (nad górnym Renem), gdzie ukończył studia filozoficzne, w Bambergu, Florencji, Pradze, Ołomuńcu i Wrocławiu. Już wówczas pracował naukowo. W latach 1680-1685 wykładał matematykę w kolegium jezuickim w Warszawie. W latach 1686-1690 pełnił obowiązki kapelana na dworze króla Jana III Sobieskiego, a od 1691 nosił tytuł matematyka królewskiego. W 1695 wyjechał dla ratowania zdrowia do Cieplic. Do kraju już nie powrócił. Był jedynym Polakiem, który w tym okresie reprezentował nauki ścisłe na europejskim terenie. Był autorem dodatku Analecta Mathematica sive theoreses mechanicae novae... do dzieła Cursus Mathematicus (1661) Gaspara Schotta (autora wielu dzieł matematycznych i mechanicznych). Publikował prace matematyczne, astronomiczne i z mechaniki w najpoważniejszym piśmie naukowym tego okresu: lipskich "Acta Eruditorum", od chwili ich założenia w 1682. W pracy z 1682 rozwiązał problem dotyczący sumy kwadratów krawędzi ostrosłupa prostokątnego, wychodzących z wierzchołka kąta prostego. Najczęściej cytowaną przez historyków matematyki pracą jest Observatines cyclometricae ad facilitandam praxin accomodata ("Acta Eruditorum", 1685), w której podał pomysłową konstrukcję odcinka o długości w przybliżeniu równej połowie okręgu. Zajmował się także konstrukcją kwadratów i sześcianów magicznych ("Acta Eruditorum", 1686). W obszernej korespondencji z Leibnizem sygnalizował problemy, nad którymi pracował: tablice matematyczne dla funkcji trygonometrycznych, konstrukcja maszyny arytmetycznej, język uniwersalny, początki symboliki logicznej, kultura i język Chin, obserwacje astronomiczne. Olbrzymią spuściznę pozostawił w rękopisach. Zaginęły one wraz z wieloma cennymi materiałami w czasie II wojny światowej w mieszkaniu Dicksteina , który przygotowywał obszerną monografię o Kochańskim. Zmarł 17 maja 1700 w Cieplicach.

Dokumentacja:
- Z. Pawlikowska-Brożek: Adam Adamandy Kochański i jego prace matematyczne, "Wiadomości Matematyczne" XI, 1969, zawiera spis prac Kochańskiego.
- E. Elter: Adam Kochański T. J. najwybitniejszy przedstawiciel Polski na europejskim terenie naukowym u schyłku XVII w., Rzym, 1954.

Opracowała Zofia Pawlikowska-Brożek

SIERPIŃSKI WACŁAW FRANCISZEK (1882-1969)

Urodził się 14 marca 1882 w Warszawie w rodzinie Konstantego, lekarza, i Ludwiki z Łapińskich. W 1900 ukończył V Gimnazjum Klasyczne w Warszawie i w tym też roku rozpoczął studia na Wydziale Fizyko-Matematycznym Cesarskiego Uniwersytetu Warszawskiego. W 1904 zakończył studia, uzyskując stopień kandydata nauk i złoty medal za pracę z teorii liczb na temat podany przez prof. G. F. Woronoja, a od jesieni został mianowany nauczycielem matematyki i fizyki w IV Gimnazjum Żeńskim. Uczestniczył w strajku szkolnym w 1905, porzucił pracę i wyjechał do Krakowa, gdzie kontynuował studia na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Jagiellońskiego. W 1906 na podstawie pracy O sumowaniu szeregu po uzyskał stopień doktora filozofii. Po powrocie do Warszawy uczył w polskich szkołach średnich prywatnych, w Seminarium Nauczycielskim w Ursynowie oraz wykładał matematykę na Wyższych Kursach Naukowych, będących odpowiednikiem nieoficjalnego Uniwersytetu Polskiego w Warszawie. W 1907 wyjechał na kilkumiesięczne studia do Getyngi, gdzie zetknął się z C. Caratheodorym. W styczniu 1908 został członkiem Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, a w lipcu habilitował się na Uniwersytecie Lwowskim na podstawie prac z teorii liczb, m.in. O pewnym zagadnieniu funkcji asymptotycznych ("Prace Matematyczno-Fizyczne", 1906), i rozpoczął tam w 1909 wykłady z teorii mnogości jako osobnego przedmiotu. We wrześniu 1910 otrzymał nominację na profesora nadzwyczajnego. Pierwszymi jego uczniami byli Ruziewicz i Nikodym. W latach 1910-1914 wydał pierwsze swoje książki: Teoria liczb niewymiernych, Zarys teorii mnogości, Teoria liczb. Prace te zostały nagrodzone przez Akademię Umiejętności w Krakowie, która wybrała go w 1917 swoim członkiem korespondentem. Wybuch I wojny światowej zastał go z rodziną na Białorusi w majątku teściów, Poznajowie. Jako poddany austriacki został internowany w Wiatce. Dzięki staraniom matematyków moskiewskich zezwolono mu w 1915 na przyjazd do Moskwy. Wówczas nawiązał przyjaźń i współpracę z M. Łuzinem, która przyniosła 8 wspólnych prac. W Wiatce i Moskwie napisał I tom Analizy Matematycznej, dedykując tę pracę Uniwersytetowi Polskiemu w Warszawie. W lutym 1918 przez Finlandię i Szwecję wrócił do Polski i przez semestr letni 1918 wykładał na Uniwersytecie Lwowskim, a od jesieni 1918 wykładał już na Uniwersytecie Warszawskim, gdzie w kwietniu 1919 otrzymał nominację na profesora zwyczajnego. Wspólnie z Janiszewskim i Mazurkiewiczem założył "Fundamenta Mathematicae" - pierwsze na świecie czasopismo matematyczne specjalistyczne (prace z zakresu teorii mnogości, jej zastosowań, oraz logiki matematycznej). W 1921 Polska Akademia Umiejętności powołała go na członka czynnego i obdarzyła nagrodą za "Fundamenta Mathematicae". W czasie wojny 1920 pracował w Wydziale Szyfrów Sztabu Głównego i przyczynił się do złamania szyfru radzieckiego (dokonanego przez Mazurkiewicza). W latach międzywojennych prowadził niezwykle czynne życie naukowe, wydał 8 nowych książek: Funkcje przedstawialne analitycznie (Lwów 1925), Le cons sur les nombres transfinis (Paryż 1928), Zarys teorii mnogości, Część II Topologia ogólna (Warszawa 1928), Wstęp do teorii mnogości i topologii (Lwów 1930), Wstęp do teorii funkcji zmiennej rzeczywistej (Lwów 1932), Wstęp do teorii liczb (Lwów 1933), Hypothese du continu (1934), Introduction to general topology (Toronto 1934), ponadto dwie broszury oraz 7 podręczników szkolnych pisanych wspólnie z Banachem i Stożkiem . Był członkiem wielu towarzystw naukowych w kraju i za granicą; od 1931 prezesem Towarzystwa Naukowego Warszawskiego; był organizatorem i prezesem I Kongresu Matematyków Słowiańskich w Warszawie w 1929; brał udział jako delegat PAU w Międzynarodowych Kongresach Matematycznych w Toronto (1924), Bolonii (1928), Zurychu (1932) i Oslo (1936). Na Kongresie w Zurychu wygłosił odczyt plenarny Sur les ensembles de points qu'on sait définir effectivement. Wybuch II wojny światowej zastał go w Warszawie. W okresie okupacji pracował formalnie jako urzędnik magistratu polskiego w Warszawie. Równocześnie nadal prowadził działalność dydaktyczną, wykładając w podziemnym uniwersytecie. Nie przerwał także pracy naukowej. Niektóre spośród licznych jego prac były publikowane w "Sprawozdaniach Akademii Papieskiej w Rzymie"; napisał też książkę Zasady algebry wyższej (1946). W październiku 1944 mieszkanie Sierpińskich zostało spalone, wraz z nim cenna biblioteka. Po przejściu przez obóz w Pruszkowie został wywieziony w okolice Miechowa, skąd po kilku miesiącach w lutym 1945 dotarł do Krakowa. Przez semestr letni 1945 wykładał na Uniwersytecie Jagiellońskim, jesienią wrócił na swą katedrę do Warszawy i wznowił wydawanie "Fundamenta Mathematicae". W 1948 rozpoczął pracę w Państwowym Instytucie Matematycznym, a po przekształceniu tegoż w Instytut Matematyczny PAN objął w 1953 przewodnictwo Rady Naukowej Instytutu i piastował je do 1967. W 1956 objął redakcję wznowionego po przerwie wojennej pisma "Acta Arithmetica" i godność redaktora naczelnego piastował do 1969. Przeszedł na emeryturę z instytutu i uniwersytetu w 1960. W okresie pracy w instytucie i już na emeryturze napisał książki: Algebre des ensembles (1951), General topology (Toronto 1952), On the congruence of sets and their equivalence by finite decomposition (Luckow 1954), Arytmetyka teoretyczna (przy współudziale J. Łosia, 1955), Czym zajmuje się teoria liczb (1957), Cardinal and ordinal numbers (1958), Teoria liczb. Cz. II (1959), Elementary theory of numbers (1964) oraz 9 broszur, w tym 7 poświęconym popularyzacji teorii liczb. Przez wszystkie te lata był bardzo aktywny naukowo. Liczba uniwersytetów, na których wykładał, wzrosła do 47; został uhonorowany wieloma odznaczeniami krajowymi i zagranicznymi; otrzymał liczne członkostwa honorowe towarzystw krajowych i członkostwa zagranicznych instytucji naukowych. Był członkiem rzeczywistym PAN (od 1952) i jej wiceprezesem (do 1957), członkiem Międzynarodowej Akademii Filozofii Nauki w Brukseli i jej wiceprezesem (1962-1965), a także członkiem zagranicznym Accademia dei Lincei w Rzymie, Akademii Nauk w Limie i Paryżu oraz Akademii: Bułgarskiej, Czechosłowackiej, Holenderskiej, Jugosłowiańskiej, Niemieckiej, Papieskiej, Rumuńskiej i Serbskiej. Był doktorem honoris causa uniwersytetów: we Lwowie (1929), Amsterdamie (1932), Tartu (1932), Sofii (1939), Bordeaux (1947), Pradze (1948), Wrocławiu (1948), Lucknow (1949), Moskwie (1967). Pozostawił olbrzymi dorobek naukowy, obejmujący, poza wymienionymi wyżej książkami, 724 prace i komunikaty, 113 artykułów i 13 skryptów. Prace te dotyczyły teorii liczb, analizy matematycznej, ogólnej i deskryptywnej teorii mnogości, topologii mnogościowej, teorii miary i kategorii oraz teorii funkcji zmiennej rzeczywistej. Pełną bibliografię i omówienie jego prac zawierają jego Oeuvres choisies (1974-1976). Szczególne znaczenie mają jego prace na temat pewnika wyboru i hipotezy continuum. Był jednym z twórców polskiej szkoły matematycznej. Wykształcił trzy pokolenia matematyków, doktoryzował m.in.: Mazurkiewicza (1913), Kuratowskiego (1921), Zarankiewicza (1923), Lindenbauma (1928), Marczewskiego-Szpilrajna (1932), Wakulicza (1949), A. Schinzla (1960) i A. Rotkiewicza (1963). Z temperamentu był raczej badaczem niż pedagogiem, ale dla swoich uczniów pozostawał troskliwym opiekunem i przyjacielem. Był praktykującym katolikiem. Zmarł 21 października 1969 w Warszawie.

Dokumentacja:
- VI Polski Zjazd Matematyczny. Jubileusz 40-lecia Profesora Wacława Sierpińskiego. Warszawa 1948. Staraniem Komitetu Jubileuszowego 1949.
- K. Kuratowski: Wacław Sierpiński 1882-1969, "Nauka Polska", 6/1969
- E. Marczewski: O pracach Wacława Sierpińskiego "Wiadomości Matematyczne", XIV, 1972.
- A. Schinzel: Wacław Sierpiński. Warszawa 1976.
- A. Schinzel: PSB, t. XXXVI.
- Materiały Sesji Naukowej zorganizowanej w 100 rocznicę urodzin, "Wiadomości Matematyczne", 25/1989.

Opracował Andrzej Schinzel

DICKSTEIN SAMUEL (1851-1939)

Urodził się 12 maja 1851 w Warszawie w rodzinie Rafała i Małgorzaty z Waldenbergów. Po ukończeniu szkoły średniej w Warszawie studiował w latach 1866-1869 w Szkole Głównej Warszawskiej i, po jej zamknięciu, na Uniwersytecie Warszawskim (1869-1870), gdzie w 1870 uzyskał stopień kandydata nauk matematycznych. W 1870 rozpoczął pracę pedagogiczną. Uczył matematyki w warszawskich prywatnych szkołach średnich, m.in. w Szkole Handlowej Kronenberga. W latach 1878-1888 prowadził własną szkołę realną. W latach 1905-1918 wykładał matematykę w Towarzystwie Kursów Naukowych w Warszawie. Poza działalnością pedagogiczną zajmował się organizacją ośrodków życia naukowego i fundacją wydawnictw naukowych. W 1888 wraz z Natansonem i Gosiewskim założył pierwsze w Polsce czasopismo matematyczne i fizyczne o charakterze międzynarodowym "Prace Matematyczno-Fizyczne". W 1897 stworzył nowe czasopismo "Wiadomości Matematyczne" i wydawał je z własnych funduszy. Od 1894 wspólnie z Czajewiczem kierował wydawnictwem: Biblioteką Matematyczno-Fizyczna i jego kontynuacją pod nazwą Dzieła i Rozprawy Matematyczne. Publikował prace z teorii liczb, algebry wektorowej, teorii mnogości, z zakresu historii matematyki, tłumaczył wybitniejsze dzieła obcych autorów. Był autorem artykułów matematycznych i redaktorem części matematycznej t. I. Poradnika dla samouków (1898). Pisał podręczniki dla szkół średnich, zbierał materiały do historii nauki (m.in. do monografii o Kochańskim, spalone w czasie pożaru mieszkania w 1939). Był autorem monografii Hoene-Wroński. Jego życie i dzieło (Kraków, 1896). W latach 1901-1902 wydał korespondencję Kochańskiego i Leibniza ("Prace Matematyczno- Fizyczne", t. XII i XIII, 1901, 1902). Zorganizował pierwsze w Warszawie Koło Matematyczno-Fizyczne, skupiające polskich nauczycieli dydaktyków. W 1881 założył czasopismo "Rocznik Pedagogiczny" i był jego redaktorem (1881-1928). Z jego inicjatywy jako przewodniczącego Zarządu Biura Meteorologicznego zorganizowano siatkę stacji meteorologicznych na terenie Królestwa Kongresowego. Był współzałożycielem Towarzystwa Naukowego Warszawskiego. W 1906 zostało powołane w Warszawie Towarzystwo Kursów Naukowych, którego był jednym z organizatorów i prezesem Rady Naukowej. Prowadził tam wykłady matematyki wyższej. Z chwilą rozpoczęcia w 1915 działalności Uniwersytetu Warszawskiego otrzymał nominację na profesora zwyczajnego matematyki. W 1919 został profesorem honorowym matematyki i historii nauki, a w 1921 doktorem honoris causa Uniwersytetu Warszawskiego. Wykładał algebrę wyższą oraz historię nauk ścisłych, wykłady prowadził aż do 1937. Opublikował ponad 260 prac. Przyczynił się do wytworzenia warunków rozwoju późniejszej polskiej szkoły matematycznej. Był członkiem wielu towarzystw naukowych zagranicznych i krajowych, a także wiceprezesem Międzynarodowej Akademii Historii Nauk Ścisłych. Od 1890 członkiem Towarzystwa Przyjaciół Nauk w Poznaniu, od 1893 członkiem korespondentem Akademii Umiejętności (później PAU) w Krakowie. Olbrzymią bibliotekę matematyczną, liczącą około 10 tysięcy tomów, ofiarował Towarzystwu Naukowemu Warszawie. Zmarł 28 września 1939 w Warszawie.

Dokumentacja:
- A. Mostowski: La vie et l□oeuvre de Samuel Dickstein, "Prace Matematyczno-Fizyczne", 47/1949 oraz "Wiadomości Matematyczne", t. XXII.
- B. Knaster: Wspomnienia o S. Dicksteinie, Roczniki PTM, "Prace Matematyczne", Seria I, t. 1, 1955.

- A. Śródka, P. Szczawiński: Biogramy Uczonych Polskich, cz. III: Nauki ścisłe, 1986.

Opracowali: Stanisław Kolankowski, Zofia Pawlikowska-Brożek.

SLESZYŃSKI (ŚLESZYŃSKI) JAN (1854-1931)

Urodził się 11 lipca 1854 w Lisiance w powiecie żmigrodzkim na Kijowszczyźnie. W 1871 ukończył gimnazjum w Odessie. W latach 1871-1875 studiował na Wydziale Matematyki uniwersytetu w Odessie i uzyskał stopień magistra matematyki czystej. W 1880 otrzymał stypendium Ministerstwa Oświaty i kontynuował studia w Berlinie, gdzie słuchał wykładów L. Kroneckera, E. E. Kummera i K. Weierstrassa. Tam przygotował pracę z rachunku wariacyjnego pod kierunkiem Weierstrassa, na podstawie której po powrocie do Odessy w 1883 uzyskał veniam legendi. W tym samym roku jako docent rozpoczął wykłady z analizy na uniwersytecie w Odessie. W 1892 uzyskał dyplom doktorski, będący odpowiednikiem polskiej habilitacji, na podstawie rozprawy z teorii najmniejszych kwadratów. W 1893 został profesorem nadzwyczajnym, a w 1898 profesorem zwyczajnym uniwersytetu w Odessie. Na uniwersytecie wykładał głównie rachunek różniczkowy i całkowy, teorię liczb i rachunek prawdopodobieństwa. Wykładał także analizę wyższą na Wyższych Kursach Żeńskich. W 1911 przyjechał do Krakowa i rozpoczął wykłady na Uniwersytecie Jagiellońskim jako docent prywatny z tytułem profesora zwyczajnego. W 1919 został mianowany profesorem zwyczajnym matematyki i logiki matematycznej Uniwersytetu Jagiellońskiego. W 1921 został członkiem korespondentem Akademii Umiejętności, a w 1925 został mianowany profesorem honorowym Uniwersytetu Jagiellońskiego. Był autorem publikacji z teorii liczb i logiki matematycznej. Wydał m.in. O znaczeniu logiki dla matematyki i O pierwszych stadiach pojęć nieskończonościowych (Poradnik dla samouków, t. III 1923). Z innych publikacji na uwagę zasługują wykłady uniwersyteckie w opracowaniu jego uczniów: dwutomowa Teoria dowodu (1923 i 1929, opracowana przez S. K. Zarembę) i Teoria wyznaczników (1926, opracowana przez S. Rozentala). Zmarł 9 marca 1931 w Krakowie.

Dokumentacja:
- A. Hoborski: Jan Sleszyński, "Wiadomości Matematyczne", t. XXXVI, 1934.
- S. Gołąb: Jan Sleszyński, Studia z dziejów Katedr Wydziału Matematyki, Fizyki, Chemii Uniwersytetu Jagiellońskiego, 1964.

Opracował Stanisław Kolankowski

STOŻEK WŁODZIMIERZ (1883-1941)

Urodził się 23 lipca 1883 w Mostach Wielkich w rodzinie Teofila i Józefy z Dobrowolskich. W latach 1894-1901 uczęszczał do Gimnazjum św. Anny w Krakowie, następnie w latach 1901-1905 studiował na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Jagiellońskiego. W 1906 zdał egzamin na nauczyciela matematyki i fizyki w szkołach średnich. W tym samym roku wyjechał na dwuletnie studia do Getyngi. Po powrocie w latach 1908-1922 uczył w Gimnazjum św. Jacka w Krakowie. W 1922 doktoryzował się w Uniwersytecie Jagiellońskim na podstawie rozprawy O wartościach charakterystycznych równań całkowych potencjału logarytmicznego. Wstępnie do doktoratu przedstawił w 1917 także drugą pracę O całkowaniu pewnych równań różniczkowych zwyczajnych rzędu drugiego ("Prace Matematyczno-Fizyczne", t. XIX). W latach 1920-1922 wykładał matematykę dla przyrodników w Uniwersytecie Jagiellońskim. W 1919 był asystentem Hoborskiego w nowo powstałej Akademii Górniczej w Krakowie. W 1922 został profesorem nadzwyczajnym matematyki na

Wydziale Ogólnym Politechniki Lwowskiej, a w 1926 profesorem zwyczajnym na Wydziale Inżynierii Lądowej i Wodnej tej uczelni. Był wielokrotnie dziekanem i prodziekanem tych wydziałów. Kierował w latach 1922-1926 III Katedrą Matematyki i od 1926 I Katedrą Matematyki. Opublikował m.in. Remarque sur une inégalité concernant les modules des racines d□une équation quelconque ("Annales Polonici Mathematici", 1925), Sur l□allure d□une fonction harmonique dans le voisinage d□un point exceptionnel (Comptes Rendus, I, 180, 1925), Über deu Fixpunktsatz in der Ebene (Księga Pamiątkowa I Polskiego Zjazdu Matematyków, Lwów, IX, 1927). Był współautorem - wraz z Banachem, Sierpińskim i Nikliborcem - podręczników matematyki dla szkół średnich. W czasie wojny został aresztowany z dwoma synami oraz liczną grupą polskich wykładowców przez gestapo i rozstrzelany 4 lipca 1941 na Wzgórzach Wuleckich we Lwowie.

Dokumentacja:
- Z dziejów AGH w latach 1919-1967. Kraków 1970.
- Spis wykładów Uniwersytetu Jagiellońskiego, Wydział Filozoficzny 1911-1923.
- Dziennik Urzędowy MWRiOP 1919-1939.
- Archiwum Uniwersytetu Jagiellońskiego, teka doktorska.
- Wspomnienia A. Dawidowicz, córki L. Chwistka. W. Stożek był mężem siostry jej matki.

