

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej**ZAŁOŻENIA DO PLANU REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE II (zakres podstawowy z rozszerzeniem)**

Program nauczania: *Matematyka z plusem*, numer dopuszczenia DKW-4015-37/01.

Liczba godzin nauki w tygodniu: 5

Planowana liczba godzin w ciągu roku: 156

Szary ramką oznaczono treści nieobowiązkowe.

Podkreślenie dotyczy treści, które mimo, że nie są już objęte podstawą programową, warto omówić z uczniami.

Podręczniki i książki pomocnicze Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego:

Matematyka II. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy. Nowa wersja — M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

Matematyka II. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy z rozszerzeniem. Nowa wersja — M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

Matematyka II. Ćwiczenia — M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

Matematyka II. Zbiór zadań — M. Braun, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech, E. Zamościńska

Matematyka II. Sprawdziany — U. Sawicka-Patrzałek, D. Figura, B. Jeleńska, A. Wola, W. Urbańczyk

Matematyka II. Podręcznik dla liceum i technikum. Wersja dla nauczyciela. Część I i II — M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech, W. Urbańczyk

ROZKŁAD MATERIAŁU DLA KLASY II

	Liczba godzin
Wielomiany	23
Przykłady wielomianów	2
Rozkład wielomianu na czynniki	2
Równania wielomianowe	3
Dzielenie wielomianów	2
Twierdzenie Bezout	1
Równania wielomianowe (cd.)	2
Rozwiązania wymierne równań wielomianowych	2
Nierówności wielomianowe	2
Funkcje wielomianowe	2
Nierówności wielomianowe (cd.)	2

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

Powtórzenie i praca klasowa	3
Trygonometria	35
Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	1
Kąty o miarach dodatnich i ujemnych	1
Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	3
Związki między funkcjami trygonometrycznymi	2
Wykres funkcji $y=\sin x$	3
Wykres funkcji $y=\cos x$	3
Wykresy funkcji $y=\operatorname{tg} x$ i $y=\operatorname{ctg} x$	4
Miara łukowa kąta	2
Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej	2
Powtórzenie i praca klasowa	
Funkcje typu $y=a\sin x$, $y=\sin ax$...	2
Przekształcanie wykresów funkcji	2
Równania trygonometryczne	4
Powtórzenie i sprawdzian	3
Figury i przekształcenia	24
<u>Przekształcenia geometryczne. Symetrie</u>	2
Przesunięcie i <u>obrót</u>	2
Działania na wektorach	2
<u>Przekształcenia w układzie współrzędnych</u>	2
Wektory w układzie współrzędnych	2
Działania na wektorach (cd.)	2
Równanie prostej	3
Figury w układzie współrzędnych	3
Proste i okręgi	3

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

Powtórzenie i praca klasowa	3
Ciągi	20
Przykłady ciągów	2
Ciągi arytmetyczne	3
Ciągi geometryczne	3
Procent składany	3
<u>Granice ciągów</u>	2
<u>Obliczanie granic</u>	2
<u>Szeregi geometryczne</u>	2
Powtórzenie i praca klasowa	3
Funkcje wykładnicze. Funkcje logarytmiczne	20
Potęgi o wykładnikach rzeczywistych	2
Logarytmy	2
Własności logarytmów	2
Funkcje wykładnicze	2
Funkcje logarytmiczne	2
Równania i nierówności wykładnicze	2
Równania i nierówności logarytmiczne	2
Zastosowania funkcji wykładniczych i logarytmicznych	3
Powtórzenie i praca klasowa	3
Wielokąty. Figury podobne	21
Wielokąt wpisane w okrąg	2
Wielokąt opisane na okręgu	2
Twierdzenie sinusów	2
Twierdzenie cosinusów	3
Jednokładność	2

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

Wielokąty podobne	2
Cechy podobieństwa trójkątów. Twierdzenie Talesa	3
Pola figur podobnych	2
Powtórzenie i praca klasowa	3
Statystyka	9
Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta	2
Średnia ważona	2
Odchylenie standardowe	2
Powtórzenie i praca klasowa	3
RAZEM W CIĄGU ROKU	152

**PLAN REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE II WRAZ Z PLANEM WYNIKOWYM
(ZAKRES PODSTAWOWY Z ROZSZERZENIEM)**

Kategorie celów nauczania: A — zapamiętanie wiadomości, B — rozumienie wiadomości, C — stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych, D — stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych

Poziomy wymagań edukacyjnych: K — konieczny — ocena dopuszczająca (2), P — podstawowy — ocena dostateczna (3), R — rozszerzający — ocena dobra (4), D — dopełniający — ocena bardzo dobra (5), W — wykraczający — ocena celująca (6)

DZIAŁ PROGRAMOWY	JEDNOSTKA LEKCYJNA	JEDNOSTKA TEMATYCZNA	CELE KSZTAŁCENIA W UJĘCIU OPERACYJNYM WRAZ Z OKREŚLENIEM WYMAGAŃ			
			podstawowe			ponadpodstawowe
			KATEGORIA A Uczeń zna:	KATEGORIA B Uczeń rozumie:	KATEGORIA C Uczeń potrafi:	KATEGORIA D Uczeń potrafi:
	1	Lekcja organizacyjna.				
WIELOMIANY (23 h)	2–3	Przykłady wielomianów.	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie jednomianu (K) pojęcie wielomianu stopnia n (K) pojęcie wielomianu zerowego (K) pojęcie wielomianów równych (K) pojęcia: dwumian, trójmian, trójmian kwadratowy (K) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie jednomianu (K) pojęcie wielomianu stopnia n (K) pojęcie wielomianu zerowego (K) pojęcie wielomianów równych (K) pojęcia: dwumian, trójmian, trójmian kwadratowy (K) 	<ul style="list-style-type: none"> określać stopień wielomianu (K) dodawać, odejmować, mnożyć wielomiany (K–R) przekształcać wielomiany do najprostszej postaci (K–R) przedstawiać wyrażenia w postaci jednomianów (K–P) obliczać wartości wielomianów (K–P) obliczać, dla jakich wartości współczynników wielomiany są równe (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> wykonywać działania na wielomianach i przedstawiać otrzymane wielomiany w najprostszej postaci (R–D) obliczać wartości współczynników wielomianu, gdy dane są wartości wielomianu dla określonych wartości zmiennych (R–D) podawać przykłady wielomianów spełniających określone warunki (R–D)
	4–5	Rozkład wielomianu na czynniki.	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie rozkładu wielomianu na czynniki (K) wzory skróconego mnożenia: kwadrat sumy, kwadrat różnicy, różnica kwadratów dwóch wyrażeń (K), suma i różnica sześcianów, 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie rozkładu wielomianu na czynniki (K) wzory skróconego mnożenia: kwadrat sumy, kwadrat różnicy, różnica kwadratów dwóch wyrażeń (K), suma i różnica sześcianów, 	<ul style="list-style-type: none"> rozkładać wielomiany na czynniki, stosując: wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, wzory skróconego mnożenia – metodę grupowania wyrazów (K–D) 	<ul style="list-style-type: none"> określać, dla jakich wartości zmiennej wielomian przyjmuje wartości dodatnie, ujemne (P–D) uzasadniać, że dane wielomiany spełniają określone warunki (R–W)

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

			<p>sześcian sumy i sześcián różnicy dwóch wyrażeń (K-P)</p> <ul style="list-style-type: none"> wzór $(a-1)(1+a+\dots+a^{n-1})=a^n-1$(R) własność rozkładu wielomianu na czynniki stopnia co najwyżej drugiego (P) 	<p>sześcian sumy i sześcián różnicy dwóch wyrażeń (K-P)</p> <ul style="list-style-type: none"> wzór $(a-1)(1+a+\dots+a^{n-1})=a^n-1$(R) własność rozkładu wielomianu na czynniki stopnia co najwyżej drugiego (P) 		
6-8	Równania wielomianowe.	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie równania wielomianowego stopnia n (K) pojęcie pierwiastka wielomianu (K) pojęcie k-krotnego pierwiastka wielomianu (K) pojęcie postaci iloczynowej wielomianu drugiego stopnia (K) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie równania wielomianowego stopnia n (K) pojęcie pierwiastka wielomianu (K) pojęcie k-krotnego pierwiastka wielomianu (K) pojęcie postaci iloczynowej wielomianu drugiego stopnia (K) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać równania wielomianowe (K-D) znajdować pierwiastki danych wielomianów i ustalać ich krotności (P-D) 	<ul style="list-style-type: none"> podawać przykłady wielomianów spełniających określone warunki (R-W) ustalać liczbę rozwiązań równania wielomianowego (R-D) ustalać wartości parametrów, dla których wielomian ma określoną liczbę pierwiastków (R-D) 	
9-10	Dzielenie wielomianów.	<ul style="list-style-type: none"> określenie podzielności wielomianu przez dwumian (K) metodę dzielenia wielomianu przez jednomian (K) metodę dzielenia wielomianu przez dwumian (K-R) pojęcie reszty z dzielenia wielomianu przez dwumian (K-P) 	<ul style="list-style-type: none"> określenie podzielności wielomianu przez dwumian (K) metodę dzielenia wielomianu przez jednomian (K) metodę dzielenia wielomianu przez dwumian (K-R) pojęcie reszty z dzielenia wielomianu przez dwumian (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> dzielić wielomiany przez jednomiany i przez dwumiany (P-D) podawać przykłady wielomianów podzielnych przez dane dwumiany (P-R) obliczać resztę z dzielenia wielomianu (K) znajdować wielomiany spełniające określone warunki (P) wykonywać dzielenie wielomianu przez dwumian, korzystając ze schematu Hornera (R) 	<ul style="list-style-type: none"> znajdować wielomiany spełniające określone warunki (R-D) znajdować wielomiany spełniające określone warunki, korzystając ze schematu Hornera (R-D) 	
11	Twierdzenie Bezout.	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenie Bezout (K) własność wielomianu dotyczącą reszty z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $x-a$ (P) 	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenie Bezout (K) własność wielomianu dotyczącą reszty z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $x-a$ (P) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać równania, korzystając z twierdzenia Bezout (P-D) sprawdzać, że dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu (K) 	<ul style="list-style-type: none"> znajdować resztę z dzielenia wielomianu przez wielomian (R-W) rozwiązywać zadania, korzystając z twierdzenia Bezout (R-D) 	