Opracowała Zofia Pawlikowska-Brożek

STEINHAUS HUGO DIONIZY (1887-1972)

Urodził się 14 stycznia 1887 w Jaśle w rodzinie Bogusława, dyrektora spółdzielni kredytowej, i Eweliny z Lipschitzów. W 1905 uzyskał maturę w gimnazjum klasycznym w Jaśle. Następnie rozpoczął studia matematyczne na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Lwowskiego. W latach 1906-1911 kontynuował studia w Getyndze pod kierunkiem Hilberta i Kleina. W 1911 uzyskał tam stopień doktora filozofii na podstawie pracy Neue Anvendungen des Dirichlet'schen Prinzips. W latach 1911-1914 przebywał w Jaśle, w tym okresie opublikował 8 prac. W 1915 uczestniczył w wojnie. W następnym roku podjął pracę w Centrali Odbudowy Kraju w Krakowie. W 1917 habilitował się we Lwowie na podstawie rozprawy O niektórych własnościach szeregów Fouriera. Przez rok był asystentem matematyki na Uniwersytecie Lwowskim. W 1918 opublikował pracę Additive und stetige Funktionaloperationen ("Mathematische Zeitschrift", 5/1919), uważaną za pierwszą polską pracę o operacjach funkcyjnych. Po zakończeniu I wojny światowej przebywał w Jaśle, gdzie pracował jako matematyk w biurze rozdziału gazu. W 1920 został profesorem nadzwyczajnym matematyki Uniwersytetu Lwowskiego i kierownikiem I Katedry Matematyki (1920-1939), a w 1923 profesorem zwyczajnym. Kilkakrotnie wyjeżdżał do Paryża, Getyngi i Bolonii. W 1929 wspólnie z Banachem założył czasopismo "Studia Mathematica" o zasięgu międzynarodowym, poświęcone wyłącznie analizie funkcjonalnej. W 1939 po zajęciu Lwowa przez Armię Czerwoną otrzymał nominację na profesora Katedry Analizy Wyższej w Państwowym Uniwersytecie Ukraińskim im. I. Franki (dotychczasowy Uniwersytet Jana Kazimierza) oraz pracownika naukowego Akademii Nauk w Kijowie. W czerwcu 1941 uciekł do Osiczyna pod Lwowem, potem do Berdechowa koło Gorlic. Tam pod zmienionym nazwiskiem (Grzegorz Krochmalny) uczestniczył w tajnym nauczaniu. W 1945 współorganizował środowisko naukowe wrocławskie. Został powołany na katedrę zastosowań matematyki Wydziału Matematyczno-Fizyczno-Chemicznego, wspólnego dla uniwersytetu i politechniki. Pełnił funkcję kierownika działu zastosowań przyrodniczych i gospodarczych

Instytutu Matematycznego PAN, której był członkiem rzeczywistym (od 1952). Był m.in. redaktorem "Studia Mathematica" (od 1929 wraz z Banachem) i "Zastosowań Matematyki" (w latach 1953-1972). Opublikował około 250 prac. Głównymi dziedzinami jego badań były szeregi trygonometryczne i ortogonalne, zagadnienia sumowalności. Zasadnicze wyniki zawarł w Theorie der Ortogonalreichen ("Monografie Matematyczne", 6/1935 z Kaczmarzem). Wiele jego prac ma zasadnicze znaczenie w ścisłych sformułowaniach podstaw rachunku prawdopodobieństwa w oparciu o teorię miary i teorię mnogości. Wśród prac wiele miejsca zajmowały zastosowania matematyki do różnych dyscyplin, m.in. biologii, medycyny, statystyki. Był autorem unikalnego, popularyzującego matematykę Kalejdoskopu matematycznego (wyd. 1938 po polsku i angielsku, przetłumaczony na 10 języków) i kilku książek popularnonaukowych. Obdarzony wielkim poczuciem humoru, znany był z dowcipnych i ciętych wypowiedzi (wydał w 1980 Słownik racjonalny H. Steinhausa). Był doktorem honoris causa uniwersytetów: Warszawskiego, Poznańskiego, Wrocławskiego i Akademii Medycznej we Wrocławiu, członkiem korespondentem Polskiej Akademii Umiejętności (od 1945), członkiem zwyczajnym Towarzystwa Naukowego Warszawskiego (1951), członkiem rzeczywistym PAN (1952), członkiem honorowym Polskiego Towarzystwa Matematycznego (1968). Był współzałożycielem (1946) Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego i jego prezesem (1956-1958 i 1960-1961). Zmarł 25 lutego 1972 we Wrocławiu.
Najsłynniejsze powiedzenia Steinhausa:

Matematyka nie może wypełnić życia, ale jej nieznajomość już niejednemu je wypełniła.
Idioci i geniusze są wolni od obowiązku rozumienia dowcipów.
Ignoranci są wszechstronni.
Ile razy mężczyzna patrzy na kobietę szatan zakłada mu różowe okulary.

Dokumentacja:
- "Rocznik Towarzystwa Naukowego Warszawskiego", R. 44, 1951.
- "Wiadomości Matematyczne", t. XVII (zawiera bibliografię).
- Archiwum Instytutu Matematycznego PAN w Sopocie.
- Archiwum Obwodowe we Lwowie.

Opracowali: Stanisław Kolankowski, Zofia Pawlikowska-Brożek

MAZURKIEWICZ STEFAN (1888-1945)

Urodził 25 września 1888 w Warszawie w rodzinie Jana, adwokata, i Michaliny z Piotrowskich. Gimnazjum ukończył w Warszawie w 1906, maturę zdał w IV Gimnazjum w Krakowie. Studiował na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Jagiellońskiego przez dwa semestry 1906/07, następnie w Monachium (5 semestrów), Getyndze (4 semestry) i Lwowie (1 semestr). W 1912 otrzymał w Getyndze dyplom ukończenia Studium Ubezpieczeniowego. W 1913 uzyskał stopień doktora filozofii na Uniwersytecie Lwowskim za pracę Przyczynki do teorii mnogości, która dotyczyła postawionego przez Sierpińskiego problemu. W 1915, od początku wznowienia działalności Uniwersytetu Warszawskiego, wykładał matematykę. Równocześnie wykładał w Wyższej Szkole Handlowej, Wolnej Wszechnicy Polskiej. W latach 1916-1917 zorganizował seminarium matematyczne na Uniwersytecie Warszawskim i był jego kierownikiem przez wiele lat. W 1919 habilitował się na Uniwersytecie

Jagiellońskim na podstawie pracy Teoria zbiorów G-delta, ("Wektor", t. 6/1917-18). W tym też roku wraz z Janiszewskim został powołany na profesora nadzwyczajnego Wydziału Filozoficznego Uniwersytetu Warszawskiego. W 1920 został profesorem zwyczajnym. W tym samym roku wraz z Janiszewskim i Sierpińskim założył "Fundamenta Mathematicae" - pierwsze polskie czasopismo matematyczne o randze światowej, poświęcone topologii, teorii mnogości, funkcjom rzeczywistym i logice matematycznej. Był jego redaktorem wraz z Sierpińskim. Na Uniwersytecie Warszawskim pełnił funkcje dziekana Wydziału Matematyczno-Przyrodniczego (1927/8, 1930/1, 1937/8) i prorektora Uniwersytetu Warszawskiego (1938-1940). W czasie II wojny światowej wykładał matematykę na tajnym Wydziale Matematyczno-Przyrodniczym (od 1942). Od 1919 był członkiem Polskiego Towarzystwa Matematycznego, prezesem Zarządu Głównego w 1932-1935, 1937-1938, a w latach 1930-1931 pełnił funkcję wiceprezesa. Udzielał się w pracach Towarzystwa Naukowego Warszawskiego. Był członkiem czynnym PAN i członkiem honorowym Królewskiej Akademii Rumuńskiej. Zajmował się głównie topologią i teorią funkcji rzeczywistych. Opublikował 141 prac matematycznych zebranych w 1969 w: Travaux de topologie et ses applications. Zbiór ten poprzedził wstępem Kuratowski (por. też "Fundamenta Mathematicae", 34/1947). Zajmował się teorią szeregów i jej zastosowaniami, teorią funkcji analitycznych i rachunkiem prawdopodobieństwa. Wielokrotnie na zaproszenia wykładał we Lwowie i Wilnie. Był współautorem Sonetów patetycznych (wraz z M. Duninem, 1927). Zmarł 19 czerwca 1945 w szpitalu w Grodzisku pod Warszawą.

Dokumentacja:

- K. Kuratowski: S. Mazurkiewicz - et son oeuvre scientifique, "Fundamenta Mathematicae", 34/1947.
- Z. Pawlikowska-Brożek: PSB, t. XX.

Opracował Stanisław Kolankowski

Zygmunt Janiszewski (1888-1920)

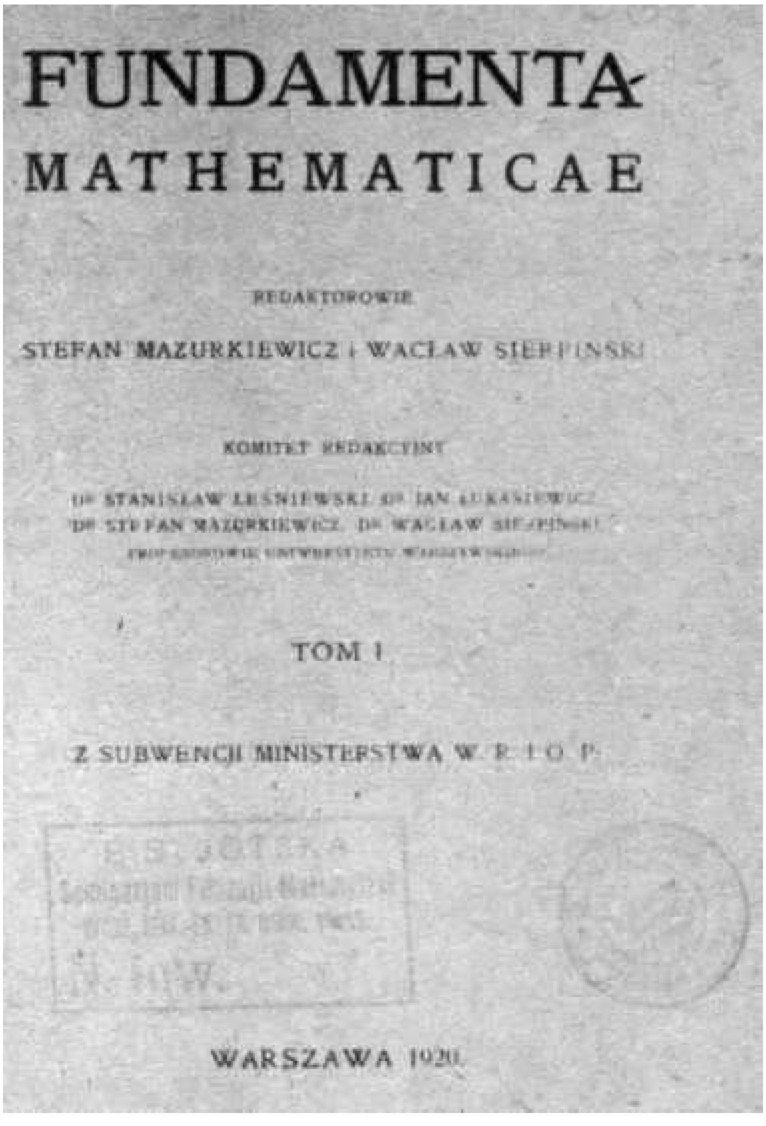
Jednym z matematyków, którzy wywarli głęboki wpływ na rozwój matematyki polskiej, był Zygmunt Janiszewski. Urodził się on w roku 1888 w Warszawie, a po uzyskaniu w roku 1912 stopnia doktora w Paryżu, został w roku 1915 profesorem matematyki odrodzonego Uniwersytetu Warszawskiego. Żył krótko, bo już w roku 1920 zmarł we Lwowie w 32 roku życia. A więc był profesorem UW jedynie przez lat 5. W tym jednak krótkim okresie wpłynął on w decydujący sposób na dalszy rozwój matematyki polskiej, a w szczególności na powstanie tzw. Warszawskiej Szkoły Matematycznej.

Prace badawcze Z. Janiszewskiego należą do topologii, a więc do działu matematyki, zajmującego się specjalnie głębokimi własnościami przestrzeni. W szczególności jest on autorem pięknego twierdzenia dotyczącego rozcinania płaszczyzny przez jej podzbiory, zwanego twierdzeniem Janiszewskiego. Twierdzenie to stanowiło punkt wyjścia dla aksjomatycznego ujęcia topologii płaszczyzny, uzyskanego następnie przez K. Kuratowskiego.

W czasie działalności prof. Janiszewskiego topologia, jak również takie działy matematyki, jak teoria mnogości, podstawy matematyki i teoria funkcji rzeczywistych, były jeszcze w stadium początkowego rozwoju. Wśród wówczas działających matematyków polskich, w topologii pracowali prof. S. Mazurkiewicz i częściowo prof. W. Sierpiński. W teorii mnogości, jak również w podstawach matematyki - prof. W. Sierpiński, a jednocześnie rozwijała się w Warszawie logika matematyczna, której przedstawicielami byli prof. Łukasiewicz i prof. Leśniewski.

Ten stan rzeczy skłonił prof. Janiszewskiego do wysunięcia (w wydawnictwie "Nauka Polska") programu skoncentrowania badań matematyków polskich na wyżej wymienionych działach matematyki. Celem tej koncentracji był rozwój twórczości matematycznej w Polsce i zdobycie samodzielnego stanowiska dla matematyki polskiej w skali światowej.

W celu zdobycia tego samodzielnego stanowiska prof. Janiszewski wysunął koncepcję założenia czasopisma poświęconego wyłącznie pracom badawczym w zakresie topologii i innych działów ściśle związanych z teorią mnogości. Czasopismo to, pod nazwą Fundamenta Mathematicae, wśród założycieli którego obok Z. Janiszewskiego figurują S. Mazurkiewicz i W. Sierpiński, powstało w Warszawie, a w roku 1920 ukazał się jego pierwszy tom. Niestety, tom ten ukazał się już po przedwczesnej śmierci Zygmunta Janiszewskiego.


FUNDAMENTA
MATHEMATICAE

REDAKTOROWIE
STEFAN MAZURKIEWICZ i WACŁAW SIERPIŃSKI

KOMITET REDAKCYJNY
Dr STANISŁAW LEŚNIEWSKI, Dr JAN ŁUKASIEWICZ
Dr STEFAN MAZURKIEWICZ, Dr WACŁAW SIERPIŃSKI

TOM I

Z SUBWENCJI MINISTERSTWA W. R. i O. P.

WARSZAWA 1920

Fundamenta Mathematicae były pierwszym na świecie czasopismem matematycznym specjalizującym się - zgodnie z koncepcją Z. Janiszewskiego - jedynie w pewnych działach matematyki. Warto wspomnieć, że w chwili obecnej większość czasopism matematycznych świata przybrała postać mniej lub więcej ustalonej specjalizacji. Tak więc koncepcja zapoczątkowana przez Z. Janiszewskiego okazała się zgodna z naturalnym rozwojem czasopism matematycznych. Mimo to, ukazaniu się pierwszego tomu Fundamenta Mathematicae towarzyszył pewien sceptycyzm reprezentowany przez wybitnych matematyków świata, wyrażających wątpliwość, czy czasopismo o tak ograniczonej specjalności będzie mogło się utrzymać. Czas pokazał, że sceptycyzm ten nie był uzasadniony.

Jeszcze w okresie

międzywojennym ukazały się 32 tomy Fundamenta Mathematicae. Pismo to zdobyło wysoką pozycję w matematyce światowej, a wśród jego współpracowników - obok matematyków polskich - wystąpiło wielu spośród najwybitniejszych matematyków świata.

Matematyka polska, na której rozwój wywarł tak znaczny wpływ program wysunięty przez Zygmunta Janiszewskiego, nie załamała się w strasznym okresie okupacji, gdy systematycznie tępiona była cała kultura polska. Mimo iż około 50% twórczo pracujących matematyków polskich zginęło z ręki okupanta, już w roku 1945 ukazał się 33 tom Fundamenta Mathematicae, a obecnie liczba tomów tego wydawnictwa, zapoczątkowanego przez Z. Janiszewskiego, osiągnęła już setkę.

W stu tomach FM opublikowanych jest 2650 prac badawczych, w tym 1288 z topologii, 536 z teorii mnogości i podstaw matematyki. Wśród 1170 autorów tych prac jest 207 autorów polskich i 963 zagranicznych (wśród nich 557 z USA). Prace ukazują się w tzw. językach kongresowych, przeważnie jednak (zwłaszcza w okresie powojennym) w języku angielskim.

Skoncentrowanie wysiłku twórczego matematyków polskich na wymienionych już nowych działach matematyki (do których w latach dwudziestych doszedł ważny dział analizy funkcjonalnej, zapoczątkowany we Lwowie przez genialnego matematyka polskiego Stefana Banacha) doprowadziło do dużego rozwoju polskiej myśli matematycznej. Matematyka polska dojrzała i w okresie powojennym rozszerzyła pole swego badania, obejmując wiele innych działów, również działów związanych z zastosowaniami.

Należy jednak stwierdzić, że program koncentracji wysunięty przez Zygmunta Janiszewskiego, jakkolwiek obecnie wymagający już pewnej modyfikacji, w decydujący sposób przyczynił się do rozwoju matematycznej myśli polskiej i do zdobycia przez nią liczącej się w skali światowej pozycji naukowej. Fakt ten jest w znacznym stopniu zasługą działalności Zygmunta Janiszewskiego.

NIKODYM OTTON MARCIN (1889-1974)

Urodził się 13 sierpnia 1889 w Zabłotowie koło Kołomyi, w rodzinie Ottona Bogusława, inżyniera chemii, i Marianny z Cyprianów. Ukończył gimnazjum matematyczne we Lwowie i uzupełniwszy samodzielnie w ciągu roku łacinę i grekę, uzyskał dyplom gimnazjum klasycznego. Studiował na Uniwersytecie Lwowskim matematykę u Sierpińskiego i Puzyny oraz fizykę u Smoluchowskiego. Po ukończeniu studiów pracował w latach 1911-1924 jako nauczyciel gimnazjalny matematyki i fizyki w Krakowie. Wykładał też dydaktykę w Studium Pedagogicznym Uniwersytetu Jagiellońskiego. W 1924 doktoryzował się na Uniwersytecie Warszawskim i tam się habilitował w 1927 po rocznych studiach na Sorbonie. Od 1930 mieszkał w Warszawie i prowadził wykłady zlecone na Uniwersytecie Warszawskim. Okres wojny spędził w Warszawie. W 1945 został mianowany kierownikiem Katedry Matematyki na Wydziale Politechniki (z tymczasową siedzibą w Akademii Górniczej w Krakowie). Po roku pracy wyjechał do Belgii, potem do Francji, gdzie otrzymał stypendium Centre Nationale des Recherches Scientifiques, a w końcu do USA, gdzie w latach 1948-1965 był profesorem w Kenyon Colleges (Ohio). Od 1966 mieszkał w Utica (Nowy Jork) i pracował naukowo na zlecenie Atomic Commission oraz National Science Foundation. Był członkiem założycielem Polskiego Towarzystwa Matematycznego, członkiem honorowym Belgijskiego Towarzystwa Matematycznego, członkiem korespondentem Międzynarodowej Akademii Filozofii Nauk w Brukseli. Był zapraszany na wykłady do uniwersytetów we Włoszech, w

Belgii, Francji, Anglii, RPA, Rumunii i Kanadzie oraz do 10 uniwersytetów w USA. Napisał 86 prac matematycznych, 7 prac dotyczących dydaktyki oraz popularyzacji matematyki, fizyki i logiki, a także 5 podręczników akademickich. Jego prace dotyczyły logiki, teorii miary, teorii potencjału, analizy funkcjonalnej, równań różniczkowych cząstkowych rzędu drugiego, algebry, teorii sieci, matematycznych metod fizyki. Trwale zapisał się w światowej literaturze matematycznej twierdzeniem o możliwości przedstawienia przeliczalnie addytywnej funkcji zbioru w postaci całki, zwanym później twierdzeniem Radona-Nikodyma ("Fundamenta Mathematicae", 15/1930). Za główny cel swój uważał uściślenie podstaw fizyki teoretycznej, co częściowo zrealizował w książce The Mathematical Apparatus for Quantum-Theories, "Springer Verlag", (1966). Poza matematyką pasją jego była muzyka poważna (sam grał na fortepianie). Zmarł 4 maja 1974.

Dokumentacja:
- Informacje uzyskane od żony, Stanisławy Nikodymowej.
- A. Derkowska: Otton Marcin Nikodym (1889-1974), "Wiadomości Matematyczne", XXV 1/1983, s. 75-83 (zawiera bibliografię i zdjęcie).

Opracowała Alicja Derkowska

WILKOSZ WITOLD (1891-1941)

Urodził się 14 sierpnia 1891 w Krakowie w rodzinie Jana, nauczyciela, i Józefy Vopalko. Egzamin dojrzałości zdał w 1910 w III Gimnazjum w Krakowie i rozpoczął studia matematyczne na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Jagiellońskiego. W 1912 kontynuował studia na uniwersytecie w Turynie. W latach 1914-1915 służył w Legionach, a następnie podjął ponownie studia na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Jagiellońskiego, które ukończył w 1917. W 1918 uzyskał na Uniwersytecie Jagiellońskim stopień doktora filozofii na podstawie pracy Z teorii funkcji absolutnie ciągłych i całek Lebesgue'a ("Prace Matematyczno-Fizyczne"). W latach 1917-1920 był nauczycielem w prywatnych gimnazjach polskich w Zawierciu i Częstochowie, równocześnie słuchał wykładów w Uniwersytecie Jagiellońskim z prawa kościelnego i historii prawa. W 1920 (zatwierdzona w 1921) habilitował się na Uniwersytecie Jagiellońskim na podstawie rozprawy O funkcjach ściśle mierzalnych i Duhamelowskich wraz z zastosowaniami do teorii równań całkowych i różniczkowych i w tym samym roku rozpoczął na Uniwersytecie Jagiellońskim wykłady jako docent prywatny. W 1922 został profesorem nadzwyczajnym, a w 1935 profesorem zwyczajnym. 6 listopada 1939 został aresztowany przez gestapo wraz z grupą krakowskich profesorów. Został zwolniony z powodu złego stanu zdrowia. W latach 1940-1941 pracował w Szkole Handlowej w Krakowie. Był autorem monografii Les proprietés topologiques du plan euclidien (Paryż 1931) oraz 6 podręczników z zakresu teorii mnogości, arytmetyki, algebry, teorii liczb, a także wielokrotnie wydanej popularnej książeczki Liczę i myślę. Jak powstała liczba (wyd. I, 1938). Pozostawił wiele prac w rękopisach. Czynnie uczestniczył w rozwoju radiotechniki i radiofonii, był twórcą pierwszego krótkofalowego aparatu do celów leczniczych. Wygłaszał pogadanki radiowe, m.in. o tematyce matematycznej, a także na kursach organizowanych w różnych miastach przez Ministerstwo Wyznań Religijnych i Oświecenia Publicznego. Zmarł 31 sierpnia 1941 w Krakowie.

Dokumentacja:
- Archiwum Uniwersytetu Jagiellońskiego S. II 619, WF. II 478, WF. II 122.
- S. Gołąb: Witold Wilkosz, Studia z dziejów Katedr Wydziału Matematyki, Fizyki, Chemii Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 1964.