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

	12-13	Równania wielomianowe (cd.).	<ul style="list-style-type: none"> • zastosowanie twierdzenia Bezout do rozwiązywania równań wielomianowych (P) • twierdzenie o rozwiązaniach całkowitych równania (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • potrzebę stosowania twierdzenia Bezout do rozwiązywania równań wielomianowych (P) • twierdzenie o rozwiązaniach całkowitych równania (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania wielomianowe, stosując twierdzenie o rozwiązaniach całkowitych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania, korzystając z twierdzenia o rozwiązaniach całkowitych równania wielomianowego (R-D)
	14-15	Rozwiązania wymierne równań wielomianowych.	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie o rozwiązaniach wymiernych równania wielomianowego (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie o rozwiązaniach wymiernych równania wielomianowego (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • sprawdzać, czy dana liczba wymierna jest rozwiązaniem równania wielomianowego (K-P) • znajdować wszystkie rozwiązania wymierne danych równań wielomianowych (PD) • uzasadniać niewymierność liczb, korzystając z twierdzenia o rozwiązaniach wymiernych (R-D) 	<ul style="list-style-type: none"> • uzasadniać, że dane równanie wielomianowe nie ma pierwiastków wymiernych (R-D) • określać, dla jakich wartości parametru dane równanie wielomianowe ma pierwiastek wymierny (R-D)
	16-17	Nierówności wielomianowe.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie nierówności wielomianowej (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie nierówności wielomianowej (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nierówności wielomianowe, wykorzystując wiedzę o znaku iloczynu dwóch liczb oraz wykresy funkcji liniowej i kwadratowej (P) • rozwiązywać nierówności wielomianowe, korzystając z twierdzenia Bezout (K-R) • określać dziedzinę funkcji (R-D) 	<ul style="list-style-type: none"> • określać, dla jakich wartości parametru zbiorem rozwiązań nierówności wielomianowej jest dany zbiór (R-D) • rozwiązywać zadania z zastosowaniem nierówności wielomianowych (R-D)
	18-19	Funkcje wielomianowe	<ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcie funkcji wielomianowej (K) ▪ własności funkcji wielomianowych (P) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcie funkcji wielomianowej (K) ▪ własności funkcji wielomianowych (P) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ badać własności funkcji wielomianowych (K-D) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ podawać przykłady funkcji wielomianowych spełniających określone warunki (R-D) ▪ szkicować wykresy funkcji wielomianowych (R-D)

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

	20-21	Nierówności wielomianowe (cd.).	<ul style="list-style-type: none"> ▪ sposób szkicowania wykresu przedstawiającego zmianę znaku wartości funkcji wielomianowej (K-P) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ sposób szkicowania wykresu przedstawiającego zmianę znaku wartości funkcji wielomianowej (K-P) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ rozwiązywać nierówności wielomianowe (K-D) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ znajdować argumenty, dla których dane funkcje wielomianowe spełniają określone warunki (R-D)
	22	Powtórzenie wiadomości.				
	23-24	Praca klasowa i jej omówienie.				
TRYGONOMETRIA (34h)	25	Funkcje trygonometryczne kąta ostrego .	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K) • wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30°, 45°, 60° (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać trójkąty prostokątne (P-R) • konstruować kąty ostre, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych (K-P) • korzystać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania stosując wiadomości o funkcjach trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (R-D) • porządkować kąty ostre, znając wartości ich funkcji trygonometrycznych i odwrotnie (R-D)
	26	Kąty o miarach dodatnich i ujemnych.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: kąt o mierze dodatniej, kąt o mierze ujemnej (K) • pojęcie kąta umieszczonego w układzie współrzędnych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: kąt o mierze dodatniej, kąt o mierze ujemnej (K) • pojęcie kąta umieszczonego w układzie współrzędnych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • rysować kąty dodatnie i ujemne o danych miarach (K) • zaznaczać w układzie współrzędnych kąty o podanych miarach (K-P) • ustalać, w której ćwiartce układu współrzędnych leży drugie ramię kąta o podanej mierze (K-P) 	<ul style="list-style-type: none"> • podawać przykłady kątów spełniających określone warunki (R)
	27-29	Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	<ul style="list-style-type: none"> • definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta (K) • znaki wartości funkcji trygonometrycznych kątów z poszczególnych ćwiartek układu współrzędnych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta (K-P) • ustalać znaki wartości funkcji trygonometrycznych 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów dodatnich i ujemnych, wykorzystując definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