Opracowała: Zofia Pawlikowska-Brożek

BANACH STEFAN (1892-1945)

Urodził się 30 marca 1892 w Krakowie, jego ojcem był Stefan Greczek, matką Katarzyna Banach. Wychowywał się w Krakowie w rodzinie zastępczej Franciszki Płowej i jej córki, Marii Puchalskiej. Uczęszczał do IV Gimnazjum w Krakowie (1902-1910). Po maturze pracował w księgarni krakowskiej. Matematykę studiował jako samouk. W latach 1911 - 1913 zaliczył egzaminem częściowym (tzw. półdyplom) dwa lata studiów na Politechnice Lwowskiej. Po wybuchu I wojny światowej pracował jako nadzorca przy budowie dróg. Po powrocie do Krakowa zarabiał na życie korepetycjami. Nadal studiował sam. Brał udział w dyskusjach matematycznych z Wilkoszem i Nikodymem . W 1916 Steinhaus zainteresował się przypadkowo spotkanym Banachem. Spotkanie zaowocowało wspólną publikacją: Sur la convergence en moyenne de séries de Fourier ("Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie", S. A, 1918) i wieloletnią współpracą. W 1920 dzięki wstawiennictwu Steinhausa otrzymał asystenturę (do 1922) w Katedrze Matematyki na Wydziale Mechanicznym Politechniki Lwowskiej u Łomnickiego. W 1920 doktoryzował się na Uniwersytecie Jana Kazimierza we Lwowie na podstawie tezy: Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales ("Fundamenta Mathematicae", III, 1922), w której zawarł podstawowe twierdzenia analizy funkcjonalnej, nowej dyscypliny matematyki. W 1922 habilitował się na Uniwersytecie Jana Kazimierza (decyzja Rady Wydziału z 30 czerwca) i 22 lipca tego roku otrzymał nominację na profesora nadzwyczajnego, a w 1927 na profesora zwyczajnego tego uniwersytetu. W latach 1922-1939 kierował II Katedrą Matematyki na Uniwersytecie Jana Kazimierza. Po wkroczeniu Armii Czerwonej do Lwowa i przejęciu UJK, pozostał na Uniwersytecie im. Franki na stanowisku kierownika I Katedry Analizy Matematycznej (1939-1941 i 1944-1945). W latach 1939-1941 był dziekanem Wydziału Filozoficznego tego uniwersytetu. Na UJK wykładał podstawy geometrii, teorię mnogości, geometrię analityczną, "rachunek nieskończonościowy", mechanikę teoretyczną, wybrane działy z dynamiki, teorię funkcjonałów, rachunek różniczkowy i całkowy, "teorię operacji funkcjonalnych". Prowadził seminaria: z teorii funkcji wielu zmiennych, wraz z Steinhausem i Ruziewiczem z "operacji funkcyjnych" i szeregów ortogonalnych. Był wytrawnym wykładowcą, autorem podręczników: Rachunek różniczkowy i całkowy (t. I, 1929, t. II, 1930), Mechanika w zakresie szkół akademickich (t. I, II, 1938) (i wielokrotne ich wydania). Był także autorem wraz ze Stożkiem i Sierpińskim podręczników matematycznych dla szkół średnich. Jego zainteresowania matematyką i jej problemami sięgają czasów krakowskich i wczesnej młodości. Samodzielne studia dzieł matematycznych były przygotowaniem do podjęcia dojrzałej pracy naukowej w środowisku lwowskim. Pierwsze jego prace dotyczyły szeregów Fouriera (w pierwszej opublikowanej wspólnie z Steinhausem pracy rozstrzygnął negatywnie problem przeciętnej zbieżności sum częściowych szeregu Fouriera), funkcji i szeregów ortogonalnych, równań Maxwella, funkcji pochodnych funkcji mierzalnych, teorii miary. W pracy doktorskiej (opublikowanej w 1922) i w monografii Théorie des opérations linéaires ("Monografie Matematyczne", 1, 1932) podał aksjomatyczną definicję przestrzeni, nazwanych później jego imieniem (przestrzenie Banacha), ugruntował ostatecznie podstawy analizy funkcjonalnej, podał jej fundamentalne twierdzenia, wprowadził jej terminologię, którą zaakceptowali matematycy na całym świecie, podał pierwszy w świecie wykład analizy funkcjonalnej. Był autorem ponad 60 prac naukowych i twórcą wielu twierdzeń o fundamentalnym znaczeniu dla wielu działów matematyki. Publikował głównie w "Fundamenta Mathematicae", a od 1929 - z chwilą powołania wspólnie z Steinhausem czasopisma matematycznego o światowym zasięgu, poświęconego głównie analizie funkcjonalnej i szeregom ortoganalnym - w "Studia Mathematica". Najbardziej znane to: twierdzenie Banacha-Tarskiego o rozkładzie zbioru punktów na części odpowiednio przystające (paradoks Banacha-Tarskiego), twierdzenie Banacha o punkcie stałym dla operacji zwężających, twierdzenie Banacha-Steinhausa o ciągu operacji liniowych, twierdzenie Hahna-Banacha o przedłużaniu funkcjonału liniowego. Styl pracy Banacha, jego niezwykła intuicja naukowa, bezpośredniość i otwartość pozwoliły mu (wraz z Steinhausem) na stworzenie Lwowskiej Szkoły Matematycznej. Jego uczniami i współpracownikami byli: Auerbach, Mazur, Orlicz, Schauder, Ulam. W ich kręgu powstała Księga Szkocka (nazwa pochodzi od miejsca spotkań i dysput matematycznych środowiska lwowskiego - Kawiarni Szkockiej), w której notowali problemy matematyczne zarówno matematycy lwowscy, jak i ich goście (Steinhaus , Mazur , Ulam, Schauder, Saks, Kuratowski, von Neumann, Aleksandrow i inni). Był jednym z inicjatorów "Monografii Matematycznych", wydawnictwa zapoczątkowanego w 1932 jego Théorie des opérations linéaires (poprzedzona wydaniem w języku polskim pt. Teoria operacyj. Tom I. Operacje liniowe, 1931). W 1936 został zaproszony do wygłoszenia plenarnego wykładu na Kongresie Matematycznym w Oslo. W 1924 został członkiem korespondentem Polskiej Akademii Umiejętności, od 1931 członkiem zwyczajnym Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, członkiem przybranym (1923) i członkiem czynnym (1927) Towarzystwa Naukowego we Lwowie, członkiem założycielem (1919) Polskiego Towarzystwa Matematycznego i jego wiceprezesem (1932-1936) oraz prezesem (1939-1945). W 1930 otrzymał nagrodę naukową miasta Lwowa. W latach 1936-1939 był wiceprzewodniczącym Komitetu Matematycznego Rady Nauk Ścisłych i Stosowanych. W 1939 PAU przyznała mu wielką nagrodę. W tym roku został członkiem korespondentem Akademii Nauk Ukraińskiej SRR. W czasie okupacji niemieckiej zarabiał na utrzymanie rodziny (żony Łucji i syna Stefana) jako karmiciel wszy w Instytucie Bakteriologicznym R. Weigla. Zmarł na raka płuc 31 sierpnia 1945 we Lwowie. Został pochowany w grobowcu Riedlów na Cmentarzu Łyczakowskim we Lwowie. Po jego śmierci zostało wydanych jeszcze pięć prac i podręcznik Wstęp do teorii funkcji rzeczywistych ("Monografie Matematyczne" 17/1951). PTM ufundowało nagrodę naukową im. Banacha (1946), jego imieniem nazwano ulice w miastach uniwersyteckich, w 1972 utworzono Międzynarodowe Centrum Matematyczne im. S. Banacha. Był uważany za geniusza matematycznego.

Dokumentacja:
- H. Steinhaus: Stefan Banach, "Wiadomości Matematyczne", 4/1961.
- S. Banach: Oeuvres avec des commentaires, PWN, 1967.
- Życiorys S. Banacha z oceną jego działalności naukowej (oprac. przez A. Pełczyńskiego dla Encyklopedii Brytanica, Archiwum Instytutu Matematycznego PAN w Sopocie).
- A. Śródka, P. Szczawiński: Biogramy Uczonych Polskich, cz. III, Nauki ścisłe, 1986.

Opracowali: Stanisław Kolankowski, Zofia Pawlikowska-Brożek

KNASTER BRONISŁAW (1893-1980)

Urodził się 22 maja 1893 w Warszawie, w rodzinie Ludwika, lekarza, i Felicji z Wierników. W latach 1911-1914 studiował w Paryżu medycynę i nauki przyrodnicze, od 1915 zaś matematykę na Uniwersytecie Warszawskim. W 1920 wstąpił ochotniczo do wojska (za służbę otrzymał od J. Piłsudskiego Krzyż Legionowy) i służył jako doktor. Zaraził się tropikalną malarią. W 1923 uzyskał stopień doktora matematyki w Uniwersytecie Warszawskim na podstawie rozprawy Un continu dont tout sous-continu est indécomposable ("Fundamenta Mathematicae", 3/1922). Promotorem był Mazurkiewicz . W 1926 habilitował się na Uniwersytecie Warszawskim. Brał czynny udział w pracach naukowych prężnego środowiska warszawskiego (Mazurkiwicz, Sierpiński, Kuratowski). Od 1929 prowadził "seminarium wyższe z topologii", które odegrało niebagatelną rolę w kształtowaniu nowego pokolenia topologów. Był współtwórcą i członkiem komitetu redakcyjnego ,,Monografii Matematycznych" (powstałych w 1931). W sprawach wydawniczych stał się najwybitniejszym ekspertem w skali kraju. W 1933 wykładał teorię krzywych na uniwersytecie w Pradze i Brnie, a w 1935, będąc adiunktem seminarium matematycznego Uniwersytetu Warszawskiego, prowadził tamże zlecone wykłady z teorii wymiaru. Po wybuchu wojny w 1939 przeniósł się z żoną Marią do Lwowa. Tam został powołany na profesora Katedry Geometrii na Ukraińskim Uniwersytecie im. Franki (powstałym w miejsce Uniwersytetu Jana Kazimierza). Kierownikiem tej katedry był Mazur . Po wkroczeniu Niemców do Lwowa Knaster, podobnie jak Banach, zarabiał na życie karmieniem wszy w Instytucie Weigla. Wznowienie działalności Uniwersytetu Ukraińskiego i decyzja Wyższej Komisji Atestacyjnej (A. N. Kołmogorow, P. S. Aleksandrow) o nadaniu Knasterowi stopnia doktora nauk fizyczno-matematycznych oraz potwierdzenie tytułu profesora katedry geometrii zdecydowały o jego pozostaniu we Lwowie. W 1945 repatriował się jednak do Krakowa, gdzie uruchomił wydawnictwa naukowe (kolejny tom "Fundamenta Mathematicae", złożony częściowo przed wybuchem wojny, wydał już w 1945) i na krótko podjął wykłady w Uniwersytecie Jagiellońskim. Jesienią 1945 wyjechał do Wrocławia, gdzie objął jedną z czterech katedr na Wydziale Matematyczno-Fizyczno- Chemicznym - wspólnym dla uniwersytetu i politechniki. Brał czynny udział w rekonstrukcji życia naukowego, wydawnictw naukowych, odbudowie drukarni naukowej. Był członkiem komitetu redakcyjnego: "Colloquium Mathematicum", "Studia Mathematica" (1946-1950), "Fundamenta Mathematicae" (od 1951), "Biblioteki Matematycznej" (od 1951), "Comptes Rendus" (1946-1955), współredaktorem "Sprawozdań" (seria B) Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego (był jego współtwórcą), "Prac Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego" (1949-1978). Uczestniczył w organizowaniu Państwowego Instytutu Matematycznego (później Instytut Matematyczny PAN), w którym objął kierownictwo wrocławskiej Grupy Topologii. Prowadził seminarium z topologii wyższej. Główne zainteresowania Knastera dotyczyły topologii, w tym trzech zasadniczych nurtów: pojęć continuów, zbiorów spójnych, odwzorowań ciągłych. Zasłynął w świecie matematyki jako konstruktor osobliwości topologicznych. W 1921 wraz z Kuratowskim podali wszechstronną i precyzyjną teorię zbiorów spójnych. Był i tu autorem paradoksalnych przykładów zbiorów spójnych (tzw. zbiorów dwuspójnych), a także autorem wielu pojęć (np. zamocowania rozkładu) oraz twierdzeń topologicznych, które na trwałe weszły do monografii tego przedmiotu. Liczne wyniki są cytowane w monografiach z innych działów matematyki: u Birkhoffa z teorii krat, u Sierpińskiego z teorii zbiorów, u Aczéla z teorii równań funkcyjnych. Był autorem 54 oryginalnych prac, a także licznych artykułów zamieszczanych w polskich czasopismach. Pozostawił wielu uczniów topologów (m.in. A. Lelek, J. Mioduszewski, R. Duda, J. J. Charatonik). W 1961 otrzymał doktorat honoris causa Akademii Medycznej we Wrocławiu. Zmarł 3 listopada 1980 we Wrocławiu.

Dokumentacja:

- A. Lelek: O działalności B. Knastera w topologii, "Wiadomości Matematyczne", XI, 1969, s. 81-86.

- E. Marczewski: O działalności B. Knastera, "Wiadomości Matematyczne", XI, 1969, s. 86-91.
- R. Duda: Dorobek naukowy i działalność profesora Knastera, "Wiadomości Matematyczne", XIX, 1975, s. 34-38.
- R. Duda: Bronisław Knaster (1893-1980), "Wiadomości Matematyczne", XXV, 1983, s. 100-116 (zawiera portret i spis prac).

Opracowała Zofia Pawlikowska-Brożek

KURATOWSKI KAZIMIERZ (1896-1980)

Urodził się 2 lutego 1896 w Warszawie, w rodzinie Marka Kuratowa, adwokata, i Róży z Karzewskich. W 1913 ukończył Gimnazjum Filologiczne Chrzanowskiego w Warszawie. Na studia matematyczne wyjechał do Glasgow (1913-14). Powrócił do Warszawy z chwilą uruchomienia polskiego uniwersytetu w 1915. Studia ukończył w 1918 na Uniwersytecie Warszawskim, a w 1921 otrzymał stopień doktora filozofii na podstawie dwuczęściowej pracy dotyczącej: 1) aksjomatycznego ujęcia topologii przez wprowadzenie aksjomatyki domknięć (Sur la notion de l'ensemble fini, "Fundamenta Mathematicae", 1/1920); 2) definitywnego rozstrzygnięcia zagadnienia continuów nieprzywiedlnych, będących przedmiotem paryskiej pracy doktorskiej Janiszewskiego. Promotorem był Sierpiński (Janiszewski, faktyczny opiekun pracy, już nie żył). Jesienią tego roku habilitował się na Uniwersytecie Warszawskim na podstawie rozprawy stanowiącej rozwiązanie zagadnienia z teorii mnogości, postawionego przez matematyka belgijskiego de la Vallee Poussina. W dwa lata później został zastępcą profesora w II Katedrze Matematyki na Uniwersytecie Warszawskim. W 1927 objął III Katedrę Matematyki na Wydziale Ogólnym Politechniki Lwowskiej jako profesor nadzwyczajny. Był jej kierownikiem do 1933. Dwukrotnie był dziekanem tego Wydziału. Po jego likwidacji otrzymał w 1934 IV Katedrę Matematyki Uniwersytetu Warszawskiego jako profesor zwyczajny (1934-1935), następnie został kierownikiem III Katedry Matematyki (1935-1952 z przerwą wojenną). W latach 1936-1939 był sekretarzem Komitetu Matematycznego Rady Nauk Ścisłych i Stosowanych. W czasie II wojny światowej wykładał na tajnym uniwersytecie w Warszawie. Od 1929 był członkiem Towarzystwa Naukowego Warszawskiego (od 1946 wiceprezesem Wydziału III, od 1949 wiceprezesem Towarzystwa). W lutym 1945 ponownie rozpoczął wykłady na uruchomionym Uniwersytecie Warszawskim. W tym roku powołano go na członka zwyczajnego Polskiej Akademii Umiejętności, od 1952 PAN, której był wiceprezesem w latach 1957-1968. Zaraz po zakończeniu II wojny światowej aktywnie uczestniczył w odbudowie życia naukowego w Polsce, m.in. w powołaniu do życia Państwowego Instytutu Matematycznego, późniejszego Instytutu Matematycznego PAN. Był jego dyrektorem (1948-1968), przewodniczącym Rady Nukowej (1968-1980) i kierownikiem Działu Topologii (1948-80). Czynnie uczestniczył w pracach PTM (wieloletni jego prezes i członek honorowy) i Towarzystwa Naukowego Warszawskiego. Był redaktorem "Fundamenta Mathematicae" (od 1952 naczelnym), "Biuletynu PAN", współtwórcą i redaktorem wydawnictwa "Monografie Matematyczne", w ramach którego opublikowano najcenniejsze opracowania przedstawicieli szkoły matematycznej warszawskiej i lwowskiej. Był członkiem wielu towarzystw i akademii zagranicznych: Royal Society of Edinburgh, Austrii, Niemiec, Węgier, Włoch, Związku Radzieckiego. Prace naukowe dotyczyły głównie topologii. Wprowadził aksjomatykę domknięć (znaną w świecie jako aksjomatyka Kuratowskiego), która posłużyła za podstawę do rozwoju teorii przestrzeni topologicznych oraz rozwijanej przez niego teorii continuów nieprzywiedlnych między dwoma punktami. Do najcenniejszych wyników Kuratowskiego uzyskanych po wojnie należą te, które dotyczyły związków między topologią a teorią funkcji analitycznych, a także głębokie twierdzenia z zakresu teorii rozcinania przestrzeni euklidesowych. Wraz z Ulamem, swoim najzdolniejszym uczniem z okresu lwowskiego, wprowadził pojęcie tzw. quasihomeomorfizmu, co zapoczątkowało nową dziedzinę badań topologicznych. Jego badania z teorii miary, m.in. wspólne wyniki z Banachem, Tarskim, były kontynuowane przez wielu uczniów. Wspólne prace Knastera i Kuratowskiego z teorii zbiorów spójnych przyniosły wszechstronne i precyzyjne opracowanie ogólnej teorii zbiorów spójnych, zastosowane do zagadnień rozcinania płaszczyzny, wraz z paradoksalnymi przykładami zbiorów spójnych (zbiór dwuspójny Knastera-Kuratowskiego). Kuratowski jest autorem twierdzenia, zwanego Lematem Kuratowskiego-Zorna, udowodnionego po raz pierwszy przez Kuratowskiego w 1922 ("Fundamenta Mathematicae", t. 3), które ma niebagatelne zastosowanie w dowodach wielu podstawowych twierdzeń. Zorn podał jego zastosowanie w 1935 ("Bulletin of the American Mathematical Society", 41). Wprowadzone przez Kuratowskiego pojęcia w teorii mnogości i topologii na stałe weszły do monografii tych przedmiotów. W wielu przypadkach ustalił ich terminologię i symbolikę. Prace powojenne dotyczyły głównie trzech nurtów badań: 1) rozwoju homotopijnej teorii funkcji ciągłych, 2) konstrukcji teorii przestrzeni lokalnie spójnych w wymiarach wyższych, 3) jednolitego ujęcia teorii rozcinania przestrzeni euklidesowych przez dowolne ich podzbiory, opartej na własnościach przekształceń ciągłych tych zbiorów. Wśród ponad 170 opublikowanych prac cenne są monografie i podręczniki, m.in. Topologie (t. I 1933, t. II 1950), fundamentalne dzieło, wydane także w języku angielskim i rosyjskim, Teoria mnogości (wspólnie z Mostowskim (wyd. I 1952, tłumaczenie na języki angielski i rosyjski), Wstęp do teorii mnogości i topologii (wyd. I 1952, tłumaczenie na języki angielski, francuski, hiszpański, bułgarski). Był autorem popularnie napisanego opracowania Pół wieku matematyki polskiej 1920-1970 (1973) oraz wydanych po śmierci autora Notatek do autobiografii (1981), przygotowanych do druku przez córkę, Zofię Kuratowską. Reprezentował matematykę polską w Międzynarodowej Unii Matematyki (wiceprezes w latach 1963-1966), na licznych kongresach międzynarodowych, wykładał w dziesiątkach uniwersytetów świata. Był doktorem honoris causa uniwersytetów: w Glasgow, Pradze, Wrocławiu, Paryżu. Posiadał najwyższe odznaczenia państwowe, a także złoty medal Czechosłowackiej Akademii Nauk im. Bolzano oraz medal im. Kopernika PAN. Zmarł 18 czerwca 1980 w Warszawie.

Dokumentacja:
- K. Borsuk: O osiągnięciach prof. dr K. Kuratowskiego w dziedzinie topologii, "Wiadomości Matematyczne", III, 1/1959.
- K. Borsuk: Jubileusz 40-lecia działalności naukowej prof. K. Kuratowskiego, "Nauka Polska", r. VII, 3/1959.
- E. Marczewski: Prace K. Kuratowskiego z teorii mnogości i teorii miary "Wiadomości Matematyczne", III, 1/1959.
- Autobiografia i spis publikacji (w posiadaniu Komisji Historii Matematyki PTM).

Opracowała Zofia Pawlikowska-Brożek

WAŻEWSKI TADEUSZ (1896-1972)

Urodził się 24 września 1896 w Wygnance w ówczesnym województwie tarnopolskim, w rodzinie Stanisława i Anieli z Kozłowskich. Po ukończeniu gimnazjum w Tarnowie w 1914 rozpoczął studia na Uniwersytecie Jagiellońskim w Krakowie, obierając jako kierunek początkowo fizykę, a następnie matematykę. Studia ukończył w 1920 i w latach 1920-1921 był nauczycielem matematyki w Gimnazjum św. Anny w Krakowie. Następnie otrzymał stypendium od rządu francuskiego na dalsze studia i w latach 1921-1923 studiował w Paryżu.

W 1924 uzyskał na Sorbonie stopień doktora nauk matematycznych na podstawie pracy Sur les courbes de Jordan ne renfermant aucune courbe simple de Jordan ("Annales Polonici Mathematici", 2/1923); doktorat nostryfikowano na Uniwersytecie Jagiellońskim w 1926. W latach 1924-1926 pracował jako asystent w Katedrze Matematyki Akademii Górniczej w Krakowie. Równocześnie prowadził wykłady na Uniwersytecie Jagiellońskim. W 1926 został zastępcą profesora w III Katedrze Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego. Habilitował się na Uniwersytecie Jagiellońskim w 1927 na podstawie rozprawy Kontinua prostowalne w związku z funkcjami i odwzorowaniami absolutnie ciągłymi (Dodatek do "Roczników PTM", 1927). W 1933 został profesorem nadzwyczajnym matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego. Aresztowany 6 listopada 1939 przez hitlerowców wraz z grupą profesorów Uniwersytetu Jagiellońskiego i AG w Krakowie został przewieziony do obozu koncentracyjnego w Oranienburgu. Zwolniony w lutym 1940, pracował do 1945 jako nauczyciel w Polskiej Szkole Handlowej Męskiej w Krakowie i uczył w tajnym uniwersytecie. W 1945 został profesorem zwyczajnym Uniwersytetu Jagiellońskiego i kierownikiem Katedry Analizy Matematycznej (1945-1967). W latach 1949-1972 był kierownikiem Działu Równań Różniczkowych Instytutu Matematycznego PAN. Przedmiotem jego badań do 1927 były zagadnienia z zakresu teorii mnogości i topologii. Pierwszy w literaturze światowej podał warunek konieczny i dostateczny na to, aby kontinuum było prostowalne (praca habilitacyjna). Następne prace dotyczyły analizy matematycznej. Od 1933 jego wyniki dotyczyły głównie równań różniczkowych, w których stał się wybitnym specjalistą nie tylko w kraju, ale i za granicą. Stworzył metodę topologiczną badania jakościowego przebiegu rozwiązań równań różniczkowych zwyczajnych. Według S. Lefschetza metoda retraktowa Ważewskiego była najoryginalniejszym odkryciem w równaniach różniczkowych zwyczajnych, uzyskanym po wojnie. Wiele jego wyników dotyczyło układów sterowanych. Powiązał teorię układów sterowanych z rozwiniętą wcześniej teorią równań kontyngensowych. Opublikował ponad 100 prac. Był twórcą krakowskiej szkoły równań różniczkowych. Do jego uczniów należeli: Szarski, Olech, Szmydt, Opial, Mlak, Pliś, Pelczar, Lasota. Był od 1945 członkiem korespondentem Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, od 1948 członkiem korespondentem Polskiej Akademii Umiejętności, od 1952 członkiem korespondentem, a od 1957 członkiem rzeczywistym PAN. Przez wiele lat redagował "Annales Polonici Mathematici". Działał w Zarządzie Głównym Polskiego Towarzystwa Matematycznego, gdzie w latach 1924-1926 i 1930-1936 był sekretarzem, a w latach 1959-1961 - jego prezesem. W 1967 został członkiem honorowym PTM oraz doktorem honoris causa Uniwersytetu Jagiellońskiego. Zmarł 5 września 1972 w Zarytem.

Dokumentacja:
- Archiwum Uniwersytetu Jagiellońskiego S II 619.
- Cz. Olech, J. Szarski, Z. Szmydt: Tadeusz Ważewski (1896-1972), "Wiadomości Matematyczne" 22/1976.

Opracowała: Zofia Pawlikowska-Brożek

TARSKI (Teitelbaum) ALFRED (1901-1983)

Urodził się 14 stycznia 1901 w Warszawie w rodzinie Ignacego i Róży z Prussaków. Od 1910 uczęszczał do gimnazjum rządowego w Warszawie, a następnie do Szkoły Ziemi Mazowieckiej, którą ukończył egzaminem dojrzałości w 1918. Studiował na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Warszawskiego pod kierunkiem Leśniewskiego, u którego doktoryzował się w 1924 na podstawie rozprawy O wyrazie pierwotnym logistyki ("Przegląd Filozoficzny", 26/1923). W 1925 habilitował się z filozofii matematyki na Uniwersytecie Warszawskim. W latach 1925-1939 był docentem Uniwersytetu Warszawskiego, gdzie prowadził wykłady z matematyki elementarnej i logiki. Równocześnie uczył w Liceum Żeromskiego w Warszawie. W 1939 wyjechał do Stanów Zjednoczonych. Wybuch wojny uniemożliwił mu powrót. W latach 1939-1941 był wykładowcą na Uniwersytecie Harvarda, 1940-1941 profesorem wizytującym w Nowym Jorku, 1941-1942 członkiem Institute for Advanced Study w Princeton. Od 1942 pracował na Uniwersytecie Kalifornijskim w Berkeley, początkowo jako wykładowca (1942-1945), następnie zastępca profesora (1945-1946), a od 1946 jako profesor matematyki. W tym okresie był równocześnie profesorem wizytującym uniwersytetów w: Meksyku (1957), Los Angeles (1967), Katolickim Uniwersytecie w Chile (1974-1975), Londynie (1950, 1966), na Sorbonie (1955). Od 1957 był prezesem Międzynarodowej Unii Historii i Filozofii Nauk. Był członkiem wielu towarzystw naukowych, m.in. od 1965 US National Academy of Sciences, American Symbolic Logic (prezes w latach 1944-1946), członkiem korespondentem British Academy, członkiem zagranicznym Royal Netherlands Academy of Sciences and Letters. Uczestniczył w wielu zjazdach i konferencjach międzynarodowych dotyczących logiki, metodologii i filozofii nauki. W latach 1921-1939 opublikował ponad 50 prac dotyczących teorii mnogości, teorii miary i matematyki elementarnej. Prace z tego okresu dotyczyły logiki i metodologii nauk dedukcyjnych; zostały zebrane i w tłumaczeniu angielskim wydane w tomie Logic, Semantics, Methamathematics (Oksford 1956). Ogłosił w tym okresie m.in. Sur les truth-fonctions au sens de M.M. Russell et Whitehead ("Fundamenta Mathematicae", 5/1924), Untersuchung über den Aussagenkalkül ("Comptes Rendus Warszawskiego Towarzystwa Naukowego", 23/1930, wraz z Łukasiewiczem), w której znalazły się wyniki dotyczące formalizacji logiki. Wniósł istotny wkład w aksjomatyczną teorię systemów formalnych, a stworzona przez niego w latach trzydziestych metoda semantyczna stała się ważnym narzędziem logiki. Był autorem 300 publikacji naukowych i 7 książek, m.in. Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych (1933), Introduction to logic and to the methodology of deductive sciences (Nowy Jork 1946 i kilka następnych wydań do 1970). Doktoryzował ponad 20 osób, m.in. Mostowskiego, B. Jonssona, J. Robinsona. Był założycielem w Berkeley pionierskiej interdyscyplinarnej Group in Logic and the Methodology of Sciences, której prezes J. W. Addison określił go jako jednego z czterech największych logików świata, obok Arystotelesa, G. Fregego i K. Gödla. Tarski jest uważany za jednego z twórców tzw. teoriomnogościowego kierunku w podstawach matematyki. Do najważniejszych jego osiągnięć w zakresie filozofii zalicza się teorię prawdy i semantykę. Zmarł 27 października 1983 w Berkeley.

Dokumentacja:

- Archiwum Uniwersytetu Warszawskiego, 2. 909. RP.
- Who's Who? 1977-1978.
- J. Łoś: O Alfredzie Tarskim, "Ruch Filozoficzny", XLIII, 1986, wyd. 1988, nr 2.
- A. Mostowski: Alfred Tarski, "The Encyklopedia of philosophy", t. VIII, 1972.
- J. Woleński: Alfred Tarski jako filozof, "Wiadomości Matematyczne", XXVII, 1987.

Opracowała Zofia Pawlikowska-Brożek

Auerbach Herman (1901-1942)

Urodził się 26 października 1901 w Tarnopolu w rodzinie Filipa i Julii. Jego ojciec był doktorem praw i prowadził kancelarię w Podwołoczyskach. Tam ukończył szkołę powszechną. Do szkoły średniej uczęszczał kolejno w Łodzi, Tarnopolu, Ołomuńcu i we Lwowie, gdzie w 1919 uzyskał świadectwo dojrzałości. Z powodu choroby i złych warunków materialnych dopiero w 1921 rozpoczął studia na Wydziale Prawa Uniwersytetu Jana Kazimierza we Lwowie. Już w następnym roku przeniósł się na Wydział Filozoficzny tegoż uniwersytetu. Studia ukończył w 1926 egzaminem nauczycielskim, lecz już w 1923 został mianowany demonstratorem, a w 1925 młodszym asystentem katedry matematyki na UJK. Stopień doktora uzyskał w 1928 na podstawie rozprawy O polu krzywych wypukłych o średnicach sprzężonych. Habilitował się na Wydziale Matematyczno-Przyrodniczym UJK w 1935 z teorii grup liniowych ograniczonych. W grudniu 1939 został mianowany profesorem przy II Katedrze Analizy na Uniwersytecie. im. Franki (powstałym w miejsce UJK). Jego twórczość naukowa dotyczyła wielu działów matematyki. Z teorii zmiennej rzeczywistej opublikował m.in. Sur les dérivées géneralisées ("Fundamenta Mathematicae" 8/1926). Z geometrii ciał wypukłych i ich zastosowań np. Sur les groupes bornes des substitutions linéaires ("Comptes Rendus" 195/1932). Z prawdopodobieństwa Über die Vorzeichenverteilung in unendlichen Reihen ("Studia Mathematica", 2/1930). Po wkroczeniu do Lwowa wojsk niemieckich w 1941 został zamknięty w getcie. Tu na odwrocie niemieckich formularzy napisał swą ostatnią pracę O geometrii trójkąta, opublikowaną dopiero w 1992 w "Wiadomościach Matematycznych" (29/1992). Zginął śmiercią tragiczną 17 sierpnia 1942 we Lwowie, zamordowany przez gestapo.

Dokumentacja:
- Własnoręcznie napisany życiorys, Archiwum Instytutu Matematycznego PAN w Sopocie.
- Archiwum Obwodowego we Lwowie, teka osobowa.
- A. Derkowska, M. Mikosz, A. Neugebauer: Herman Auerbach, "Wiadomości Matematyczne" 29/1992.

Opracowali: Stanisław Kolankowski, Danuta Węglowska

ZARANKIEWICZ KAZIMIERZ (1902-1959)

Urodził się 2 maja 1902 w Częstochowie. W 1919 ukończył gimnazjum w Będzinie, następnie studiował matematykę na Uniwersytecie Warszawskim, uzyskując w 1923 stopień doktora filozofii na podstawie pracy Sur les points de division dans les ensembles connexes ("Fundamenta Mathematicae", 9/1927). W 1929 habilitował się na podstawie pracy Über eine topologische Eingenschaft der Ebene ("Fundamenta Mathematicae", 11/1928). W 1924 został asystentem matematyki w Politechnice Warszawskiej, gdzie prowadził też wykłady z mechaniki teoretycznej. W 1930/31 przebywał w Wiedniu, gdzie pracował naukowo pod kierunkiem K. Mengera, i w Berlinie; współpracował z Bergmanem i R. von Misesem. Po powrocie do kraju wykładał matematykę i statystykę matematyczną w Wyższej Szkole Gospodarstwa Wiejskiego. W 1936 przez pół roku wykładał na uniwersytecie w Tomsku. W 1937 został zastępcą profesora Katedry Matematyki Politechniki Warszawskiej. W okresie okupacji uczestniczył w tajnym nauczaniu. Po Powstaniu Warszawskim został wywieziony w głąb Niemiec do obozu pracy, skąd wrócił po zakończeniu wojny. Rozpoczął wówczas pracę na Politechnice Warszawskiej. W 1946 został profesorem nadzwyczajnym, a w 1948 profesorem zwyczajnym Politechniki Warszawskiej. W 1948 pracował w Uniwersytecie Harvarda i innych uniwersytetach USA. W pracy naukowej zajmował się topologią, teorią grafów, teorią funkcji zmiennych zespolonych i teorią liczb. Opublikował 45 prac i artykułów, w tym dwa podręczniki: Matematyka wyższa dla studentów wyższych szkół leśnych i rolniczych (skrypt 1952) i Mechanika teoretyczna (Warszawa 1955). Interesował się astronautyką, był organizatorem i pierwszym prezesem Polskiego Towarzystwa Astronautycznego. Zmarł nagle 5 listopada 1959, przewodnicząc posiedzeniu plenarnemu na X Zjeździe Międzynarodowej Federacji Astronautycznej w Londynie.

Dokumentacja:
- S. Bergman, R. Duda, B. Knaster, J. Mycielski, A. Schinzel: Kazimierz Zarankiewicz, "Wiadomości Matematyczne", IX, 1967.

Opracował Stanisław Kolankowski

TUROWICZ ANDRZEJ (1904-1989)

Urodził się 28 października 1904 w Przeworsku w rodzinie Augusta, sędziego, i Klotyldy z domu Turnau. W latach 1912-1914 uczył się w Państwowym Seminarium Nauczycielskim w Krakowie, gdzie w latach 1914-1922 uczęszczał do Państwowego Gimnazjum Sobieskiego. Studiował matematykę w latach 1922-1928 na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Jagiellońskiego, po czym uczył w szkołach średnich Krakowa i Mielca (1927-1937). Pracując w gimnazjum, był w latach 1929-1930 asystentem Katedry Matematyki Akademii Górniczej w Krakowie, a w latach 1937-1939 adiunktem Katedry Matematyki Politechniki Lwowskiej. Po wkroczeniu wojsk radzieckich do Lwowa i reorganizacji politechniki objął wykłady z matematyki na Wydziale Architektury, potem na Wydziale Mechanicznym. W 1941 powrócił do Krakowa, gdzie do 1945 pracował jako urzędnik Izby Przemysłowo-Handlowej. Równocześnie wykładał geometrię analityczną w tajnym uniwersytecie w Krakowie i brał udział w tajnych posiedzeniach Polskiego Towarzystwa Matematycznego. W 1945 wstąpił do klasztoru benedyktynów w Tyńcu i przyjął imię o. Bernarda; w latach 1946-1950 odbył studia teologiczne. W latach 1946-1952 i 1956-1961 prowadził wykłady w Uniwersytecie Jagiellońskim, a w latach 1952-1956 wykładał matematykę dla filozofów na Katolickim Uniwersytecie Lubelskim w Lublinie. W 1946 otrzymał w Uniwersytecie Jagiellońskim stopień doktora filozofii na podstawie rozprawy O funkcjonałach multiplikatywnych ciągłych ("Annales Polonici Mathematici", XX, 1947). Jego wykłady w Uniwersytecie Jagiellońskim obejmowały różne działy matematyki. Z wykładów w latach 1946-1948 powstał skrypt Teoria wyznaczników i macierzy z zastosowaniem do teorii równań liniowych i form 1 i 2 stopnia (Kraków 1949, nakładem Kółka Matematyczno- Fizycznego Uniwersytetu Jagiellońskiego). Po przejściu w 1962 do Instytutu Matematycznego PAN habilitował się w 1963 na podstawie cyklu prac dotyczących teorii pól orientorowych związanych z teorią układów sterowania, opublikowanych w "Bull. Acad. Pol. Sci. Ser. Math., Astr., Phys.", 10/1962 i 11/1963. W 1969 został profesorem nadzwyczajnym w Instytucie Matematycznym PAN. Opublikował kilkadziesiąt prac dotyczących równań różniczkowych, analizy funkcjonalnej, algebry, teorii sterowania i teorii automatycznej regulacji, rachunku prawdopodobieństwa, logiki matematycznej, teorii gier i analizy numerycznej. Z okresu jego współpracy z matematykami lwowskimi pochodzi m.in. opublikowana wspólnie z Kaczmarzem Sur l□irrationalité des intégrales indéfinies ("Studia Mathematica", 8/1938). W 1967 wydał monografię Geometria zer wielomianów. Wiele prac dotyczących zastosowania matematyki w teorii sterowania było wynikiem współpracy z H. Góreckim z Instytutu Automatyki Akademii Górniczo-Hutniczej. Wspólnie wydano ponad 10 prac, m.in. monografię Sterowanie optymalne (1970 i wydania dalsze). Wykładał też na studium doktoranckim organizowanym przez Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Elektroniki AGH. Z wykładów w latach 1970-1971 powstał skrypt Teoria macierzy (1973, wydania następne do 1985). Działał w PTM: w latach 1927-1931 był zastępcą sekretarza, 1936-1937 sekretarzem, w latach 1938-1939 sekretarzem Oddziału Lwowskiego PTM, w latach 1973-1975 prezesem Oddziału Krakowskiego PTM. W 1957 otrzymał tytuł członka honorowego PTM. Interesował się historią matematyki, od 1978 był współpracownikiem Komisji Historii Matematyki przy Zarządzie Głównym PTM. Zmarł 25 listopada 1989 w Tyńcu.

Dokumentacja:
- H. Górecki, A. Pelczar: O działalności naukowej profesora Andrzeja Turowicza, "Wiadomości Matematyczne", 21/ 1978.
- Wspomnienia A. Turowicza; taśma w posiadaniu autorki biogramu.
- Archiwum Uniwersytetu Jagiellońskiego, S. III, WMP, 171.
- Archiwum AGH (1068), nr 167.

Opracowała Zofia Pawlikowska-Brożek

BORSUK KAROL (1905-1982)

Urodził się 9 maja 1905 w Warszawie w rodzinie Mariana, chirurga, i Zofii z Maciejewskich. W latach 1915-1923 był uczniem Gimnazjum S. Staszica w Warszawie, następnie w latach 1923-1927 studiował matematykę na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Warszawskiego. W 1930 uzyskał stopień doktora filozofii na Uniwersytecie Warszawskim na podstawie pracy O retraktach i zbiorach związanych. Promotorem był Mazurkiewicz . Przez 3 następne lata był nauczycielem matematyki w prywatnym gimnazjum Malczewskiego w Warszawie. W latach 1929-1934 pracował w I Katedrze Matematyki Uniwersytetu Warszawskiego, kierowanej przez Sierpińskiego . W 1934 habilitował się na Uniwersytecie Warszawskim na podstawie rozprawy O zagadnieniu topologicznego scharakteryzowania sfer euklidesowych. W 1938 został profesorem nadzwyczajnym Uniwersytetu Warszawskiego. W latach 1939-1944 prowadził wykłady w tajnym Uniwersytecie Warszawskim i kursie politechnicznym w Szkole Budowy Maszyn im. Wawelberga i Rotwanda. Przebywał kilka miesięcy w więzieniu za działalność w ruchu oporu. W czasie Powstania Warszawskiego został wywieziony wraz z rodziną do obozu w Pruszkowie. Po ucieczce ukrywał się aż do zakończenia wojny. W 1945 powrócił na Uniwersytet Warszawski, gdzie w 1946 został profesorem zwyczajnym i kierownikiem Katedry Geometrii. W latach 1952-1964 był kierownikiem Katedry Matematyki (później Instytutu Matematyki) Uniwersytetu Warszawskiego. Od chwili powstania Państwowego Instytutu Matematycznego (1948) był zastępcą dyrektora, a w latach 1948-1975 kierował Zakładem Topologii tego instytutu (później Instytut Matematyczny PAN). Wielokrotnie wykładał w uczelniach USA: Institute for Advanced Study w Princeton (1946/47), University of California (1959/60) w Berkeley, University of Wisconsin w Madison (1963/64), Rutgers University (1967/68) w Nowym Brunszwiku, University of California (1974) w Riverside. Był również zapraszany z wykładami i na konferencje do wielu krajów. Ogółem wykładał w 60 ośrodkach matematycznych świata. Od 1952 był członkiem PAN, od 1953 członkiem korespondentem Bułgarskiej Akademii Nauk oraz członkiem Towarzystwa Naukowego Warszawskiego i członkiem korespondentem Akademii Umiejętności, do chwili wchłonięcia ich przez PAN. Działał w wielu wydawnictwach naukowych: jako redaktor "Dissertationes Mathematicae", zastępca redaktora naczelnego "Fundamenta Mathematicae", członek komitetu redakcyjnego "Biuletynu PAN" (Seria Nauk Matematycznych, Astronomicznych, Fizycznych). W 1975 Polskie Towarzystwo

Matematyczne przyznało mu tytuł członka honorowego, a w 1976 otrzymał doktorat honoris causa uniwersytetu w Zagrzebiu. Był wybitnym specjalistą w zakresie topologii. Opublikował ponad 170 prac badawczych oraz monografie i podręczniki: Geometria analityczna wielowymiarowa (1950 i wiele wydań następnych), Podstawy geometrii (wspólnie z Szmielew, 1955 i wydania następne), Theory of retracts (,,Monografie Matematyczne" 44/1967), Theory of Shape (,,Monografie Matematyczne" 59/1975), a także skrypty: Ćwiczenia z analizy matematycznej (1951), Theory of Shape (wydania angielskie i rosyjskie). Pierwsze jego prace badawcze dotyczyły teorii retraktów, którą zapoczątkował wprowadzeniem pojęcia absolutnego retraktu w pracy Sur les rétractes ("Fundamenta Mathematicae", 17/1931) oraz absolutnego retraktu otoczeniowego w pracy Über eine Klasse von lokal zusammenh angenden Räumen ("Fundamenta Mathematicae", 18/1932). W kilku pracach, zapoczątkowanych przez Quelques théoremes sur les ensembles unicohérents ("Fundamenta Mathematicae", 17/1931), wprowadził metodę badania topologicznych własności przestrzeni za pomocą własności ich przekształceń w sfery. Metoda ta została następnie rozwinięta przez S. Eilenberga i innych. Dalsze jego prace dotyczyły zastosowania tej metody do teorii rozcinania przestrzeni euklidesowych przez kompakta. Wprowadził pojęcie tzw. grup cohomotopii (1936). Wśród jego wyników sprzed 1939 znajduje się twierdzenie z pogranicza geometrii i topologii, tzw. twierdzenie o antypodach ("Fundamenta Mathematicae", 20/1933), oraz twierdzenie o przedłużaniu homotopii ("Fundamenta Mathematicae", 28/1937). Jako pierwszy podał przykład w teorii punktów stałych, wskazujący na to, "że własność istnienia punktu stałego przy przekształceniach kompaktów w siebie nie jest jedynie konsekwencją homologicznych własności kompaktów" ("Fundamenta Mathematicae", 24/1934). Jego praca z 1968 ("Fundamenta Mathematicae", 62/1968) zapoczątkowała jeszcze jedną stworzoną przez niego teorię - tzw. teorię kształtu, która stała się szybko rozwijającym się działem topologii. W 1969 ("Fundamenta Mathematicae", 66/1969) wprowadził jeden z najbardziej istotnych niezmienników kształtu: przesuwalność (movability). Uwieńczeniem prac z teorii kształtu jest monografia Theory of Shape (1975). Zmarł 24 stycznia 1982 w Warszawie.

Dokumentacja:
- Autobiografia z komentarzem wyników (Archiwum Komisji Historii Matematyki PTM).

Opracowała Zofia Pawlikowska-Brożek

MAZUR STANISŁAW MIECZYSŁAW (1905-1981)

Urodził się 1 stycznia 1905 we Lwowie w rodzinie Tomasza i Anieli z Zawrotniaków. Ukończył gimnazjum we Lwowie, w 1923 rozpoczął studia na Wydziale Filozoficznym (od 1925 Wydział Matematyczno-Przyrodniczy) Uniwersytetu Jana Kazimierza we Lwowie. W 1925 wyjechał na rok do Paryża, gdzie słuchał wykładów E. Borela, J. Hadamarda, H. L. Lebesgue□a. Po powrocie w 1926 został asystentem II Katedry Analizy Matematycznej UJK, następnie (1930-1935) starszym asystentem I Katedry Analizy Matematycznej. W 1932 doktoryzował się w UJK na podstawie tezy O szeregach warunkowo sumowalnych. Promotorem pracy był Banach. W 1935 przeniósł się na Politechnikę Lwowską do katedry Łomnickiego. Habilitował się w 1936 na podstawie rozprawy O zbiorach i funkcjach wypukłych w przestrzeniach liniowych dotyczącej przeniesienia podstawowych twierdzeń z przestrzeni liniowych unormowanych do przestrzeni liniowych topologicznych lokalnie wypukłych. Do 1939 wykładał w II Katedrze Matematyki Politechniki Lwowskiej. W latach 1939-1941 i 1944-1946 był profesorem i kierownikiem Katedry Geometrii Uniwersytetu im. Franki we Lwowie i równocześnie starszym pracownikiem Instytutu Matematyki Ukraińskiej

Akademii Nauk. W 1941 otrzymał tytuł doktora nauk fizyczno-matematycznych tegoż uniwersytetu. Lwów opuścił w 1946 i otrzymał nominację na profesora zwyczajnego na Uniwersytecie Łódzkim, w którym zorganizował ośrodek matematyczny. W 1948 objął II Katedrę Matematyki Uniwersytetu Warszawskiego, potem Katedrę Analizy Matematycznej (1952-1969). W latach 1964-1969 był dyrektorem Instytutu Matematyki Uniwersytetu Warszawskiego. Współorganizował Instytut Matematyczny PAN, pełnił tam kilka funkcji organizacyjnych i naukowych. Od 1946 był przez dwie kadencje posłem na Sejm. Był członkiem korespondentem Polskiej Akademii Umiejętności, członkiem rzeczywistym PAN od jej powstania, członkiem zagranicznym Węgierskiej Akademii Nauk, członkiem honorowym Polskiego Towarzystwa Matematycznego, doktorem honoris causa Uniwersytetu Warszawskiego. Główną dziedziną jego zainteresowań była analiza funkcjonalna. Zapoczątkował kilka nowych działów tej gałęzi matematyki, m.in. metody geometryczne analizy funkcjonalnej, badania w zakresie teorii ogólnych przestrzeni liniowych metrycznych zupełnych i przestrzeni lokalnie wypukłych, ogólną teorię przestrzeni liniowo topologicznych, teorię operatorów wielomianowych i operatorów wymiernych, nowoczesną teorię limesowalności (wspólne badania z Orliczem), teorię pierścieni liniowo unormowanych. Miał wiele wspólnych wyników z Banachem. Prace z lat 1928-1930 zawierały prekursorskie w skali światowej wyniki w teorii limesowalności. Wspólne twierdzenia, np. twierdzenie o uniwersalnej przestrzeni dla ośrodkowych przestrzeni Banacha, weszły do monografii Banacha Théorie des opérations linéaires (1932). Badania w zakresie teorii limesowalności kontynuowali jego współpracownicy i uczniowie, a także Amerykanie, Niemcy i Rosjanie. Badania te doprowadziły Mazura i Orlicza do stworzenia teorii przestrzeni B0 (lub F). Charakterystyczną cechą jego pracy naukowej były badania zespołowe. Publikował wspólne wyniki z Ulamem i Schauderem. Rezultaty z lat 1935-1936 znajdują się monografii: E. Hille: Functional analysis and semi-groups (Nowy Jork, 1948). Zajmował się także teorią unormowanych pierścieni, zwanych również algebrami Banacha. Otrzymał w nich twierdzenie o podstawowym znaczeniu. Ważne wyniki uzyskane na tym polu w latach 1937-1939 wspólnie z Turowiczem nie zostały opublikowane, dlatego priorytet uzyskały twierdzenia M. H. Stone□a. Jako pierwszy przeniósł geometryczne idee ciał wypukłych H. Minkowskiego na unormowane przestrzenie nieskończenie wielowymiarowe (jego imię nosi twierdzenie o płaszczyźnie podpierającej). Wiele jego prac dotyczyło innych działów matematyki: podstaw analizy, teorii liczb, algebry, teorii funkcji zmiennych rzeczywistych, topologii, rachunku wariacyjnego. Wychował wielu uczniów, m.in. C. Bessagę, W. Bogdanowicza, A. Pełczyńskiego, S. Rolewicza, L. Włodarskiego, W. Żelazkę. Publikował mało - ukazało się zaledwie 40 prac w polskich (głównie w "Studia Mathematica") i obcych czasopismach. Był autorem Computable Analysis (1963). Był współtwórcą lwowskiej szkoły matematycznej i jej kontynuatorem w okresie powojennym. Zmarł 5 listopada 1981 w Warszawie.