			<ul style="list-style-type: none"> • zależności: $\sin(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \sin \alpha$ $\cos(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \cos \alpha$ $\operatorname{tg}(\alpha + k \cdot 180^\circ) = \operatorname{tg} \alpha$ $\operatorname{ctg}(\alpha + k \cdot 180^\circ) = \operatorname{ctg} \alpha$ (P) 		kątów z poszczególnych ćwiartek układu (K) <ul style="list-style-type: none"> • określać, w której ćwiartce układu leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych kąta (K–P) • obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu $y = ax$ (P) • rysować w układzie kąt, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych (K–P) 	trójkącie prostokątne oraz wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ (P–D) <ul style="list-style-type: none"> • podawać wszystkie kąty spełniające określone warunki, korzystając z definicji funkcji trygonometrycznych (R–D) • obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów (R–D)
30-31	Związki między funkcjami trygonometrycznymi.	<ul style="list-style-type: none"> • związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta (tożsamości trygonometryczne) (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich (K–R) • sprawdzać tożsamości trygonometryczne (P–D) • upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne (P–D) • ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierającego funkcje trygonometryczne (PD) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne (R–D) 	
32-34	Wykres funkcji $y = \sin \alpha$.	<ul style="list-style-type: none"> • sposób sporządzania wykresu funkcji $y = \sin \alpha$ (P) • własności funkcji $y = \sin \alpha$ (K) • wzór na pole 	<ul style="list-style-type: none"> • własności funkcji $y = \sin \alpha$ (K) • wzór na pole trójkąta, gdy dane są długości dwóch jego boków i sinus kąta 	<ul style="list-style-type: none"> • narysować wykres funkcji $y = \sin \alpha$, wykorzystując koło trygonometryczne (P) • odczytywać z wykresu własności 	<ul style="list-style-type: none"> • ustalać wartości funkcji sinus dowolnego kąta, wykorzystując tablice wartości funkcji trygonometrycznych 	

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

			<p>trójkąta, gdy dane są długości dwóch jego boków i sinus kąta zawartego między nimi (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> wzory: $\sin \alpha = \sin (\alpha + k \cdot 360^\circ)$, $\sin \alpha = \sin (180^\circ - \alpha)$ $\sin (-\alpha) = -\sin \alpha$ (P) 	<p>zawartego między nimi (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> wzory: $\sin \alpha = \sin (\alpha + k \cdot 360^\circ)$, $\sin \alpha = \sin (180^\circ - \alpha)$ $\sin (-\alpha) = -\sin \alpha$ (P) 	<p>funkcji $y = \sin \alpha$</p> <ul style="list-style-type: none"> ustalać znak i porównywać wartości funkcji sinus dla podanego kąta, korzystając z sinusoidy (K-P) obliczać i porównywać wartości funkcji sinus dla podanych kątów, posługując się sinusoidą (K-P) obliczać pole trójkąta, gdy dane są długości dwóch jego boków i sinus kąta zawartego między nimi (K-P) rozwiązywać zadania z zastosowaniem wzoru na pole trójkąta (P) 	<p>oraz: $\sin \alpha = \sin (\alpha + k \cdot 360^\circ)$, $\sin \alpha = \sin (180^\circ - \alpha)$ $\sin (-\alpha) = -\sin \alpha$ (R)</p> <ul style="list-style-type: none"> znajdować argumenty, dla których funkcja sinus spełnia określone warunki (R-D)
35-37	Wykres funkcji $y = \cos \alpha$.	<ul style="list-style-type: none"> związek $\cos \alpha = \sin (\alpha + 90^\circ)$ (K) sposoby sporządzania wykresu funkcji $y = \cos \alpha$ (P) własności funkcji $y = \cos \alpha$ (K) wzory: $\cos \alpha = \cos (\alpha + k \cdot 360^\circ)$, $\cos \alpha = -\cos (180^\circ - \alpha)$ $\cos (-\alpha) = \cos \alpha$ (P) 	<ul style="list-style-type: none"> związek $\cos \alpha = \sin (\alpha + 90^\circ)$ (K) sposoby sporządzania wykresu funkcji $y = \cos \alpha$ (P) własności funkcji $y = \cos \alpha$ (K) 	<ul style="list-style-type: none"> narysować wykres funkcji $y = \cos \alpha$, wykorzystując koło trygonometryczne (K) lub związek $\cos \alpha = \sin (\alpha + 90^\circ)$ (K) odczytywać z wykresu własności funkcji $y = \cos \alpha$ (K-R) ustalać znak funkcji cosinus dla podanego kąta, korzystając z cosinusoidy (K-P) obliczać wartości funkcji cosinus dla podanych kątów, wykorzystując cosinusoidę (K-P) porównywać wartości i własności funkcji $y = \sin \alpha$ i $y = \cos \alpha$ (K-P) 	<ul style="list-style-type: none"> ustalać wartości funkcji cosinus dowolnego kąta, wykorzystując tablice wartości funkcji trygonometrycznych oraz wzory: $\cos \alpha = \cos (\alpha + k \cdot 360^\circ)$, $\cos \alpha = -\cos (180^\circ - \alpha)$ $\cos (-\alpha) = \cos \alpha$ (R) znajdować argumenty, dla których wartości funkcji cosinus spełniają określone warunki (R-D) ustalać argumenty, dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki (R-D) 	