Dokumentacja:
- W. Orlicz: Stanisław Mazur, "Nauka Polska", r. XIII,1/1965.
- W. Orlicz, Collected papers, Warszawa 1968.
- B. Bojarski: Przemówienie wygłoszone na uroczystości nadania stopnia doktora h.c. Uniwersytetu Warszawskiego Prof. S. Mazurowi, "Wiadomości Matematyczne", XXII 2/1980 (zawiera bibliografię).
- A. Śródka, P. Szczawiński: Biogramy Uczonych Polskich, cz. III: Nauki Ścisłe.
- "Studia Mathematica", 71/1982.

Opracowała Zofia Pawlikowska-Brożek

ULAM STANISŁAW MARCIN (1909-1984)

Urodził się 13 kwietnia 1909 we Lwowie w rodzinie Józefa, adwokata, i Anny z Auerbachów. W 1927 ukończył VII Gimnazjum Kościuszki we Lwowie. Studiował na Wydziale Ogólnym Politechniki Lwowskiej. W 1933 otrzymał tam stopień doktora matematyki na podstawie pracy O teorii miary w ogólnej teorii mnogości (wydanej przez Ossolineum we Lwowie w 1933), tematycznie związanej z wynikami Banacha i Kuratowskiego z teorii miary. Aktywnie uczestniczył w badaniach szkoły lwowskiej. W latach 1934-1935 przebywał na uniwersytecie w Wiedniu, politechnice w Zurychu, uniwersytecie w Cambridge. W 1935 otrzymał zaproszenie od von Neumanna do współpracy w Princeton w USA. W latach 1939-1940 wykładał na Uniwersytecie Harvarda, w latach 1941-1943 na Uniwersytecie Wisconsin w Madison, w 1945 na Uniwersytecie Kalifornijskim. W latach 1967-1976 był dyrektorem Zakładu Matematyki na Uniwersytecie Kolorado w Boulder. W 1951 był profesorem wizytującym na Uniwersytecie Harvarda, w latach 1956-1957 i 1962 w Instytucie Technologicznym w Massachusetts, w 1961 na Uniwersytecie Kolorado i w 1962 na Uniwersytecie Kalifornijskim (La Jolla). Od 1974 związał swoją działalność z uniwersytetem na Florydzie jako graduate research professor. W latach 1944-1955 był pracownikiem Laboratorium Atomowego w Los Alamos i w latach 1955-1967 jego doradcą naukowym. Opublikował ponad 100 prac oraz książki, m.in. A collection of mathematical problem (1960, 1965), Mathematics and Logic (wspólnie z Kacem, I wyd. 1968), Adventures of a Mathematician (1976; polskie wydanie Przygody matematyka, 1996). Pierwsze jego prace (okres lwowski) dotyczyły teorii zbiorów, podstaw matematyki i topologii. Część jego prac poświęcona była analizie funkcjonalnej, teorii grup i teorii prawdopodobieństwa. Późniejsze badania dotyczyły fizyki matematycznej, mechaniki statystycznej, reakcji termojądrowych. Wiele jego wyników dotyczy zastosowania komputerów do problemów matematyki i fizyki matematycznej. Był twórcą metody Monte Carlo. Utrzymywał stałe kontakty z matematykami w kraju. Wielokrotnie przebywał w Polsce po 1935, zapraszany jako wykładowca, m.in. w 1973 do Centrum im. Banacha w Warszawie. Był członkiem wielu akademii nauk, m.in. American Academy of Arts and Sciences, Mathematical and Physical Society, National Academy of Sciences. W wielu z nich był członkiem zarządu lub prezesem. Był konsultantem Komitetu Doradczego d/s Naukowych prezydenta Kennedy'ego. Za wybitną działalność naukową otrzymał wiele wyróżnień; był doktorem honoris causa : Uniwersytetu Wisconsin, uniwersytetu w Pittsburgu i uniwersytetu w Nowym Meksyku. Zmarł 13 maja 1984 w Santa Fe w USA.

Dokumentacja:
- Archiwum Komisji Historii Matematyki PTM, autobiografia.
- K. Kuratowski: Pół wieku matematyki polskiej 1920-70, 1973.
- S. M. Ulam: Przygody matematyka, 1996.

Opracowała Zofia Pawlikowska-Brożek

PERKAL JULIAN (1913-1965)

Urodził się 24 kwietnia 1913 w Łodzi w rodzinie Beniamina, inżyniera mechanika, i Edwardy z Wierzbickich. Naukę szkolną rozpoczął w Gimnazjum ks. Skorupki w Łodzi. W 1924, po przeniesieniu się rodziny do gospodarstwa rolnego w Brzezinie, rozpoczął naukę w Gimnazjum Polskiej Macierzy Szkolnej w Sieradzu. Tam też w 1932 uzyskał świadectwo dojrzałości. W latach 1932-1937 studiował na Uniwersytecie Warszawskim. W 1937 napisał pracę magisterską O zbiorach wypukłych w przestrzeni euklidesowej n-wymiarowej u Borsuka . Do 1939 pracował w prywatnym biurze mierniczym inżyniera E. Helfenbauma w Warszawie. Po kapitulacji Warszawy znalazł się w obozie jenieckim, skąd uciekł i przedostał się na stronę radziecką. Tam pracował najpierw w rejonie Kolna jako nauczyciel - w Woszkach (1940), a potem w Lachowie. Następnie został przeniesiony do rejonu budzanowskiego w obwodzie tarnopolskim; był tam początkowo mierniczym, a później nauczycielem i inspektorem metodycznym matematyki. W latach 1939-1941 ewakuował się coraz dalej na wschód. Zawędrował razem z żoną do kołchozu w andiżyńskim, najpierw jako robotnik, potem jako mierniczy. Od maja 1942 pracował jako mierniczy w woroszyłowskim. Jego rodzice zostali w 1940 wysiedleni do getta w Sieradzu, a w 1943 zamordowani. W 1944 zorganizował w obwodzie woroszyńskim Związek Patriotów Polskich i czynnie uczestniczył w jego działalności. W 1946 wrócił do Polski i zamieszkał we Wrocławiu. Podjął pracę na Uniwersytecie Wrocławskim, najpierw jako starszy asystent Katedry Matematyki Wydziału Matematyki, Fizyki i Chemii uniwersytetu i politechniki we Wrocławiu. W 1950 uzyskał doktorat na podstawie rozprawy Uwagi o oznaczaniu objętości pni drzewnych ("Prace Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego", s. B, 31/1950). W latach 1951-1953 pracował w Wyższej Szkole Rolniczej jako zastępca profesora i kierował Katedrą Statystyki Matematycznej. W 1953 powrócił na Uniwersytet Wrocławski w charakterze samodzielnego pracownika naukowego na stanowisko zastępcy profesora przy Katedrze Zastosowań Matematyki. W 1955 został mianowany docentem. W 1957 uzyskał stopień naukowy doktora nauk matematycznych (odpowiadający ówcześnie habilitacji) na podstawie pracy O zbiorach punktów materialnych i abstrakcyjnych w badaniach przyrodniczych ("Sprawozdanie Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego" 12/1957, dodatek s. 1-14). W tym też roku został mianowany profesorem nadzwyczajnym. Od 1960 do końca życia był kierownikiem Katedry Zastosowań Matematyki na Wydziale Matematyki, Fizyki i Chemii, a w latach 1956-1958 - dziekanem tego wydziału. Równocześnie od 1949 pracował w tworzącym się Instytucie Matematycznym PAN (początkowo Państwowy Instytut Matematyczny); w latach 1960-1965 jako kierownik działu zastosowań przyrodniczych, gospodarczych i technicznych. Był także organizatorem i kuratorem Zakładu Statystyki i Metod Matematycznych Akademii Nauk Wydziału Fizycznego w Warszawie. Był inicjatorem i organizatorem Polskiego Towarzystwa Biometrycznego; w latach 1961-1964 jego pierwszym prezesem. Redagował założone przez siebie czasopismo "Listy biometryczne". Był autorem 91 prac. Większość z nich dotyczyła problemów matematyki stosowanej w różnych dziedzinach biologii (antropologii, botanice, zoologii, metodyce, leśnictwie, rolnictwie i gospodarce). Najwięcej prac poświęcił metodom taksnonomicznym, dendrometrii i antropologii. Inne prace dotyczyły opracowania longimetru do wyznaczania krzywych empirycznych, cybernetycznych modeli medycznych przy rozwiązywaniu zagadnień diagnozy i terapii. Podsumowanie kierunków jego badań stanowi monografia Matematyka dla przyrodników i rolników (Warszawa, 1958-63; cz. 1-3). Należał do wielu towarzystw naukowych krajowych i zagranicznych. W 1962 przebywał przez pół roku na Uniwersytecie Kalifornijskim w Berkeley. Zmarł 17 września 1965 we Wrocławiu.

Dokumentacja:
- J. Łukaszewicz: Julian Perkal, "Wiadomości Matematyczne".
- A. Dzięczkowski: PSB, t. XXV.

Opracował: Stanisław Kolankowski

VI. KOBIETY – MATEMATYCZKI

Hypatia (370-414)

Zamordowanie uczonej Hypatii (ok. 370—415), jeszcze w czasach starożytnego Rzymu, stanowiło pewien symbol i zwiastun późniejszych starć Kościoła z nauką. Ta wyjątkowa kobieta zwana jest "męczennicą nauki" (Encyklopedia PWN 2000), choć później większą jasność spowodował blask stosu Giordana Bruna. Hypatia była matematyczką, astronomem i filozofem, córką wybitnego filozofa i geometry Teona, który ma na swoim koncie znaczne osiągnięcia literackie i naukowe. Wykładała w Muzeum Aleksandryjskim, którego ostatnią głową był jej ojciec (Musejon zniszczony został w 391 r. przez chrześcijan). Ok. 400 r. została poważanym zwierzchnikiem neoplatońskiej szkoły w Aleksandrii. Napisała Kanon Astronomiczny, komentarze do dzieł Apoloniusza z Pergii[1], Diofantosa i Ptolemeusza.

Jej elokwencja, niebywała skromność i uroda zespolone z nadzwyczajnymi przymiotami intelektualnymi, ściągały na jej wykłady wielu słuchaczów. Jej upadek i tragiczny koniec spowodowany był niełaską Cyryla, który w 412 r. objął biskupstwo Aleksandrii, ale także faktem, że tak poważana osoba była kobietą, a w chrześcijaństwie kobiety nauczać nie mogły. "Nauczać zaś kobiecie nie pozwalam ani też przewodzić nad mężem lecz [chcę, by] trwała w cichości." - głosi Nowy Testament. Hypatia bynajmniej nie "trwała w cichości", często pojawiała się w miejscach publicznych, na zgromadzeniach mężczyzn, publicznie komentowała wielkich filozofów i czuła się bardzo swobodnie, co przy jej ujmującej skromności sprawiało niebywałe wrażenie i zyskiwało jej sympatyków. Jak pisał Sokrates Scholastyk (chrześcijanin): "Jej nadzwyczajna godność i moralność powodowały podziw u wszystkich mężczyzn". Jan z Damaszku pisał o niej: "Była zarazem sprawiedliwa jak i cnotliwa, na zawsze pozostała dziewicą. Była tak piękna i kształtna, że jeden z jej studentów zakochał się w niej bez pamięci i nie potrafił się kontrolować, okazując jej otwarcie swój afekt. Ponoć Hypatia uleczyła go z tej przypadłości przy pomocy muzyki, ale jest to nieprawdziwa informacja. Ona zebrała swoje szmatki zaplamione w czasie kiedy miała miesiączkę i pokazała mu jako symbol jego nieczystego upadku, mówiąc: ‘To jest to co kochasz, młody człowieku, i to nie jest wcale piękne’. Był tym tak zawstydzony i zdziwiony, widząc ów szpetny widok, że miłość mu przeszła (...) Taka była Hypatia, jak jasna i elokwentna w mowie, tak roztropna i uprzejma w zachowaniu. Całe miasto słusznie kochało ją i czciło nadzwyczajnie (...) Pewnego dnia Cyryl, biskup opozycyjnej sekty, przechodził koło jej domu i zauważył wielki tłum ludzi i koni przed drzwiami. Jedni przybywali, inni odjeżdżali, albo stali wokół. Kiedy zapytał co to za zgromadzenie i zamieszanie, odpowiedziano mu, że to dom Hypatii, filozofa. Kiedy się o tym dowiedział dopadła go zazdrość i niedługo później począł knuć spisek na jej życie, obmyślając najohydniejszy sposób morderstwa".

Zaczął w kazaniach oczerniać ją jako sługę szatana, rozgłaszał fałszywe zarzuty pod jej adresem. W efekcie tego doszło do podjudzenia przeciw niej chrześcijan aleksandryjskich i jej bestialskiego zamordowania w marcu 415 r. przez bandę mnichów i chrześcijański motłoch. Głównym prowodyrem biorącym udział w zajściu był lektor Piotr, o którym biskup Jan z Nikiu pisał: "Piotr był doskonałym wiernym, który zawsze okazywał szacunek dla Jezusa Chrystusa". Informacje o tym wydarzeniu znajdujemy m.in. u chrześcijańskiego historyka Sokratesa Scholastyka (ok. 380-ok. 440), który pisał w swej Historii Kościoła: "Zaczajono się na nią w czasie jej powrotu do domu, porywając ją z powozu i wlokąc do kościoła zwanego Caesareum, gdzie całkowicie ją rozebrano, po czym została zamordowana przy pomocy dachówek[2]. Po makabrycznym rozkawałkowaniu jej ciała, zabrano jej kończyny do miejsca zwanego Cinaron, gdzie zostały spalone. Sprawa ta nie tylko była powodem potępienia, które

ściągnął na siebie Cyryl, ale i cały aleksandryjski kościół. Ale i z pewnością nic nie może być dalsze od chrześcijańskiego ducha niż ta masakra i walki" (7,15). Wzmianka Sokratesa poszła w kościele w zapomnienie, a Cyryl Aleksandryjski został świętym katolickim i poważanym ojcem i doktorem kościoła.
Inny pisarz chrześcijański, który wspominał o Hypatii, to św. Jan Damasceński (ok. 650-ok. 749), który w Żywocie Izydora, (przedrukowanym w bizantyjskim słowniku encyklopedycznym Liber Suda z końca X w.), pisał: "Została rozdarta na kawałki przez Aleksandryjczyków, a jej zwłoki były znieważane i porozciągane po całym mieście. Stało się to z powodu zawiści do jej wybitnej mądrości, w szczególności z dziedziny astronomii. Niektórzy powiadają, że za ten skandal odpowiedzialny był Cyryl, inni zaś kładą to na karb wrodzonego okrucieństwa Aleksandryjczyków". Warto jednak zauważyć, że sami biskupi aleksandryjscy również znani byli z swych radykalnych środków, więc udział w sprawie Cyryla jest jak najbardziej prawdopodobny. Jak podaje W. Dziewulski: "Z zamiłowania do środków gwałtownych słynęli biskupi aleksandryjscy. Od czasu św. Atanazego utrzymywali oni swego rodzaju bojówki liczące setki uzbrojonych w kije tzw. parabolanów, tj. ludzi, których oficjalnym zadaniem było przenoszenie chorych. Terroryzowali oni wszystkich, którzy narazili się głowie kościoła aleksandryjskiego. Ich dziełem były niszczenie świątyń pogańskich i pogromy, żydów i heretyków" (Zwycięstwo chrześcijaństwa w świecie starożytnym, s.164)
Aby oczernić Hypatię twierdzono, że zajmowała się astrologią i mistycyzmem. Jan, biskup Nikiu, w swojej Kronice pisze o niej w ten sposób: "Kobieta filozof, poganka imieniem Hypatia, cały czas poświęcała się magii, astrolabiom i instrumentom muzycznym[3], swymi satanicznymi sztuczkami zwiodła wielu ludzi. Gubernator miasta świadczył jej niezwykłe honory, gdyż go zaczarowała. W wyniku tego przestał chodzić do kościoła, jak miał w zwyczaju" (zob. 84.87-103). Ona była jednak przede wszystkim uczoną, intelektualistką, nie zaś mistyczką. Biskup Syneziusz, który w listach nazywał ją "ukochaną przez Boga filozofką", radził się jej w sprawie konstrukcji astrolabium i hydroskopu. W filozofii również zajmowała się raczej intelektualną, a nie mistyczną stroną neoplatonizmu (była następczynią Plotyna, a nie Porfiriusza czy Jamblicha).
Tak wyglądało "pierwsze w historii prześladowanie czarownic" (Thiess)
Autor :Mariusz Kamilewicz

Zofia Kowalewska (1850-1891).

Zofia (Sofja) Wasiliewna Kowalewska, z domu Korwin-Krukowska, urodziła się 15 stycznia 1850 r. w Moskwie. Jej ojciec Wasilij był generałem artylerii, przyznającym się do węgiersko-polskich przodków, matka zaś, Eliza Schubert, miała niemieckie korzenie. Zofia wzrastała w rodzinnej posiadłości wiejskiej w Palibino, w guberni witebskiej, na pograniczu Litwy i Rosji. Wiedzę zdobywała pod okiem guwernantek (najpierw francuskiej, później angielskiej) i prywatnego nauczyciela, Polaka Józefa Malewicza, który, jak sama oceniała, "szczególnie dobrze i oryginalnie wykładał arytmetykę" (Opowiadanie autobiograficzne, tłum. Ewa Rojewska-Olejarczuk).

Dwa czynniki w dzieciństwie rozbudziły zainteresowanie Zofii matematyką. Wspomina o stryju, Piotrze Wasiliewiczu Korwin-Krukowskim, samouku, który opowiadał przyszłej matematyczce "[...] o kwadraturze koła, o asymptotach - liniach prostych, do których krzywa stale się zbliża, lecz nigdy ich nie osiąga [...]". Drugi, znacznie bardziej niezwykły czynnik, wiązał się z tym, że podczas odnawiania domu w Palibino zabrakło tapet do jednego pokoju - dziecinnego. Wyklejono więc ściany papierem ze strychu. Tak się złożyło, że w stercie tej znajdowały się litograficzne odbitki wykładów z rachunku różniczkowego i całkowego Michaiła Ostrogradskiego (1801-1862), których słuchał w młodości ojciec Zofii. Jedenastoletnia dziewczynka nauczyła się na pamięć wielu fragmentów, a forma niektórych wzorów wywarła na niej wielkie wrażenie.

Niepoślednie uzdolnienia matematyczne Zofii ujawniły się wówczas, gdy przestudiowała bez niczyjej pomocy podręcznik fizyki autorstwa sąsiada, profesora Tyrtowa. Uczyniła to, samodzielnie dochodząc do definicji funkcji sinus, której wcześniej nie znała. Tyrtow nakłonił ojca piętnastolatki, by rozwijać jej talent. W ten sposób zaczęła pobierać lekcje geometrii analitycznej oraz rachunku różniczkowego i całkowego w Petersburgu u Aleksandra Nikołajewicza Strannolubskiego. Gdy ten się zdziwił, że Zofia tak szybko przyswoiła pojęcia granicy funkcji i pochodnej, ona przypomniała sobie, iż widziała to wcześniej na ścianie pokoju dziecinnego: "I rzeczywiście, z formalnego punktu widzenia wiele z tych pojęć znałam już od dawna".

W wieku 18 lat Zofia wyszła za mąż za młodego geologa i paleontologa Włodzimierza Kowalewskiego, który rok później, w 1869 r., zabrał ją do Niemiec. Najpierw przybyła do Heidelbergu, gdzie wyrobiła sobie opinię uzdolnionej matematycznie. W 1871 r. wraz z mężem przeniosła się do Berlina. Pobierała tam prywatne lekcje u profesora Uniwersytetu Berlińskiego, Karla Weierstrassa (1815-1897), który odkrywszy jej talent, nakłonił uniwersytet w Getyndze do rozważenia jej prac i przyznania Zofii stopnia doktorskiego. Stało się to w 1874 r. na podstawie trzech prac przygotowanych przez Kowalewską w okresie berlińskim: o równaniach różniczkowych cząstkowych, o zastosowaniu pewnej klasy funkcji abelowych do funkcji eliptycznych i o strukturze pierścieni Saturna. Zostały one opublikowane w latach 1874-1885. Kowalewska do końca swego życia uważała się za uczennicę Weierstrassa.

Mimo tytułu doktora Kowalewska nie mogła znaleźć dla siebie posady na uniwersytecie, wróciła więc do Rosji, gdzie urodziła córkę. Prowadziła z mężem interesy, które zakończyły się niepowodzeniem. W 1882 r. ponownie wyjechała za granicę. W Paryżu zawarła znajomość m.in. z Charlesem Hermite'em i Henrim Poincarém (1854-1912). Podjęła na nowo pracę naukową, formułując w 1883 r. matematyczną teorię załamywania się światła w kryształach. W tym samym roku jej mąż popełnił samobójstwo.

Niedługo po tym, z pomocą Weierstrassa, Kowalewska otrzymała stanowisko wykładowcy na Uniwersytecie w Sztokholmie, gdzie w 1884 r. jako pierwszej kobiecie w historii przyznano jej tytuł profesora matematyki. W tym samym roku powstała praca, którą uważa ona za najważniejszą w swym dorobku: "O ruchu ciała stałego wokół nieruchomego punktu pod wpływem siły ciążenia". Otrzymała za nią nagrodę Paryskiej Akademii Nauk w wysokości 5000 franków (roczna pensja profesorska na Uniwersytecie w Sztokholmie była wówczas równoważna około 8500 frankom). W 1889 r. Kowalewska została korespondencyjnym członkiem Rosyjskiej Akademii Nauk.

Talentowi matematycznemu Kowalewskiej towarzyszyły zainteresowania literaturą piękną. W latach jej młodości przyjacielem domu był Fiodor Dostojewski, w którego piśmie "Epoka" zadebiutowała opowiadaniem Anna, starsza o 7 lat siostra Zofii, skończona piękność. Dostojewski zresztą poprosił Annę o rękę, lecz oświadczyny zostały odrzucone. Tymczasem kochała się w nim trzynastoletnia Zofia. Anna stała się pisarką za granicą. Zofia pozostawiła po sobie powieści i dramat, m.in. Nihilistka (1884, wyd. polskie w 1896 r.), oraz Wspomnienia z dzieciństwa (1890, I wyd. polskie pt. Pamiętniki Zofii Kowalewskiej w 1898 r., II wyd. polskie w 1978 r.). Na przełomie lat siedemdziesiątych i osiemdziesiątych, podczas pobytu w Rosji, próbowała również swych sił jako krytyk, współpracując z gazetą "Nowoje wriemia".

Na osiem miesięcy przed śmiercią, w redakcji czasopisma "Russkaja starina" podczas rozmowy z Kowalewską zostały spisane wspomnienia, dotyczące jej drogi naukowej. Ukazały się w 1891 r. jako Opowiadanie autobiograficzne, przygotowane do druku przez młodszego brata Zofii, Fiodora Korwin-Krukowskiego. Ich autorka zmarła 10 lutego 1891 r., będąc u szczytu kariery, na zapalenie płuc.

VII. ŹRÓDŁA

- Encyklopedia Powszechna
- „Zarys hitorii filozofii” Adam Karpiński
- „Świat matematyki” P.J. Davis, R. Hersh
- „Słownik matematyków polskich” Prószyński i S-ka
- Artykułu z „Wiedzy i Życia” – wymienione pod tekstem
- Niezliczone źródła internetowe....

DODATEK A - CHRONOLOGICZNA LISTA NAJWAŻNIEJSZYCH MATEMATYKÓW

1. **Ahmes (c. 1650 B.C.E.)**
2. **Baudhayana (c. 700)**
3. **Thales of Miletus (c. 630-c 550)**
4. **Apastamba (c. 600)**
5. **Anaximander of Miletus (c. 610-c. 547)**
6. **Pythagoras of Samos (c. 570-c. 490)**
7. **Anaximenes of Miletus (fl. 546)**
8. **Cleostratus of Tenedos (c. 520)**
9. **Katyayana (c. 500)**
10. **Nabu-rimanni (c. 490)**
11. **Kidinu (c. 480)**
12. **Anaxagoras of Clazomenae (c. 500-c. 428)**
13. **Zeno of Elea (c. 490-c. 430)**
14. **Antiphon of Rhamnos (the Sophist) (c. 480-411)**

15. Oenopides of Chios (c. 450?)
16. Leucippus (c. 450)
17. Hippocrates of Chios (fl. c. 440)
18. Meton (c. 430)
19. Hippias of Elis (fl. c. 425)
20. Theodorus of Cyrene (c. 425)
21. Socrates (469-399)
22. Philolaus of Croton (d. c. 390)
23. Democritus of Abdera (c. 460-370)
24. Hippasus of Metapontum (or of Sybaris or Croton) (c. 400?)
25. Archytas of Tarentum (of Taras) (c. 428-c. 347)
26. Plato (427-347)
27. Theaetetus of Athens (c. 415-c. 369)
28. Leodamas of Thasos (fl. c. 380)
29. Leon (fl. c. 375)
30. Eudoxus of Cnidos (c. 400-c. 347)
31. Callipus of Cyzicus (fl. c. 370)
32. Xenocrates of Chalcedon (c. 396-314)
33. Heraclides of Pontus (c. 390-c. 322)
34. Bryson of Heraclea (c 350?)
35. Menaechmus (c. 350)
36. Theudius of Magnesia (c. 350?)
37. Thymaridas (c. 350)
38. Dinostratus (fl. c. 350)
39. Speusippus (d. 339)
40. Aristotle (384-322)
41. Aristaeus the Elder (fl. c. 350-330)
42. Eudemus of Rhodes (the Peripatetic) (fl. c. 335)
43. Autolycus of Pitane (fl. c. 300)
44. Euclid (fl. c. 295)
45. Aristarchus of Samos (c. 310-230)
46. Archimedes of Syracuse (287-212)
47. Philo of Byzantium (fl. c. 250)
48. Nicoteles of Cyrene (c. 250)
49. Strato (c. 250)
50. Persius (c. 250?)
51. Eratosthenes of Cyrene (c. 276-c. 195)
52. Chrysippus (280-206)
53. Conon of Samos (fl. c. 245)
54. Apollonius of Perga (c. 260-c. 185)
55. Nicomedes (c. 240?)
56. Dositheus of Alexandria (fl. c. 230)
57. Perseus (fl. 300-70 B.C.E.?)
58. Dionysodorus of Amisus (c. 200?)
59. Diocles of Carystus (fl. c. 180)
60. Hypsicles of Alexandria (fl. c. 175)
61. Hipparchus of Nicaea (c. 180-c. 125)
62. Umaswati (c. 150)
63. Zenodorus (c. 100?? BCE?)
64. Posidonius (c. 135-c. 51)

65. Marcus Terentius Varro (116-27)
66. Zeno of Sidon (c. 79 BCE)
67. Geminus of Rhodes (fl. c. 77 BCE)
68. Cleomedes (c. 40? BCE?)
69. Theodosius of Tripoli (c. 50? CE?)
70. Pamphila (c. 60 CE)
71. Heron of Alexandria (fl. 62 C.E.) (Hero)
72. Balbus (fl. c. 100)
73. Menelaus of Alexandria (c. 100 CE)
74. Nicomachus of Gerasa (c. 100)
75. Zhang Heng (78-139)
76. Theon of Smyrna (c. 125)
77. Ptolemy (Claudius Ptolemaeus) (c. 100-c. 170)
78. Marinus of Tyre (c. 150)
79. Nehemiah (c. 150)
80. Apuleius of Madaura (Lucius Apuleius) (c. 124-c. 170)
81. Diogenes Laertius (c. 200)
82. Liu Hong (fl. 178-187)
83. Wang Fan (217-257)
84. Diophantus of Alexandria (c. 250?)
85. Sun Zi (c. 250?)
86. Zhao Shuang (Jun Qing) (c. 260)
87. Liu Hui (c. 263)
88. Porphyry (c. 234-c. 305) (Malchus the Tyrian, Porphyrius)
89. Anatolius of Alexandria (fl. c. 269)
90. Sporus (c. 280)
91. Iamblichus (c. 250-c. 350)
92. Xiahou Yang (c. 350?)
93. Pappus of Alexandria (fl. c. 300-c. 350)
94. Serenus of Antinopolis (c. 350)
95. Pandrosion (c. 350)
96. Theon of Alexandria (c. 390)
97. Martianus Capella (c. 365-440)
98. Synesius of Cyrene (c. 370-c. 413)
99. Hypatia of Alexandria (c. 370-415)
100. Dominus of Larissa (fl. c. 450)
101. Proclus Diadochus (410-485)
102. Zhang Qiujian [Chang Ch'iu-chien] (c. 450?)
103. Zu Chongzhi (Wenyuan) [Tsu Ch'ung-chih] (429-500)
104. Eutocius of Ascalon (fl. c. 480)
105. Marinus of Sichem (Neapolis) (c. 480?)
106. Metrodorus (c. 500)
107. Anicius Maulius Severinus Boethius (c. 480-524)
108. Simplicius of Cilicia (c. 530)
109. Anthemius of Tralles (d. c. 534)
110. Aryabhata (476-c. 550)
111. Flavius Magnus Aurelius Cassiodorus (c. 480-c. 575)
112. John Philoponus (c. 490)
113. Varahamihira (c. 505-c. 558)
114. Isidorus of Miletus (c. 540?)

115. Eutocius of Ascalon (c. 550?)
116. Liu Zhuo (544-610)
117. Zhen Luan (Shuzun) (fl. 566)
118. Isidore of Seville (c. 560-636)
119. Brahmagupta (c. 598-c. 670)
120. Wang Xiaotong [Wang Hs'iao-t'ung] (fl. c. 625)
121. Li Chunfeng (fl. 664)
122. Bede (673-735)
123. Yi Xing (683-727)
124. Levensita (fl. 718)
125. Alcuin of York (c. 735-804)
126. Muhammad ibn Ibrahim al-Fazari (fl. c. 771)
127. Banu Musa (Muhammad, Ahmand, and al-Hasan, sons of Musa ibn Shakir) (ninth century)
128. al-Hajjaj ibn Matar (c. 800)
129. Abu Jafar Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (c. 780-c. 850)
130. Hrabanus Maurus (784-856)
131. Leo the Mathematician (c. 790-post 869)
132. Govindaswami (c. 800-850)
133. al-Abbas ibn Said al-Jawhari (fl. c. 830)
134. Hunayn ibn Ishaq (Johannitius) (808-873)
135. Pruthudakaswami (c. 850)
136. `Abd al-Hamid ibn Turk (c. 850)
137. Ahmad ibn `Abdullah al-Marwazi Habash al-Hasib (fl. 825-870)
138. Mahavira (Mahaviracharya) (c. 850)
139. Abu `Abd Allah Muhammad ibn Isa al-Mahani (fl. c. 860, d. c. 880)
140. Thabit ibn Qurra (836-901)
141. al-Fadl al-Nayrizi (c. 880)
142. Qusta ibn Luka (d. 912)
143. Abu Kamil Shuja ibn Aslam ibn Muhammad ibn Shuja (c. 850-c. 930)
144. Abu Bakr Muhammad ibn Zakariya al-Razi (Rhazes) (c. 865-c. 932)
145. Abu `Abd Allah Mohammad ibn Jabir al-Battani (Albatenius) (c. 858-929)
146. Abu Nasr Muhammad ibn Muhammad Tarkhan ibn Awzalagh al-Farabi (Alpharabius) (c. 870-c. 950)
147. Abu'l-Abbas al-Fadl ibn al-Nayrizi (fl. c. 897, d. c. 922)
148. Sridhara (c. 900)
149. Ahmad ibn Yusuf (fl. c. 900-905)
150. Ibrahim ibn Sinan ibn Thabit ibn Qurra (909-946)
151. Manjula (c. 930)
152. Abu Sahl al-Kuhi (c. 950)
153. Abu l'Hasan al-Uqlidisi (c. 952)
154. `Abd al-`Aziz al-Qabisi (c. 950)
155. Prashastidhara (fl. 958)
156. Abu Jafar Muhammad ibn al-Hasan al-Khorasani al-Khazin (d. c. 965)
157. Aryabhata II (fl. c.? 950-1100)
158. Muhammad Abu'l-Wafa al-Buzjani (940-998)
159. Gerbert d'Aurillac, Pope Sylvester II (c. 945-1003)
160. Abd al-Jalil al-Sijzi (c. 970)
161. Abu'l-Hasan ibn Yunus (950-1009)
162. Abu Mahmud Hamid ibn al-Knidr al-Khujandi (d. c. 1000)

163. Abu `Ali al-Hasan ibn al-Haytham (Alhazen) (c. 965-c. 1039)
164. Abu l-Rayhan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni (973-1055)
165. Halayudha (c. 975)
166. Abu Sahl Wayjan ibn Rustam al-Quhi (fl. 970-1000)
167. Abu l-Quasim Maslama ibn Ahmad al-Faradi al-Majriti (fl. 980-1000)
168. Jayadeva (c. 1000)
169. Abu Ali al-Husain ibn 'Abdullah ibn Sina (Avicenna) (980-1037)
170. Abu Bakr ibn Muhammad ibn al-Husayn al-Karaji (al Karkhi) (c. 1000)
171. Abu `Abdallah al-Hasan ibn al-Baghdadi (c. 1000)
172. Al-Jili Kushyar ibn Labban ibn Bashahri (c. 1000)
173. Abu Nasr ibn Ali Mansur ibn Iraq (d. 1030)
174. Abu Abd Allah Muhammad ibn Muadh al-Jayyani (c. 990-post 1079)
175. Abu Mansur al-Baghdadi (c. 1025)
176. Ali ibn Ahmad al-Nasawi (fl. 1029-1044)
177. Hermann of Reichenan (Contractus) (1013-1054)
178. Sripathi (fl. 1039)
179. Michael Constantine Psellus (1018-1078)
180. Jia Xian (c. 1050)
181. Shen Kuo (1031-1095)
182. `Umar al-Khayyami (Omar Khayyam) (c. 1048-c. 1131)
183. Adelard of Bath (1075-1164)
184. Peter Abelard (1079-1142)
185. Hemachandra Suri (b. 1089)
186. Abraham ben Meir ibn Ezra (Avenare) (c. 1090-c. 1167)
187. Abu Bakr Muhammad ibn Yahya ibn al-Sa'igh ibn Bajja (Avenpace) (d. 1139)
188. Abu Muhammad Jabir ibn Aflah al-Ishbili (Geber) (c. 1125)
189. John of Seville (c. 1125)
190. Domingo Gundisalvo (c. 1125)
191. Abraham bar Hiyya ha-Nasi (Savasorda) (c. 1125)
192. Plato of Tivoli (c. 1125)
193. Girard of Cremona (1114-1187)
194. Abu-l-Walid Muhammad ibn Ahmad ibn Muhammad ibn Rushd (Averroes) (1126-1198)
195. Bhaskara (1114-c. 1185)
196. Ibn Yahya al-Samaw'al (1125-1180)
197. Gerard of Cremona (c. 1114-1187)
198. `Abd al-Rahman al-Khazini (c. 1150)
199. Robert of Chester (c. 1150)
200. Sharaf al-Din at-Tusi (c. 1175)
201. Robert Grosseteste (c. 1168-1253)
202. Leonardo Fibonacci of Pisa (C. 1170-post 1240)
203. Cangadeva (fl. 1205)
204. Li Zhi (Li Ye) (Jingzhai) (1192-1279)
205. Albertus magnus (1193-1280)
206. William Sherwood (c. 1195-1249)
207. Albertus Magnus (c. 1200-1280)
208. Nasir al-Din at-Tusi (1201-1274)
209. Zakariya ibn Muhammad ibn Mahmud al-Qazwini (c. 1203-1283)
210. Alexandre de Villedieu (c. 1225)

211. Liu Yi (fl. c. 1225)
212. Michael Scot (d. c. 1235)
213. John of Halifax (Sacrobosco) (c. 1200-1256)
214. Qin Jiushao (Daogu) [Chin Chiu-shao] (c. 1202-c. 1261)
215. Campanus of Novara (c. 1205-1296)
216. Peter of Spain (1210-1277)
217. Jordanus de Nemore (fl. 1220-1260)
218. John of Palermo (fl. 1221-1240)
219. Girard of Brussels (fl. c. 1235)
220. Roger Bacon (c. 1219-c. 1292)
221. William of Moerbeke (c. 1225-1286)
222. John Pecham (c. 1230-1292)
223. Guo Shoujing (1231-1316)
224. Yang Hui (Qianguang) (fl. 1261-1275)
225. Muhammad al-Khalili (c. 1250)
226. Witelo (Vitellio) (fl. 1250-1275)
227. Muhyi 'l-Din al-Maghribi (fl. ca. 160-1265)
228. Raymond Lully (1234-1315)
229. Wang Xun (1235-1281)
230. Georgios Pachymeres (1242-1316)
231. Maximos Planudes (c. 1255-1310)
232. ibn al-Banna al Marrakushi (1256-1321)
233. John Duns Scotus (c. 1266-1308)
234. Peter Philomena of Dacia (fl. 1290-1300)
235. Walter Burleigh (1273-1357)
236. Manuel Moschopoulos (c. 1300)
237. Kamal al-Din Abul Hasan Muhammad ibn al-Hasan al-Farisi (d. 1320)
238. Zhu Shijie (Hanqing, Songting) [Chu Shih-chieh] (fl. c. 1280-1303)
239. Francis of Meyronnes (c. 1285-c. 1330)
240. William of Ockham (c. 1285-c. 1349)
241. Levi ben Gerson (1288-1344)
242. Richard of Wallingford (c. 1291-1336)
243. Thomas Bradwardine (c. 1295-1349)
244. Nicholas Rhabdas (d. 1350)
245. Jean Buridan (c. 1300-1358)
246. Gergory of Rimini (d. 1358)
247. John of Meurs (Johannes de Muris) (c. 1343)
248. Albert of Saxony (c. 1316-1390)
249. Nicole Oresme (c. 1320-1382)
250. John of Dumbleton (d. c. 1349)
251. William of Heytesbury (fl. c. 1335)
252. Dominicus de Clavasio (fl. c. 1346)
253. Immanuel Bonfils (c. 1350)
254. Giovanni di Casali (c. 1350)
255. Narayama Pandit (c. 1350)
256. Richard Swineshead (Suiseth, Calculator) (c. 1350)
257. Ding Ju (fl. 1355)
258. Marsilius of Inghen (c. 1330-1396)
259. John of Cornubia (fl. c. 1360)
260. Peter of Mantua (fl. c. 1360)

261. **Madhava of Sangamagramma (c. 1340-1425)**
262. **Ralph Strode (fl. 1370)**
263. **He Pingzi (fl. 1373)**
264. **Antonio de Mazzinghi (b. c. 1353)**
265. **Qadi Zada al-Rumi (Salah al-Din Musa Pasha) (c. 1364-c. 1436)**
266. **Filippo Brunelleschi (1377-1446)**
267. **Paramesvara (c. 1380-c. 1460)**
268. **John of Gmunden (c. 1382-1442)**
269. **Ghy`iyath al_d`Din Jamshid Masud al-Kashi (d. 1429)**
270. **Nicolette Paulus of Venice (d. 1429)**
271. **Ulugh Beg (1394-1449)**
272. **Paolo del Pozzo Toscanelli (1397-1482)**
273. **Liu Shilong (fl. 1424)**
274. **Nicolas of Cusa (1401-1464)**
275. **Leone Battista Alberti (1404-1472)**
276. **Ghiyath al-Din al-Kashi (d. 1429)**
277. **Piero della Francesca (c. 1410-1492)**
278. **Abu l'Hasan Ali ibn Muhammad ibn Ali al-Qalasadi (1412-1486)**
279. **George Peurbach (1423-1461)**
280. **Johannes Campanus (c. 1450)**
281. **Wu Jing (fl. 1450)**
282. **Piero Borgi (d. c. 1484)**
283. **Johann Müller of Königsberg (Regiomontanus) (1436-1476)**
284. **Luca Pacioli (c. 1445-c. 1514)**
285. **Nicolas Chuquet (c. 1445-c. 1500)**
286. **Nilakantha Somayaji (1445-1545)**
287. **Leonardo da Vinci (1452-1519)**
288. **Jacques le Fèvre d'Estaples (Stapulensis) (c. 1455-c.1536)**
289. **Nilakantha Somayaji (1455-1555)**
290. **Johann Widman (1462-1498)**
291. **Scipione del Ferro (1465-1526)**
292. **Peter of Tartaret (fl. 1490-1500)**
293. **Johannes Werner (1468-1522)**
294. **John Maior (1469-1550)**
295. **Jean Dullaert of Chent (c. 1470-1513)**
296. **Charles de Bouvelles (c. 1470-c. 1553)**
297. **Pedro Sánchez Ciruelo (c. 1470-1554)**
298. **Albrecht Dürer (1471-1528)**
299. **Federico Grisogono (Federicus de Chrysogonius) (1472-1538)**
300. **Nicolas Copernicus (1473-1543)**
301. **Cuthbert Tonstall (1474-1559)**
302. **Johann Mayoris Scott (1478-1540)**
303. **Alvarus Thomas (fl. 1509)**
304. **Gaspar Lax (1487-1560)**
305. **Michael Stifel (c. 1487-1567)**
306. **Francisco de Mello (1490-1536)**
307. **Juan de Celaya (c. 1490-1558)**
308. **Estienne de La Roche (fl. c. 1520)**
309. **Adam Riese (1492-1559)**
310. **Johannes Buteo (c. 1492-1570)**

311. Luis Vives (1492-1589)
312. Oronce Fine (Fineus) (1494-1555)
313. Johann Scheubel (1494-1570)
314. Francesco Maurolico (1494-1575)
315. Peter Apian (1495-1552)
316. Philip Schwartzerd (Melanchthon) (1497-1560)
317. Andrias Osiander (1498-1552)
318. William Buckley (d. c. 1550)
319. Christoff Rudolff (c. 1500-c. 1545)
320. Niccolò Fontana of Brescia (Tartaglia) (c. 1500-1557)
321. Sankara Variar (c. 1500-1560)
322. Narayana (c. 1500-1575)
323. Girolamo Cardano (1501-1576)
324. Pedro Nunes (Nonius) (1502-1578)
325. Johannes Sturm (1507-1589)
326. Gemma Regnier (Frisius) (1508-1555)
327. Federico Commandino (1509-1575)
328. Robert Recorde (1510-1558)
329. Gerardus Mercator (Kremer) (1512-1594)
330. Georg Joachim Rheticus (1514-1574)
331. Pierre de la Ramée (Ramus) (1515-1572)
332. Jacques Peletier (1517-1582)
333. Leonard Digges (c. 1520-1559)
334. Ludovico Ferrari (1522-1565)
335. Raphael Bombelli (c. 1526-1572)
336. John Dee (1527-1608)
337. Francesco Patrizi (1529-1597)
338. Giovanni Battista Benedetti (1530-1590)
339. Cunradus Dasypodius (c. 1530-1600)
340. Jyesthadeva (c. 1550)
341. Wilhelm Holzmann (Xylander) (1532-1576)
342. Giambattista della Porta (1535-1615)
343. Egnatio Danti (1536-1586)
344. Francesco Barozzi (1537-1604)
345. Christophorus Clavius (Christolf Klau) (1537-1612)
346. François Viète (Vieta) (1540-1603)
347. Ostilio Ricci (1540-1603)
348. Ludolph van Ceulen (1540-1610)
349. Adriaan Anthonisz (c. 1543-1620)
350. Guidobaldo del Monte (1545-1607)
351. Paul Wittich (c. 1546-1586)
352. Thomas Digges (c. 1546-1595)
353. Tycho Brahe (1546-1601)
354. François d'Aguilon (1546-1617)
355. Xu Xinlu (fl. 1573)
356. Giodano Bruno (1548-1600)
357. Simon Stevin (1548-1620)
358. Henry Savile (1549-1622)
359. John Napier (1550-1617)
360. Valintin Otho (1550-1605)

361. **Michael Mästlin (1550-1631)**
362. **Acyuta Pisarati (c. 1550-1621)**
363. **Juan Battista Villalpando (1552-1608)**
364. **Matteo Ricci (1552-1610)**
365. **Luca Valerio (1552-1618)**
366. **Pietro Antonio Caltaldi (1552-1626)**
367. **Jobst Bürgi (1552-1632)**
368. **Bernadino Baldi (1553-1617)**
369. **Giovanni Antonio Magini (1555-1617)**
370. **Niccolo Longobardi (1559-1654)**
371. **Thomas Harriot (c. 1560-1621)**
372. **Bartholomäus Pitiscus (1561-1613)**
373. **Adriaen van Roomen (Adrianus Romanus) (1561-1615)**
374. **Edward Wright (1561-1615)**
375. **Francis Bacon (1561-1626)**
376. **Henry Briggs (1561-1631)**
377. **Philip van Lansberge (1561-1632)**
378. **Thomas Fink (1561-1656)**
379. **Xu Guangqi (1562-1633)**
380. **Galileo Galilei (1564-1642)**
381. **Li Zhizao (Zhenzhi) (1565-1630)**
382. **Marin Getaldic (Marino Ghetaldi) (1568-1626)**
383. **Cheng Dawei (Rusi, Binqu)(fl. 1592)**
384. **Johannes Kepler (1571-1630)**
385. **Adriaen Metius (1571-1635)**
386. **Samuel Marolois (c. 1572-1627)**
387. **William Oughtred (1575-1660)**
388. **Mori Kambei Shigeyoshi (fl. 1600-1628)**
389. **Johann Terrenz Schreck (1576-1630)**
390. **Paul Guldin (1577-1643)**
391. **Li Tianjing (1579-1659)**
392. **Willebrond Snel (1580-1626)**
393. **Denis Henrion (c. 1580-1632)**
394. **Johann Faulhaber (1580-1635)**
395. **Edmund Gunter (1581-1626)**
396. **Claude-Gaspar Bachet de Méziriac (1581-1638)**
397. **Alexander Anderson (1582-c. 1620)**
398. **Giulio Aleni (1582-1649)**
399. **Gregory of St. Vincent (1584-1667)**
400. **Claude Mydorge (1585-1647)**
401. **Jan Brozek (Broscius) (1585-1652)**
402. **Joachim Jungius (1587-1657)**
403. **Isaac Beeckman (1588-1637)**
404. **Johann Heinrich Alsted (1588-1638)**
405. **Marin Mersenne (1588-1648)**
406. **Étienne Pascal (1588-1651)**
407. **Thomas Hobbes (1588-1679)**
408. **Girard Desargues (1591-1661)**
409. **Johann Adam Schall von Bell (1591-1666)**
410. **Jean Leurechon (c. 1591-1670)**