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

38-41	Wykres funkcji $y = \operatorname{tg} \alpha$ i $y = \operatorname{ctg} \alpha$.	<ul style="list-style-type: none"> wykres funkcji $y = \operatorname{tg} \alpha$ (K) pojęcie asymptoty wykresu (P) własności funkcji $y = \operatorname{tg} \alpha$ i $y = \operatorname{ctg} \alpha$ (K) związki: $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\alpha + 180^\circ)$ $\operatorname{ctg} \alpha = -\operatorname{ctg}(\alpha + 90^\circ)$(P) zasadę sporządzania wykresów funkcji: $y = -f(x)$, $y = f(x + a)$, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$(P) wzory na sinus (cosinus) sumy oraz różnicy dwóch kątów (R) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie asymptoty wykresu (P) własności funkcji $y = \operatorname{tg} \alpha$ i $y = \operatorname{ctg} \alpha$ (K) związki: $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\alpha + 180^\circ)$ $\operatorname{ctg} \alpha = -\operatorname{ctg}(\alpha + 90^\circ)$(P) zasadę sporządzania wykresów funkcji: $y = -f(x)$, $y = f(x + a)$, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$(P) 	<ul style="list-style-type: none"> narysować wykres funkcji $y = \operatorname{tg} \alpha$, wykorzystując koło trygonometryczne (P) odczytywać własności funkcji $y = \operatorname{tg} \alpha$ z wykresu (R) narysować wykres funkcji $y = \operatorname{ctg} \alpha$ (P) odczytywać własności funkcji $y = \operatorname{ctg} \alpha$ z wykresu (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> ustalać argumenty, dla których wartości funkcji trygonometrycznych spełniają określone warunki (R–D) ustalać wartości funkcji tangens i cotangens dowolnego kąta, wykorzystując tablice oraz związki: $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\alpha + k \cdot 180^\circ)$ $\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg}(\alpha + k \cdot 180^\circ)$, $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$ (R) znajdować argumenty, dla których wartości funkcji tangens oraz cotangens spełniają określone warunki (R–D) rozwiązywać zadania z zastosowaniem wzorów na sinus oraz cosinus sumy i różnicy dwóch kątów (D–W)
42-43	Miara łukowa kąta.	<ul style="list-style-type: none"> wzór na długość łuku (K) definicję miary łukowej kąta środkowego (K) zależność między miarą łukową a stopniową kąta (K) 	<ul style="list-style-type: none"> wzór na długość łuku (K) definicję miary łukowej kąta środkowego (K) jednostkę miary łukowej kąta (K) zależność między miarą łukową a stopniową kąta (K) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać miarę łukową kąta środkowego (K–P) rozwiązywać zadania, stosując wzór na miarę łukową kąta środkowego (K–P) zamieniać miarę łukową kąta na miarę stopniową i odwrotnie (K–P) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej (R–D)
44-45	Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej.	<ul style="list-style-type: none"> własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej (P–D) własności funkcji: okresowość, 	<ul style="list-style-type: none"> własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej (P–D) własności funkcji: okresowość, 	<ul style="list-style-type: none"> rysować wykresy funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej i określać ich własności (P–D) 	<ul style="list-style-type: none"> określać własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej (okresowość,

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

			parzystość, nieparzystość (P-R)	parzystość, nieparzystość (P-R)	• wyznaczać argumenty, dla których funkcje trygonometryczne przyjmują określone wartości (P-R)	parzystość, nieparzystość (R) • wyznaczać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają dane warunki (R-D)
	46	Powtórzenie wiadomości.				
	47-48	Praca klasowa i jej omówienie.				
	49-50	Funkcje typu $y = \sin ax$, $y = a \sin x \dots$	• zasady sporządzania wykresów funkcji typu $y = \sin ax$, $y = a \sin x \dots$ (P-R)	• zasady sporządzania wykresów funkcji typu $y = \sin ax$, $y = a \sin x \dots$ (P-R)	• rysować wykresy funkcji $y = \sin ax$, $y = a \sin x \dots$ (P-R) • odczytywać własności funkcji typu $y = \sin ax$, $y = a \sin x \dots$, korzystając z wykresów (R-D)	• określać wzory funkcji $y = \sin ax$, $y = a \sin x \dots$ spełniających określone warunki (R-D) • rysować wykresy funkcji $y = \sin ax$, $y = a \sin x \dots$ określać ich własności (R-W)
	51-52	Przekształcanie wykresów funkcji.	• zasady sporządzania wykresów funkcji: $y = -f(x)$, $y = f(x+a)+b$, $y = f(x) $, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$ (P-D)	• zasady sporządzania wykresów funkcji: $y = -f(x)$, $y = f(x+a)+b$, $y = f(x) $, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$ (P-D)	• sporządzać wykresy przekształconych funkcji, mając dany wykres funkcji $y = f(x)$ (P-D) • odczytywać własności funkcji z wykresów (P-D)	• przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych (R-W)
	53-56	Równania trygonometryczne.	• sposoby rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych (P-D) • sposoby zapisywania rozwiązań (P-R) • niektóre wzory trygonometryczne (D)	• sposoby wykorzystania wykresów funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania równań i nierówności (P-R) • sposoby rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych (P-D)	• rozwiązywać równania trygonometryczne postaci $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$ (PR) • rozwiązywać proste nierówności trygonometryczne, np. $\sin x \geq a$ (P-D)	• rozwiązywać trudniejsze równania i nierówności trygonometryczne (R-W) np. $\sin 2x = 1/2$ $\sin^2 x + \cos x = 1$ $\cos 2x < 1/2$
	57-59	Powtórzenie i sprawdzian.				
FIGURY I PRZEKSZTAŁCENIA (24 h)	60-61	<u>Przekształcenia geometryczne.</u> <u>Symetrie.</u>	• <u>pojęcia</u> <u>przekształcenia</u> <u>geometrycznego (K)</u>	• <u>pojęcia</u> <u>przekształcenia</u> <u>geometrycznego (K)</u>	• <u>wyznaczać punkty</u> <u>symetryczne do</u> <u>danych punktów</u>	• <u>rozwiązywać</u> <u>zadania z</u> <u>zastosowaniem</u>

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

			<ul style="list-style-type: none"> • <u>pojęcie izometrii (P)</u> • <u>pojęcie obrazu punktu (figury) w przekształceniu geometrycznym (K)</u> • <u>pojęcia: symetria osiowa i środkowa (K)</u> • <u>pojęcia: figura osiowosymetryczna oraz oś symetrii figury (K)</u> • <u>pojęcia: figura środkowosymetryczna oraz środek symetrii figury (K)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>pojęcie izometrii (P)</u> • <u>pojęcie obrazu punktu (figury) w przekształceniu geometrycznym (K)</u> • <u>pojęcia: symetria osiowa i środkowa (K)</u> • <u>pojęcia: figura osiowosymetryczna oraz oś symetrii figury (K)</u> • <u>pojęcia: figura środkowosymetryczna oraz środek symetrii figury (K)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>względem danej prostej oraz proste, względem których dane punkty są symetryczne (K-P)</u> • <u>wskazywać figury osiowo i środkowosymetryczne (K-P)</u> • <u>wskazywać osie i środki symetrii danych figur (K-P)</u> • <u>wyznaczać punkty (figury) symetryczne do danych względem danego punktu (K-P)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>symetrii osiowej i środkowej (R-D)</u>
62-63	Przesunięcie i <u>obrót</u>	<ul style="list-style-type: none"> • <u>pojęcia: wektor, wektor zerowy, wektory równe, wektory przeciwne (K)</u> • <u>pojęcie przesunięcia równoległego o wektor (K)</u> • <u>pojęcie obrotu wokół punktu o dany kąt (P)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>pojęcia: wektor, wektor zerowy, wektory równe, wektory przeciwne (K)</u> • <u>pojęcie przesunięcia równoległego o wektor (K)</u> • <u>pojęcie obrotu wokół punktu o dany kąt (P)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>wskazywać wektory równe i wektory przeciwne (K)</u> • <u>wskazywać obrazy punktów w przesunięciu równoległym o dany wektor (K)</u> • <u>rysować obrazy figur w przesunięciu równoległym o dany wektor (K-P)</u> • <u>wskazywać obrazy punktów w obrocie wokół danego punktu o dany kąt (P-R)</u> • <u>znajdować miarę kąta obrotu (P)</u> • <u>rysować obrazy figur w obrocie wokół punktu o dany kąt (P-R)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>rozwiązywać zadania z zastosowaniem przesunięcia równoległego i <u>obrotu</u> (R-D)</u> 	