411. Wilhelm Schickard (1592-1635)
412. Giacomo Rho (1593-1638)
413. Pierre Hérigone (d. c. 1643)
414. Albert Girard (c. 1595-1632)
415. Jean Beaugrand (c. 1595-1640)
416. René du Perron Descartes (1596-1650)
417. Richard Delamain (d. c. 1645)
418. Jean-Charles de la Faille (1597-1652)
419. Bonaventura Cavalieri (1598-1647)
420. Yoshida Shichibei Koyu (1598-1672)
421. Claude Hardy (c. 1598-c. 1678)
422. Antoine de Lalouvère (1600-1664)
423. Adriaan Vlacq (Vlaccus) (1600-1667)
424. Pierre de Carcavi (c. 1600-1684)
425. Florimond Debeaune (1601-1652)
426. Pierre de Fermat (1601-1665)
427. B\Jacques de Billy (1602-1675)
428. Gilles Personne de Roberval (1602-1675)
429. Abraham Bosse (1602-1676)
430. Bernard Frénicle de Bessy (c. 1605-1675)
431. Juan Caramuel y Lobkowitz (1606-1682)
432. Honoré Fabri (1607-1688)
433. Evangelista Torricelli (1608-1647)
434. Giovanni Alfonso Borelli (1608-1679)
435. Jan Jansz de Jonge Stampioen (1610-post 1689)
436. Jean Nicolas Smogulecki (1611-1656)
437. John Pell (1611-1685)
438. Jacques-Alexandre Le Tenneur (fl. 1640-1650)
439. André Tacquet (1612-1660)
440. Antoine Arnaule (1612-1694)
441. Jean-François Niceron (1613-1616)
442. John Wilkins (1614-1672)
443. Frans van Schooten (1615-1660)
444. John Wallis (1616-1703)
445. Claude Mylon (c. 1618-c.1660)
446. Alfons Anton de Sarasa (1618-1667)
447. Gabriel Mouton (1618-1694)
448. Michelangelo Ricci (1619-1682)
449. William Brouncker (1620-1684)
450. Nicolas Mercator (Kaufman) (1620-1687)
451. Claude François Milliet Descheles (1621-1678)
452. Bernhard Varenius (1622-c. 1650)
453. Johann Heinrich Rahn (1622-1676)
454. René François Walther de Sluse (1622-1685)
455. Adrien Auzout (1622-1691)
456. Vincenzo Viviani (1622-1703)
457. Stefano degli Angeli (1623-1697)
458. Blaise Pascal (1623-1662)
459. Arnold Geulincx (1625-1669)
460. Jan De Witt (1625-1672)

461. John Collins (1625-1683)
462. Pietro Mengoli (1625-1686)
463. Samuel Morland (1625-1695)
464. Erasmus Bartolin (1625-1698)
465. Jean-Dominique Cassini (1625-1712)
466. Robert Boyle (1627-1691)
467. Jan Hudde (1628-1704)
468. Christiaan Huygens (1629-1695)
469. Isaac Barrow (1630-1677)
470. Xue Fengzuo (d. 1680)
471. Christopher Wren (1632-1723)
472. Hendrik van Heuraet (1633-c. 1660)
473. Fang Zhongtong (1633-1698)
474. Mei Wending (1633-1721)
475. Robert Hooke (1635-1702)
476. William Neile (1637-1670)
477. James Gregory (1638-1675)
478. Georg Mohr (1640-1697)
479. Bernard Lamy (1640-1715)
480. Jacques Ozanam (1640-1717)
481. Phillipe de La Hire (1640-1718)
482. Seki Shinsuke Kowa (1642-1708)
483. Isaac Newton (1642-1727)
484. Olof Roemer (1644-1710)
485. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)
486. Giovanni Ceva (1647-1734)
487. Joseph Raphson (1648-1715)
488. Tomasso Ceva (1648-1737)
489. Ehrenfried Walther von Tchirnhausen (1651-1708)
490. Michel Rolle (1652-1719)
491. Jacques Bernoulli (James, Jakob) (1654-1705)
492. Bernard Nieuwentijt (1654-1718)
493. Pierre Varignon (1654-1722)
494. John Craig (d. 1731)
495. Charles René Reyneau (1656-1728)
496. Edmund Halley (1656-1743)
497. Bernard le Bouyer du Fontenelle (1657-1757)
498. David Gregory (1659-1708)
499. Joseph Saurin (1659-1737)
500. Thomas-Fantet de Lagny (1660-1734)
501. Putumana Somayaji (c. 1660-1740)
502. Guillaume-François-Antoine de l'Hospital (1661-1704)
503. Nakane Genkei (1661-1733)
504. Jean-Pierre de Crousaz (1663-1750)
505. Takebe Kenko (1664-1739)
506. Antoine Parent (1666-1716)
507. Girolamo Saccheri (1667-1733)
508. John Arbuthnot (1667-1735)
509. Jean Bernoulli (John, Johann) (1667-1748)
510. William Whiston (1667-1752)

511. Abraham De Moivre (1667-1754)
512. Leonty Filippovich Magnitsky (1669-1739)
513. John Keill (1671-1721)
514. Guido Grandi (1671-1742)
515. George Cheyne (1671-1743)
516. Johann Gabriel Doppelmayr (c. 1671-1750)
517. Christian Wolff (1674-1754)
518. Humphry Ditton (1675-1715)
519. William Jones (1675-1749)
520. Jaganath Pandit (fl. 1700)
521. Chen Shiren (1676-1722)
522. Jacopo Francesco Riccati (1676-1754)
523. Joseph Privat de Molieres (1677-1742)
524. Jacques Cassini (1677-1756)
525. Jacques-François Le Poivre (fl. c. 1704)
526. Pierre-Rémond de Montmort (1678-1719)
527. Jacob Hermann (1678-1733)
528. Charles Hayes (1678-1760)
529. John Machin (1680-1751)
530. Roger Cotes (1682-1716)
531. Nicholas Saunderson (1682-1739)
532. Giulio Carlo Fagano dei Toschi (1682-1766)
533. François Frézier (1682-1773)
534. François Nicole (1683-1758)
535. Jean-Philippe Rameau (1683-1764)
536. Brook Taylor (1685-1731)
537. George Berkeley (1685-1733)
538. Nicholas Bernoulli (1687-1759) (nephew of Jean)
539. Robert Simson (1687-1768)
540. Wilhelm Jabob Storm van s'Gravesande (1688-1742)
541. Louis Bertrand Castel (1688-1757)
542. Christian Goldbach (1690-1764)
543. James Sterling (1692-1770)
544. Matsunaga Ryohitsu (fl. 1718-1749)
545. Jagannatha (fl. c. 1720-1740)
546. Nicholas Bernoulli (1695-1726) (son of Jean)
547. Colin Maclaurin (1698-1746)
548. Pierre Bouguer (1698-1758)
549. Pierre-Louis Moreau de Maupertuis (1698-1759)
550. Charles-Étienne-Louis Camus (1699-1768)
551. William Braikenridge (c. 1700-post 1759)
552. Daniel Bernoulli (1700-1782)
553. Nakane Genjun (1701-1761)
554. Kurushima Yoshita (d. 1757)
555. Thomas Bayes (1702-1752)
556. Antoine Deparcieux (1703-1768)
557. Gabriel Cramer (1704-1752)
558. Alexis Fontaine des Bertins (1704-1771)
559. Johann Andrea Segner (1704-1777)
560. Johann Castillon (1704-1791)

561. Gabrielle-Émilie du Breteuil, Marquise du Châtelet (1706-1749)
562. Benjamin Robins (1707-1751)
563. Vincenzo Riccati (1707-1775)
564. Leonhard Euler (1707-1783)
565. Compte de Buffon (1707-1788)
566. Thomas Simpson (1710-1761)
567. Jean Bernoullii (1710-1790) (son of Jean 1667-1748)
568. Rudjer Joseph Boskovic (1711-1787)
569. Johann Samuel Koenig (1712-1757)
570. Jean-Paul de Gua de Malves (c. 1712-1786)
571. Alexis-Claude Clairaut (1713-1765)
572. Arima Raido (1714-1783)
573. Joachim Georg Darjes (1714-1791)
574. Giovanni Francesco Fagano dei Toschi (1715-1797)
575. Ming Antu (d. 1765)
576. Gottfried Ploucquet (1716-1790)
577. Jean le Rond d'Alembert (1717-1783) *R
578. Matthew Stewart (1717-1785)
579. Maria Gaetana Agnesi (1718-1799)
580. John Landen (1719-1790)
581. Abraham Gotthelf Kästner (1719-1800)
582. Franz Ulrigh Theodosius Aepinus (1724-1802)
583. Patrick d'Arcy (1725-1779)
584. Jean-Etienne Montucla (1725-1799)
585. Johann Heinrich Lambert (1728-1777)
586. Paolo Frisi (1728-1784)
587. Étienne Bézout (1730-1783)
588. Giovanni Francesco Malfatti (1731-1807)
589. Francis Maseres (1731-1824)
590. W. J. G. Karsten (1732-1787)
591. Ajima Naonobu (Chokuyen) (c. 1732-1798)
592. Jean Charles Borda (1733-1799)
593. Edward Waring (1734-1798)
594. François Daviet de Foncenex (1734-1799)
595. Fujita Sadasuke (1734-1807)
596. Alexandre-Théophile Vandermonde (1735-1796)
597. Erland Samuel Bring (1736-1798)
598. Charles Augustin Coulomb (1736-1806)
599. Joseph Louis Lagrange (1736-1813)
600. Charles Hutton (1737-1823)
601. José Antonio Alzate y Ramírez (1738-1799)
602. Ajima Chokuyen (1739-1783)
603. Georg Simon Klügel (1739-1812)
604. Anders Johan Lexell (1740-1784)
605. John Wilson (1741-1793)
606. Carl Friedrich Hindenburg (1741-1808)
607. Marie-Jean-Antoine-Nicolas Caritat, Marquis de Condorcet (1743-1794)
608. José Anastácio da Cunha (1744-1787)
609. Jean-Charles Callet (1744-1799)
610. Jean Bernoullie (1744-1807) (son of Jean 1710-1790)

611. **George Atwood (1745-1807)**
612. **Caspar Wessel (1745-1818)**
613. **Gaspard Monge (1746-1818)**
614. **G. F. Castillon (1747-1800)**
615. **Aida Yasuaki (Ammei) (1747-1817)**
616. **Pietro Cossali (1748-1815)**
617. **John Playfair (1748-1819)**
618. **Trembley (1749-1811)**
619. **Jean-Baptiste Joseph Delambre (1749-1822)**
620. **Pierre Simon de Laplace (1749-1827)**
621. **Lorenzo Mascheroni (1750-1800)**
622. **Simon-Antoine-Jean Lhuiler (1750-1840)**
623. **Adrien-Marie Legendre (1752-1833)**
624. **Salomon Maimon (1753-1800)**
625. **Lazare-Nicolas-Marguerite Carnot (1753-1823)**
626. **Jean-Baptiste-Marie-Charles Meusnier de La Place (1754-1793)**
627. **Jurij Vega (1754-1802)**
628. **Nicolaus Fuss (1755-1826)**
629. **Marc-Antoine Parseval des Chênes (1755-1836)**
630. **Gaspard Clair François Marie Rich de Prony (1755-1839)**
631. **John West (1756-1817)**
632. **Heinrich W. M. Olbers (1758-1840)**
633. **Louis Franç Antoine Arbogaste (1759-1803)**
634. **Sakabe Kohan (1759-1824)**
635. **Christian Kramp (1760-1826)**
636. **Li Huang (d. 1811)**
637. **Jiao Xun (1763-1820)**
638. **Kusaka Sei (1764-1839)**
639. **Ruan Yuan (1764-1849)**
640. **Fujita Kagen (1765-1821)**
641. **Paolo Ruffini (1765-1822)**
642. **Johann Friedrich Pfaff (1765-1825)**
643. **James Ivory (1765-1842)**
644. **Sylvestre-François Lacroix (1765-1843)**
645. **François Joseph Français (1768-1810)**
646. **Wang Lai (Xiaoying, Hengzhai) (1768-1813)**
647. **Jean-Robert Argand (1768-1822)**
648. **Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830)**
649. **Pietro Abbati (1768-1842)**
650. **Willaim Wallace (1768-1843)**
651. **François-Joseph Servois (1768-1847)**
652. **Jean-Nicolas-Pierre Hachette (1769-1834)**
653. **Johann Martin Bartels (1769-1836)**
654. **Louis Puissant (1769-1843)**
655. **Marc-Antoine Parseval (?-1836)**
656. **Pasquale Galuppi (1770-1846)**
657. **Joseph Diez Gergonne (1771-1859)**
658. **Li Rui (Shangzhi, Sixiang) (1773-1817)**
659. **Robert Woodhouse (1773-1827)**
660. **Nathaniel Bowditch (1773-1838)**

661. J. P. Kulik (1773-1863)
662. Karl Brandon Mollweide (1774-1825)
663. Jean-Baptiste Biot (1774-1862)
664. Sankara Varman (c. 1800)
665. Jacques Frédéric Français (1775-1833)
666. André-Marie Ampère (1775-1836)
667. Robert Adrain (1775-1843)
668. K. F. Gauber (1775-1851)
669. Wolfgang Farkas Bolyai (1775-1856)
670. Sophie Germain (1776-1831)
671. Peter Barlow (1776-1862)
672. Daniel Friedrich Hecht (1777-1833)
673. Carl Friedrich Gauss (1777-1855)
674. Louis Poinsot (1777-1859)
675. Josef Maria Hoene-Wronski (1778-1853)
676. John Farrer (1779-1853)
677. Benjamin Gumpertz (1779-1865)
678. August Leopold Crelle (1780-1855)
679. Ferdinand Karl Schweikart (1780-1859)
680. Mary Fairfax Greig Somerville (1780-1872)
681. Siméon-Denis Poisson (1781-1840)
682. Bernhard Bolzano (1781-1848)
683. Furukawa Ken (c. 1783-1838)
684. Charles-Julien Brianchion (1783-1864)
685. Friedrich Wilhelm Bessel (1784-1846)
686. Pierre-Charles-François Dupin (1784-1873)
687. Claude-Louis-Marie-Henri Navier (1785-1836)
688. Petr Scheutz (1785-1873)
689. Luo Tengfeng (fl. 1815)
690. William George Horner (1786-1837)
691. Dominique-François-Jean Arago (1786-1853)
692. Jacques-Philippe-Marie Binet (1786-1856)
693. Wada Yenzo Nei (1787-1840)
694. Augustin Jean Fresnel (1788-1827)
695. William Hamilton (1788-1856)
696. Jean-Victor Poncelet (1788-1867)
697. Xiang Mingda (1789-1850)
698. Luo Shilin (1789-1853)
699. Georg Simon Ohm (1789-1854)
700. Augustin-Louis Cauchy (1789-1857)
a. D. Twesten (1789-1876)
701. Ludwig Immanuel Magnus (1790-1861)
702. Augusus Ferdinand Möbius (1790-1868)
703. Dong Youcheng (Fangli) (1791-1823)
704. George Peacock (1791-1858)
705. Friedrich Ludwig Wachter (1792-1817)
706. Gaspard Gustave de Coriolis (1792-1843)
707. Nicolai Ivanovich Lobachevsky (1792-1856)
708. Charles Babbage (1792-1871)
709. John Frederick William Herschel (1792-1871)

710. Martin Ohm (1792-1872)
711. George Green (1793-1841)
712. Theodore Olivier (1793-1853)
713. Ludwig Seeber (1793-1855)
714. Michel Chasles (1793-1880)
715. Germinal Pierre Dandelin (1794-1847)
716. Olinde Rodrigues (1794-1851)
717. William Whewell (1794-1866)
718. Franz Adolf Taurinus (1794-1874)
719. Louis Paul Émile Richard (1795-1849)
720. Bernt Michael Holmboe (1795-1850)
721. Gabriel Lamé (1795-1870)
722. Thomas Carlyle (1795-1881)
723. Nicolas-Léonard-Sadi Carnot (1796-1832)
724. Gokai Ampon (1796-1862)
725. Shiraishi Chochu (1796-1862)
726. Jacob Steiner (1796-1863)
727. Nikolai Dmetrivich Brashman (1796-1866)
728. Lambert Adolphe Jacques Quételet (1796-1874)
729. Andreas von Ettinghausen (1796-1878)
730. Koide Shuki (1797-1865)
731. Jean-Marie-Constant Duhanel (1797-1872)
732. Johann August Grunert (1797-1872)
733. Barré de Saint-Venant (1797-1886)
734. Étienne Bobillier (1798-1840)
735. Christopf Gudermann (1798-1852)
736. Karl Georg Christian von Staudt (1798-1867)
737. Michael Chasles (1798-1880)
738. Franz Ernst Neumann (1798-1895)
739. Gu Guanjuang (1799-1862)
740. Benoit Paul Emile Clapeyron (1799-1864)
741. Karl Heinrich Gräffe (1799-1873) .
742. Shen Qinpei (fl. 1829)
743. Karl Wilhelm Feuerbach (1800-1834)
744. Gaspare Mainardi (1800-1879)
745. George Bentham (1800-1884)
746. Mikhail Vasilevich Ostrogradsky (1801-1862)
747. Julius Plücker (1801-1868)
748. Antoine-Augustin Cournot (1801-1879)
749. Joseph Antoine Ferdinand Plateau (1801-1883)
750. Thomas Clausen (1801-1885)
751. George Biddle Airy (1801-1892)
752. Zhang Dunren (fl. 1831)
753. Niels Henrik Abel (1802-1829)
754. János Bolyai (1802-1860)
755. Moritz Wilhelm Drobisch (1802-1896)
756. Johann Christian Doppler (1803-1853)
757. Jacques Charles François Sturm (1803-1855)
758. Giusto Bellavitus (1803-1880)
759. Pierre François Verhulst (1804-1849)

760. Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851)
761. George Birch Jerrard (1804-1863)
762. Victor Jacoulevich Bouniakouski (1804-1889)
763. Wilhelm Eduard Weber (1804-1891)
764. Dai Xu (1805-1860)
765. William Rowan Hamilton (1805-1865)
766. Gustav Peter Lejeune Dirichlet (1805-1859)
767. Robert Murphy (1806-1843)
768. Augustus De Morgan (1806-1871)
769. Ernst Ferdinand Adolf Minding (1806-1885)
770. Thomas Penyngton Kirkman (1806-1895)
771. Moritz Abraham Stern (1807-1894)
772. Athanase Louis Victoire Dupré (1808-1869)
773. Friedrich Julius Richelot (1808-1875)
774. Johann Benedict Listing (1808-1882)
775. John Henry Pratt (1809-1871)
776. Hermann Günter Grassmann (1809-1877)
777. Benjamin Peirce (1809-1880)
778. Joseph Liouville (1809-1882)
779. Ernst Eduard Kummer (1810-1893)
780. Évariste Galois (1811-1832)
781. Auguste Bravais (1811-1863)
782. Ludwig Otto Hesse (1811-1874)
783. Urbain Jean Joseph Le Verrier (1811-1877)
784. Li Shanlan (1811-1882)
785. Andrew Serle Hart (1811-1890)
786. Adolph Göpel (1812-1847)
787. William Shanks (1812-1882)
788. Duncan Farquharson Gregory (1813-1844)
789. Pierre-Alphonse Laurent (1813-1854)
790. Pierre Laurent Wantzel (1814-1848)
791. Eugène Charles Catalan (1814-1894)
792. Ludwig Schläfli (1814-1895)
793. James Joseph Sylvester (1814-1897)
794. Ada Lovelace (1815-1852)
795. George Boole (1815-1864)
796. Fukuda Riken (1815-1889)
797. Karl Weierstrass (1815-1897)
798. Charles-Eugene Delaunnay (1816-1872)
799. Johann Georg Rosenhain (1816-1887)
800. Johann Rudolf Wolf (1816-1893)
801. Jean-Fréderic Frénet (1816-1900)
802. Thomas Weddle (1817-1853)
803. Carl Wilhelm Borchardt (1817-1880)
804. Charles Auguste Albert Briot (1817-1882)
805. Ferdinand Joachimsthal (1818-1861)
806. Heinrich Richard Baltzer (1818-1887)
807. Jean-Claude Bouquet (1819-1885)
808. Seigfried Heinrich Aronhold (1819-1884)
809. Joseph Alfred Serret (1819-1885)

810. **Pierre Ossian Bonnet (1819-1892)**
811. **John Couch Adams (1819-1892)**
812. **George Gabriel Stokes (1819-1903)**
813. **George Salmon (1819-1904)**
814. **William John Macquorn Rankine (1820-1872)**
815. **Victor Alexandre Puiseux (1820-1883)**
816. **Isaac Todhunter (1820-1884)**
817. **Ernest Jean Philippe Fauqede Jonquiéres (1820-1901)**
818. **Heinrich Eduard Heine (1821-1881)**
819. **Takaku Kenjiro (1821-1883)**
820. **Arthur Cayley (1821-1895)**
821. **Pafnuty Lvovich Chebyshev (1821-1894)**
822. **Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (1821-1894)**
823. **Philipp Ludvig von Seidel (1821-1896)**
824. **Jules Antoine Lissajous (1822-1880)**
825. **Rudolph Jusius Emmanuel Clausius (1822-1888)**
826. **Joseph-Louis-François Bertrand (1822-1900)**
827. **Charles Hermite (1822-1901)**
828. **Francis Galton (1822-1911)**
829. **Ferdinand Gotthold Max Eisenstein (1823-1852)**
830. **Guillaume-Jules Hoüel (1823-1886)**
831. **Leopold Kronecker (1823-1891)**
832. **Enrico Betti (1823-1892)**
833. **Jakob Amsler-Laffon (1823-1912)**
834. **Zacharias Dase (1824-1861)**
835. **Delfino Codazzi (1824-1873)**
836. **Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887)**
837. **Francesco Brioschi (1824-1847)**
838. **Omura Isshu (1824-1891)**
839. **William Thomson, Lord Kelvin (1824-1907)**
840. **William Spottiswoode (1825-1883)**
841. **Johann Jakob Balmer (1825-1898)**
842. **Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866)**
843. **Henry John Stephen Smith (1826-1883)**
844. **Giuseppe Battaglini (1826-1894)**
845. **Ludwig Christian Wiener (1826-1896)**
846. **Théodore Florentin Moutard (1827-1901)**
847. **Karl Mikhailovich Peterson (1828-1881)**
848. **Hagiwara Teisuke (1828-1909)**
849. **Ludvig Valentin Lorenz (1829-1891)**
850. **Elwin Bruno Christoffel (1829-1900)**
851. **Moritz Benedict Cantor (1829-1920)**
852. **Antonio Luigi Gaudazio Giuseppe Cremona (1830-1903)**
853. **James Clerk Maxwell (1831-1879)**
854. **Paul David Gustav Du Bois-Reymond (1831-1889)**
855. **Peter Guthrie Tait (1831-1901)**
856. **Victor Mayer Amédée Mannheim (1831-1906)**
857. **Julius Wilhelm Richard Dedekind (1831-1916)**
858. **Charles Lutwidge Dodgson (Lewis Carroll) (1832-1898)**
859. **Rudolph Otto Sigismund Lipschitz (1832-1903)**

860. Robert Tucker (1832-1905)
861. Eugène Rouché (1832-1910)
862. Wilhelm Fiedler (1832-1912)
863. J. Lachelier (1832-1918)
864. Ludwig Sylow (1832-1918)
865. Carl Gottfried Neumann (1832-1925)
866. Rudolf Friedrich Alfred Clebsch (1833-1872)
867. Immanuel Lazarus Fuchs (1833-1902)
868. Hua Hengfan (Ruo Ting) (1833-1902)
869. Edmund Nicolas Laguerre (1834-1886)
870. John Venn (1834-1923)
871. William Stanley Jevons (1835-1882)
872. Felice Casorati (1835-1890)
873. Émile-Léonard Mathieu (1835-1890)
874. Joseph Stefan (1835-1893)
875. Eugenio Beltrami (1835-1899)
876. Charles Méray (1835-1911)
877. Ludwig Hermann Kortum (1836-1909)
878. Julius Weingarten (1836-19010
879. E. L. W. Maximilian Curtze (1837-1903)
880. Aleksandr Nikolaevich Korkin (1837-1908)
881. Hugh McColl (1837-1909)
882. Paul Albert Gordon (1837-1912)
883. Wilhelm Lexis (1837-1914)
884. Paul Gustav Heinrich Bachmann (1837-1920)
885. Leo Königsberger (1837-1921)
886. Maurice Lévy (1838-1910)
887. George William Hill (1838-1914)
888. Theodor Reye (1838-1919)
889. Camille Jordan (1838-1921)
890. Hermann Hankel (1839-1873)
891. Gustav Roch (1839-1866)
892. Joseph-Émile Barbier (1839-1889)
893. Ernst Kossak (1839-1902)
894. Josiah Willard Gibbs (1839-1903)
895. Christian Gustav Adolph Mayer (1839-1908)
896. Julius Peter Christian Petersen (1839-1910)
897. Charles Sanders Peirce (1839-1914)
898. Hieronymus Georg Zeuthen (1839-1920)
899. Émile Michel Hyacinthe Lemoine (1840-1912)
900. Emory McClintock (1840-1916)
901. Franz Mertens (1840-1927)
902. Friedrich Wilheml Karl Ernst Schröder (1841-1902)
903. Matthieu Paul Hermann Laurent (1841-1908)
904. Sam Loyd (1841-1911)
905. Rudolf Sturm (1841-1919)
906. François-Edouard-Anatole Lucas (1842-1891)
907. François Marius Sophus Lie (1842-1899)
908. Otto Stolz (1842-1905)
909. John William Strutt, Lord Rayleigh (1842-1909)

910. Heinrich Weber (1842-1913)
911. Jean-Gaston Darboux (1842-1917)
912. Jakob Rosanes (1842-1922)
913. Alexander Wilhelm von Brill (1842-1935)
914. Giulio Ascoli (1843-1896)
915. Paul Tannery (1843-1904)
916. Victor Schlegel (1843-1905)
917. Gaston Tarry (1843-1913)
918. Hermann Amandus Schwarz (1843-1921)
919. Moritz Pasch (1843-1930)
920. Karl Friedrich Geiser (1843-1934)
921. Huang Zongxian (fl. 1873)
922. Shi Richun (fl. 1873)
923. Georges-Henri Halphen (1844-1889)
924. Ludwig Boltzmann (1844-1906)
925. Jakob Lueroth (1844-1910)
926. Charles Smith (1844-1916)
927. Paul Mansion (1844-1919)
928. Max Noether (1844-1921)
929. Albert Wangerin (1844-1933)
930. William Kingdon Clifford (1845-1879)
931. Albert Ribacour (1845-1893)
932. Albert Victor Bäcklund (1845-1912)
933. Georg Cantor (1845-1918)
934. Ulisse Dini (1845-1918)
935. Henri Brocard (1845-1922)
936. Francis Ysidro Edgeworth (1845-1926)
937. Platon Sergeevich Poretsky (1846-1907)
938. Eugenio Bertini (1846-1933)
939. Eugen Netto (1846-1919)
940. Gösta Magnus Mittag-Leffler (1846-1927)
941. Egor Ivanovich Zolotarev (1847-1878)
942. Galileo Ferraris (1847-1897)
943. Cesare Arzelà (1847-1912)
944. Gaston Floquet (1847-1920)
945. Nicolay Egorovich Zhukovsky (1847-1921)
946. Wilhelm K. J. Killing (1847-1923)
947. William Weyr (1848-1894)
948. Jules Tannery (1848-1910)
949. Hermann Caesar Hannibal Schubert (1848-1911)
950. Eugen Netto (1848-1919)
951. Adam Wilhelm Siegmund Guenther (1848-1923)
952. Friedrich Ludwig Gottlob Frege (1848-1925)
953. J. W. L. Glaisher (1848-1928)
954. Diederik Johannes Korteweg(1848-1941)
955. Julius König (1849-1914)
956. George Ferdinand Frobenius (1849-1917)
957. Alfred Kempe (1849-1922)
958. Christian Felix Klein (1849-1925)
959. Horace Lamb (1849-1934) .

960. Sofya Vasilyevna Kovalevskaya (1850-1891)
961. Walter William Rouse Ball (1850-1925)
962. Oliver Heaviside (1850-1925)
963. William Edward Story (1850-1930)
964. Alfred Pringsheim (1850-1941)
965. George Francis Fitzgerald (1851-1901)
966. Anton Puchta (1851-1903)
967. George Chrystal (1851-1910)
968. Alexander Macfarlane (1851-1913)
969. Arthur Schuster (1851-1934)
970. Samuel Dickstein (1851-1939)
971. William Burnside (1852-1927)
972. Constantin LePaige (1852-1929)
973. Carl Louis Ferdinand Lindemann (1852-1939)
974. Heinrich Maschke (1853-1908)
975. Evgraf Stepanovich Fyodorov (1853-1919)
976. George Bruce Halsted (1853-1922)
977. Gregorio Ricci-Curbastro (1853-1925)
978. Johan Ludvig Heiberg (1853-1928)
979. Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928)
980. Arthur Moritz Schoenflies (1853-1928)
981. Salvatore Pincherle (1853-1936)
982. Fabian Franklin (1853-1939)
983. Jules Henri Poincaré (1854-1912)
984. Benjamin Osgood Pierce, II (1854-1914)
985. Giuseppe Veronese (1854-1917)
986. Percy Alexander MacMahon (1854-1929)
987. Marcel Louis Brillouin (1854-1948)
988. Giovanni Battista Guccia (1855-1914)
989. Karl Rohn (1855-1920)
990. Paul Appell (1855-1930)
991. Sophus Christian Juel (1855-1935)
992. Thomas Jan Stieltjes (1856-1894)
993. Giacinto Morera (1856-1909)
994. Andrei Andreyevich Markov (1856-1922)
995. Carl David Tolmé Runge (1856-1927)
996. Luigi Bianchi (1856-1928)
997. Ferdinand Rudio (1856-1929)
998. Friedrich Schur (1856-1932)
999. Walther Franz Anton von Dyck (1856-1934)
1000. Wilhelm Franz Meyer (1856-1934)
1001. Charles Émile Picard (1856-1941)
1002. Cypoarissos Stéphanos (1857-1917)
1003. Aleksandr Mikhailovich Liapunov (1857-1918)
1004. Henry Ernest Dudeney (1857-1931)
1005. Karl Pearson (1857-1936)
1006. Oscar Bolza (1857-1942)
1007. Gaston Milhaud (1858-1918)
1008. Henry Buchard Fine (1853-1928)
1009. Gabriel Koenigs (1858-1931)

1010. Oscar Minkowski (1858-1931)
1011. Charlotte Angas Scott (1858-1931)
1012. Giuseppe Peano (1858-1932)
1013. Édouard Jean-Baptiste Goursat (1858-1936)
1014. Arthur Russell Forsythe (1858-1942)
1015. Max Karl Ernst Ludwig Planck (1858-1947)
1016. Ernesto Cesàro (1859-1906)
1017. Adolf Hurwitz (1859-1919)
1018. Marie-Georges Humbert (1859-1921)
1019. Johan Ludwig William Valdemar Jensen (1859-1925)
1020. Otto Ludwig Hölder (1859-1937)
1021. Mario Pieri (1860-1913)
1022. Mathias Lerch (1860-1922)
1023. Henry Taber (1860-1936)
1024. Frank Morley (1860-1937)
1025. David Eugene Smith (1860-1944)
1026. Vito Volterra (1860-1946)
1027. D'Arcy Wentworth Thompson (1860-1948)
1028. Heinrich Burkhard (1861-1914)
1029. Pierre-Maurice-Marie Duhem (1861-1916)
1030. George Ballard Mathews (1861-1922)
1031. Frank Nelson Cole (1861-1926)
1032. Cesare Burali-Forti (1861-1931)
1033. Thomas Little Heath (1861-1940)
1034. Friedrich Engel (1861-1941)
1035. Fedor Eduardovich Molin (1861-1941)
1036. Kurt Hensel (1861-1941)
1037. Alfred North Whitehead (1861-1947)
1038. Percy John Heawood (1861-1955)
1039. Henri Andoyer (1862-1929)
1040. Adolf Kneser (1862-1930)
1041. Eduard Study (1862-1930)
1042. Eliakim Hastings Moore (1862-1932)
1043. Francis Sowerby Macaulay (1862-1937)
1044. Philbert Maurice d'Ocagne (1862-1938)
1045. David Hilbert (1862-1943)
1046. Gino Loria (1862-1954)
1047. Jules Antoine Richard (1862-1956)
1048. Giovanni Vailati (1863-1909)
1049. Franz London (1863-1917)
1050. Axel Thue (1863-1922)
1051. August Adler (1863-1923)
1052. John Charles Fields (1863-1932)
1053. Paul Painlevé (1863-1933)
1054. Dmitry Aleksandrovich Grave (1863-1939)
1055. Augustus Edward Hough Love (1863-1940)
1056. William Henry Young (1863-1942)
1057. Stanislaw Zaremba (1863-1943)
1058. Aleksei Nikolaevich Krylov (1863-1945)
1059. George Abram Miller (1863-1951)

1060. **Hermann Minkowski (1864-1909)**
1061. **Vladimir Andreevich Steklov (1864-1926)**
1062. **Wilhelm Jan Wien (1864-1928)**
1063. **Józef Kürschák (1864-1933)**
1064. **William Fogg Osgood (1864-1943)**
1065. **Georg Landsberg (1865-1912)**
1066. **Niels Nielsen (1865-1931)**
1067. **Aleksandr Petrovich Kotelnikov (1865-1944)**
1068. **Jacob William Albert Young (1865-1948)**
1069. **Guido Castelnuovo (1865-1952)**
1070. **Ernest Vessoit (1865-1952)**
1071. **Jacques Hadamard (1865-1963)**
1072. **Martin Schilling (1866-1908)**
1073. **Erik Ivar Fredholm (1866-1927)**
1074. **Eugène Maurice Pierre Cosserat (1866-1931)**
1075. **Modeste Leon Marie Stuyvaert (1866-1932)**
1076. **Alfred Tauber (1866-1942?)**
1077. **Charles-Jean de la Vallée Poussin (1866-1962)**
1078. **Maxime Bôcher (1867-1918)**
1079. **D. N. Lehmer (1867-1938)**
1080. **Georgii Feodosevich Voronoi (1868-1908)**
1081. **Louis Couturat (1868-1914)**
1082. **Alessandro Padoa (1868-1937)**
1083. **Emanuel Lasker (1868-1941)**
1084. **Felix Hausdorff (1868-1942)**
1085. **Arnold Sommerfeld (1868-1951)**
1086. **Dimitri Fedorovich Egorov (1869-1931)**
1087. **Virgil Snyder (1869-1950)**
1088. **Élie Cartan (1869-1951)**
1089. **Benjamin Fedorovich Kagan (1869-1953)**
1090. **William Chauvenet (1870-1920)**
1091. **Helge von Koch (1870-1924)**
1092. **Louis Bachelier (1870-1946)**
1093. **Ernst Leonhard Lindelöf (1870-1946)**
1094. **Édouard Le Roy (1870-1954)**
1095. **Ernst Steinitz (1871-1928)**
1096. **Jules Joseph Drach (1871-1941)**
1097. **Federigo Enriques (1871-1946)**
1098. **George Udny Yule (1871-1951)**
1099. **Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo (1871-1951)**
1100. **Gino Fano (1871-1952)**
1101. **Émile Borel (1871-1956)**
1102. **Bertrand Russell (1872-1970)**
1103. **Alfred Loewy (1873-1935)**
1104. **Gheorghe Tzitzéica (1873-1939)**
1105. **Tullio Levi-Civita (1873-1941)**
1106. **Hans Frederick Blichfeldt (1873-1945)**
1107. **Constantin Carathéodory (1873-1950)**
1108. **Edmund Taylor Whittaker (1873-1956)**
1109. **Julian Lowell Coolidge (1873-1958)**

1110. Johan Frederik Steffensen (1873-1961)
1111. Gerhard Hessenberg (1874-1925)
1112. René Louis Baire (1874-1932)
1113. Heinrich Leibmann (1874-1939)
1114. Evgeniy Leonidovich Bunitsky (1874-1952)
1115. Edward Vermilye Huntington (1874-1952)
1116. Leonard Eugene Dickson (1874-1954)
1117. Beppo Levi (1875-1962)
1118. Issai Schur (1875-1941)
1119. Francesco Paolo Cantelli (1875-1966)
1120. Giuseppe Vitali (1875-1932)
1121. Henri Léon Lebesgue (1875-1941)
1122. Issai Schur (1875-1941)
1123. Ernst Fischer (1875-1959)
1124. Teiji Takagi (1875-1960)
1125. Ernst Wilczynski (1876-1932)
1126. William Sealy Gosset (1876-1937)
1127. Erhard Schmidt (1876-1959)
1128. Gilbert Ames Bliss (1876-1961)
1129. Luthor Pfahler Eisenhart (1876-1965)
1130. Paul Montel (1876-1975)
1131. Edmund Landau (1877-1938)
1132. Godfrey Harold Hardy (1877-1947)
1133. Pierre Joseph Louis Fatou (1878-1929)
1134. Marcel Grossmann (1878-1936)
1135. Max Dehn (1878-1952)
1136. Louis Charles Karpinski (1878-1956)
1137. Jan Lukasiewicz (1878-1956)
1138. Leopold Löwenheim (1878-1957)
1139. René Maurice Fréchet (1878-1973)
1140. Philip Edward Bertrand Jourdain (1879-1921)
1141. John W. Young (1879-1932)
1142. Hans Hahn (1879-1934)
1143. Duncan MacLaren Young Sommerville (1879-1934)
1144. Guido Fubini (1879-1943)
1145. Albert Einstein (1879-1955)
1146. Nikolai Mitrofanovich Krylov (1879-1955)
1147. Francesco Severi (1879-1961)
1148. Edwin Bidwell Wilson (1879-1964)
1149. Alfred James Lotka (1880-1949)
1150. Frigyes (Friedrich) Riesz (1880-1956)
1151. Lipót Fejér (1880-1959)
1152. Oscar Veblen (1880-1960)
1153. Heinrich Franz Fridrich Tietze (1880-1964)
1154. Sergi Natanovich Bernstein (1880-1966)
1155. Otto Toeplitz (1881-1940)
1156. Elizabeth LeSturgeon (1881-1971)
1157. Amalie Emmy Noether (1882-1935)
1158. Arthur Stanley Eddington (1882-1944)
1159. Paul Koebe (1882-1945)

1160. Harry Bateman (1882-1946)
1161. Joseph Henry Maclagen Wedderburn (1882-1948)
1162. Konrad Knopp (1882-1957)
1163. Victor Thébault (1882-1960)
1164. Luitzen E. J. Brouwer (1882-1966)
1165. Waclaw Sierpinski (1882-1969)
1166. Max Born (1882-1970)
1167. Harry Schultz Vandiver (1882-1973)
1168. Robert Lee Moore (1882-1974)
1169. John Maynard Keynes (1883-1946)
1170. James Victor Uspensky (1883-1947)
1171. Ernst Hellinger (1883-1950)
1172. Nikolai Nikolaevich Luzin (1883-1950)
1173. Richard Von Mises (1883-1953)
1174. Aleksandr Ivanovich Nekrasov (1883-1957)
1175. Eric Temple Bell (1883-1960)
1176. Henry Sheffer (1883-1964)
1177. Jan Arnoldus Schouten (1883-1941)
1178. Charles Albert Fischer (1884-1922)
1179. Eduard Helly (1884-1943)
1180. George David Birkhoff (1884-1944)
1181. Leon Chwistak (1884-1944)
1182. Otto Szász (1884-1952)
1183. Georges Jean Marie Valiron (1884-1955)
1184. Solomon Lefschetz (1884-1972)
1185. Arnaud Denjoy (1884-1974)
1186. Alfréd Haar (1885-1933)
1187. Leonida Tonelli (1885-1946)
1188. Hermann Weyl (1885-1955)
1189. Herbert Westren Turnbull (1885-1961)
1190. Wilhelm Johann Eugen Blaschke (1885-1962)
1191. Niels Henrik David Bohr (1885-1962)
1192. Angelo Tonolo (1885-1962)
1193. Erwin Finlay Freundich (1885-1964)
1194. John Edensor Littlewood (1885-1977)
1195. Stanislaw Lesniewski (1886-1939)
1196. George Neville Watson (1886-1965)
1197. Marcel Riesz (1886-1969)
1198. Paul P. Lévy (1886-1971)
1199. Srinivasa Aaiyangar Ramanujan (1887-1920)
1200. Erich Hecke (1887-1947)
1201. Walther Mayer (1887-1948)
1202. Harold August Bohr (1887-1951)
1203. Johann Radon (1887-1956)
1204. Oscar Johann Viktor Anderson (1887-1960)
1205. Erwin Schrödinger (1887-1961)
1206. Simion Stoilow (1887-1961)
1207. Albert Thoralf Skolem (1887-1963)
1208. Hugo Dyonizy Steinhaus (1887-1972)
1209. Griffith Conrad Evans (1887-1973)

1210. George Pólya (1887-1985)
1211. Zygmunt Janiszewski (1888-1920)
1212. Aleksandr Aleksandrovich Friedmann (1888-1925)
1213. William Edward Hodgson Berwick (1888-1944)
1214. Stefan Mazurkiewicz (1888-1945)
1215. Jacob David Tamarkin (1888-1945)
1216. Julio Rey Pastor (1888-1962)
1217. James Wadell Alexander (1888-1971)
1218. Richard Courant (1888-1972)
1219. Louis Joel Mordell (1888-1972)
1220. Paul Isaac Bernays (1888-1977)
1221. Andrei Mikhailovich Razmadze (1889-1929)
1222. Vjaceslav Vasilevic Stepanov (1889-1950)
1223. Ludwig Wittgenstein (1889-1951)
1224. Anton Kazimirovich Sushkevich (1889-1968)
1225. Alessandro Terracini (1889-1968)
1226. Georg Feigl (1890-1945)
1227. Lester Sanders Hill (1890-1961)
1228. Ronald Aylmer Fisher (1890-1962)
1229. Joseph Jean Camille Pérès (1890-1962)
1230. Tsurusaburo Takasu (1890-1972)
1231. Vannevar Bush (1890-1974)
1232. Eugenio Giuseppe Togliatti (1890-1977)
1233. Ivan Ivanovich Privalov (1891-1941)
1234. Pierre Humbert (1891-1953)
1235. Abraham Adolf Fraenkel (1891-1965)
1236. Pietro Giuseppe Francesco Tortorici (1891-1966)
1237. Abram Sumoilovitch Besicovitch (1891-1970)
1238. Carl Ludwig Siegel (1891-1981)
1239. Ivan Matveevich Vinogradov (1891-1983)
1240. Stefan Banach (1892-1945)
1241. Hans Rademacher (1892-1969)
1242. Nocoló Spampinato (1892-1971)
1243. Harold Marston Morse (1892-1977)
1244. Louis de Broglie (1892-1987)
1245. Joseph Fels Ritt (1893-1951)
1246. Eduard Cech (1893-1960)
1247. Charles Loewner (1893-1968)
1248. Kurt Werner Friedrich Reidemeister (1893-1971)
1249. Gaston Julia (1893-1978)
1250. Nikolai Grigorievich Chebotaryov (1894-1947)
1251. Aleksandr Yakovlevich Khinchin (1894-1959)
1252. Masatsugu Tsuji (1894-1960)
1253. R. Vaidyanathaswamy (1894-1960)
1254. Norbert Wiener (1894-1964)
1255. Heinz Hopf (1894-1971)
1256. Satyendranath Bose (1894-1974)
1257. Jerzy Neyman (1894-1981)
1258. Tibor Radó (1895-1965)
1259. Octav Mayer (1895-1966)

1260. Stefan Bergman (1895-1977)
1261. Rolf Herman Nevanlinna (1895-1980)
1262. Ernst Paul Heinz Prüfer (1896-1934)
1263. Wilhelm Ackermann (1896-1962)
1264. Kazimierz Kuratowski (1896-1980)
1265. Pavel Sergeevich Aleksandrov (1896-1982)
1266. Emil Leon Post (1897-1954)
1267. Jesse Douglas (1897-1965)
1268. Francesco Giacomo Filippo Tricomi (1897-1978)
1269. Pavel Samuilovich Urysohn (1898-1924)
1270. Emil Artin (1898-1962)
1271. Raphaël Salem (1898-1963)
1272. Philip Franklin (1898-1965)
1273. Helmut Hasse (1898-1979)
1274. Arend Heyting (1898-1980)
1275. Juliusz Pawel Schauder (1899-1943)
1276. Edward Charles Titchmarsh (1899-1963)
1277. Wolfgang Krull (1899-1971)
1278. Salomon Bochner (1899-1982)
1279. Tracy Yerkes Thomas (1899-1983)
1280. Otto Neugebauer (1899-1990)
1281. Wolfgang Pauli (1900-1958)
1282. David Van Dantzig (1900-1959)
1283. William John Youden (1900-1971)
1284. Haskell Brooks Curry (1900-1982)
1285. Antoni Zymund (1900-1992) .
1286. Ivan Georgievich Petrovskii (1901-1973)
1287. Petr Sergeevich Novikov (1901-1975)
1288. Werner Karl Heisenberg (1901-1976)
1289. Richard Dagobert Brauer (1901-1977)
1290. Naum Il'ich Akhiezer (1901-1980)
1291. Abraham Wald (1902-1950)
1292. Kazimierz Zarankiewicz (1902-1959)
1293. Alfred Tarski (1902-1983)
1294. Paul Adrien Maurice Dirac (1902-1984)
1295. Frank Plumpton Ramsey (1903-1930)
1296. John von Neumann (1903-1957)
1297. Aurel Wintner (1903-1958)
1298. Jean Frédéric Auguste Delsarte (1903-1968)
1299. William Vallance Douglas Hodge (1903-1975)
1300. Andrei Nicolaevich Kolmogoroff (1903-1987)
1301. Alonzo Church (1903-1995)

1302. Witold Hurewicz (1904-1956)
1303. John Henry Constantine Whitehead (1904-1960)
1304. Philip Hall (1904-1982)
1305. Lev Genrikhovich Shnireman (1905-1938)
1306. Abraham Adrian Albert (1901-1972)
1307. László Kalmár (1905-1976)
1308. Ruth Moufang (1905-1977)
1309. Charles Ehresmann (1905-1979)
1310. Stanislaw Mazur (1905-1981)
1311. Karol Borsuk (1905-1982)
1312. Jean A. Dieudonné (1905-1992)
1313. Samuel Stanley Wilks (1906-1964)
1314. Alexandr Osipovich Gelfond (1906-1968)
1315. William Feller (1906-1970)
1316. Kurt Friedrich Gödel (1906-1978)
1317. Grace Murray Hopper (1906-1992)
1318. Max Zorn (1906-1993)
1319. Harold Davenport (1907-1969)
1320. Harold Douglas Ursell (1907-1969)
1321. Henry Scheffé (1907-1977)
1322. Hassler Whitney (1907-1989)
1323. Jacques Herbrand (1908-1931)
1324. Lev S. Pontrjagin (1908-1960)
1325. Hans Arnold Heibronn (1908-1975)
1326. Arthur Erdélyi (1908-1977)
1327. Gerhard Gentzen (1909-1945)
1328. Analoly Ivanovich Malcev (1909-1967)
1329. Mark Aronovich Naimark (1909-1978)
1330. Stanislaw Marin Ulam (1909-1984)
1331. William Gemmell Cochran (1909-1990)
1332. Stephen C. Kleene (1909-1994)
1333. Norman Earl Steenrod (1910-1971)
1334. Paul Turán (1910-1976)
1335. Jacob Wolfowitz (1910-1981)
1336. Abraham Gelbart (1911-1994)
1337. Norman Levinson (1912-1975)
1338. Jean van Heijenoort (1912-1986)
1339. Nicolas Bourbaki (c. 1940)
1340. Paul Julius Oswald Teichmüller (1913-1943)
1341. Alan Mathison Turing (1913-1954)
1342. Andrzej Mostowski (1913-1975)
1343. Johannes de Groot (1914-1972)
1344. Lipman Bers (1914-1993)
1345. Iurii Vladimirovich Linnik (1915-1972)
1346. Leonard Jimmie Savage (1917-1971)
1347. Abraham Robinson (1918-1974)
1348. Hsien Chung Wang (1918-1978)
1349. Alfréd Rényi (1921-1970)
1350. Shimson Avraham Amitsur (1921-1994)
1351. Harish-Chandra Mehrotra (1923-1983)

1352. Daniel Gorenstein (1923-1992)
1353. Rufus Bowen (1947-1978)