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

64–65	Działania na wektorach.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: suma wektorów, różnica wektorów, iloczyn wektora przez liczbę (K–P) • własności działań na wektorach (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: suma wektorów, różnica wektorów, iloczyn wektora przez liczbę (K–P) • własności działań na wektorach (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • wykonywać działania na wektorach (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem działań na wektorach (R–D) • uzasadniać twierdzenia, korzystając z własności wektorów i własności działań na wektorach (R–W)
66–67	Przekształcenia w układzie współrzędnych.	<ul style="list-style-type: none"> • zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi układu współrzędnych (K) • zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem początku układu współrzędnych (K) • wzór na współrzędne środka odcinka (K) • wzór na odległość punktów na płaszczyźnie (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi układu współrzędnych (K) • zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem początku układu współrzędnych (K) • wzór na współrzędne środka odcinka (K) • wzór na odległość punktów na płaszczyźnie (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać współrzędne punktów symetrycznych do danych punktów względem osi lub początku układu współrzędnych (K) • wyznaczać współrzędne obrazów danych punktów w symetrii względem prostej równoległej do osi x oraz osi y (P) • wyznaczać równanie prostej, względem której dane punkty są symetryczne (P) • wyznaczać środek symetrii figury złożonej z dwóch punktów (K–P) • obliczać odległość punktów na płaszczyźnie (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania, korzystając z zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi lub początku układu współrzędnych (R) • rozwiązywać zadania z zastosowaniem przekształceń w układzie współrzędnych (R–D)
68–69	Wektory w układzie współrzędnych.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: współrzędne wektora, długość wektora (K) • wzór określający współrzędne obrazu 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: współrzędne wektora, długość wektora (K) • wzór określający współrzędne obrazu 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać współrzędne i długości wektorów (K–P) • obliczać współrzędne obrazów punktów w 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać wartości parametrów, dla których wektor spełnia określone warunki (R–D)

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

			punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor (K)	punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor (K)	przesunięciu równoległym o dany wektor (K–P)	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania współrzędnych i długości wektorów oraz współrzędnych obrazów punktów w przesunięciach równoległych o dane wektory (R–D)
70-71	Działania na wektorach (cd.).	<ul style="list-style-type: none"> • wzory na współrzędne sumy, różnicy wektorów oraz współrzędne iloczynu danego wektora przez liczbę (K) • warunek równoległości wektorów (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • wzory na współrzędne sumy, różnicy wektorów oraz współrzędne iloczynu danego wektora przez liczbę (K) • warunek równoległości wektorów (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać współrzędne sumy oraz różnicy danych wektorów (K–P) • obliczać współrzędne iloczynu danego wektora przez liczbę (K–P) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania współrzędnych sumy, różnicy danych wektorów oraz iloczynu danego wektora przez liczbę (R–D) • rozwiązywać zadania z zastosowaniem warunku równoległości wektorów (R–D) 	
72-74	Równanie prostej.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ogólne równanie prostej, kierunkowe równanie prostej (K) • pojęcie współczynnika kierunkowego prostej (K) • związek między tangensem kąta nachylenia prostej $y = ax + b$ do osi x a jej współczynnikiem kierunkowym (P) • warunek równoległości prostych (K) • warunek prostopadłości prostych (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ogólne równanie prostej, kierunkowe równanie prostej (K) • pojęcie współczynnika kierunkowego prostej (K) • związek między tangensem kąta nachylenia prostej $y = ax + b$ do osi x a jej współczynnikiem kierunkowym (P) • interpretację geometryczną układu dwóch równań liniowych (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • przekształcać ogólne równanie prostej na równanie kierunkowe i odwrotnie (K) • obliczać współrzędne punktów przecięcia danej prostej z osiami układu (K) • znajdować równanie prostej: <ul style="list-style-type: none"> – przechodzącej przez dwa dane punkty – przechodzącej przez dany punkt i równoległej do danej prostej – przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do danej prostej (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać, dla jakich wartości parametrów dany układ dwóch równań liniowych ma określoną liczbę rozwiązań (R–D) • obliczać miarę kąta, pod jakim przecinają się proste o danych równaniach (R–D) • rozwiązywać zadania dotyczące równania prostej (R–W) 	

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

					<ul style="list-style-type: none"> • określać liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej (P–R) • sprawdzać, czy dane trzy punkty są współliniowe (P) 	
	75-77	Figury w układzie współrzędnych.	<ul style="list-style-type: none"> • interpretację geometryczną zbioru punktów, których współrzędne spełniają określone warunki (K–R) • równanie okręgu (P) • warunek koła (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • interpretację geometryczną zbioru punktów, których współrzędne spełniają określone warunki (K–R) • równanie okręgu (P) • warunek koła (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • zaznaczać w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają określone warunki, i opisywać zaznaczone zbiory punktów (P–D) • rozwiązywać zadania dot. okręgu (P–R) • opisać koło za pomocą nierówności (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem równania okręgu (P–D)
	78-80	Proste i okręgi.	<ul style="list-style-type: none"> • sposoby wzajemnego położenia prostej i okręgu na płaszczyźnie (K) • wzór określający odległość punktu od prostej (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • sposoby wzajemnego położenia prostej i okręgu na płaszczyźnie (K) • wzór określający odległość punktu od prostej (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać współrzędne punktów wspólnych: <ul style="list-style-type: none"> – prostych i okręgów – dwóch okręgów – okręgu i paraboli (P–D) • obliczać: <ul style="list-style-type: none"> – odległość punktu od prostej – odległość między dwoma prostymi (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać równania okręgów spełniających określone warunki (R–D) • wyznaczać równania stycznych do danych okręgów spełniających określone warunki (R–D) • rozwiązywać zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz obliczania odległości punktu od prostej (R)
	81	Powtórzenie wiadomości.				
	82-83	Praca klasowa i jej omówienie.				
CIAŁGI (20 h)	84-85	Przykłady ciągów.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg, wyrazy ciągu (K) • pojęcia: ciąg skończony, ciąg nieskończony (K) • pojęcie ciągu 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg, wyrazy ciągu (K) • pojęcia: ciąg skończony, ciąg nieskończony (K) • pojęcie ciągu 	<ul style="list-style-type: none"> • zapisywać dowolne wyrazy ciągów na podstawie ich wzorów ogólnych (K–P) • zapisywać dowolne wyrazy ciągów na 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać sumę k początkowych wyrazów ciągu na podstawie jego wzoru ogólnego (R–D) • obliczać kolejne

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

			<p>liczbowego(K)</p> <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie wzoru ogólnego ciągu (K–P) • pojęcie wzoru rekurencyjnego ciągu (K–P) • pojęcia: monotoniczność ciągu, ciąg malejący, ciąg rosnący, ciąg stały (K) 	<p>liczbowego (K)</p> <ul style="list-style-type: none"> • sposób określania ciągu za pomocą wzoru ogólnego (K–P) • sposób określania ciągu za pomocą wzoru rekurencyjnego (P–R) • pojęcia: ciąg malejący, ciąg rosnący, ciąg stały (K) 	<p>podstawie ich wzorów rekurencyjnych (K–P)</p> <ul style="list-style-type: none"> • podawać przykłady ciągów (K–P) • określać monotoniczność ciągu na podstawie wzoru ogólnego (P–R) • określać monotoniczność ciągu na podstawie wzoru rekurencyjnego (P–R) • określać ciąg za pomocą wzoru ogólnego (P–D) • określać ciąg za pomocą wzoru rekurencyjnego (P) 	<p>wyrazy ciągu oraz określać ogólny wzór ciągu na podstawie danego wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu (P–R)</p> <ul style="list-style-type: none"> • znajdować wzór ogólny ciągu określonego rekurencyjnie (R–W)
86-88	Ciągi arytmetyczne.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg arytmetyczny, różnica ciągu arytmetycznego (K) • wzór ogólny ciągu arytmetycznego (K) • wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg arytmetyczny, różnica ciągu arytmetycznego (K) • wzór ogólny ciągu arytmetycznego (K) • wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać różnicę i kolejne wyrazy danego ciągu arytmetycznego (K) • obliczać dowolne wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jeden wyraz i różnica ciągu lub dwa dowolne wyrazy tego ciągu (K–R) • podawać przykłady ciągów arytmetycznych spełniających dane warunki (K–P) • zapisywać wzory ciągów arytmetycznych (P–R) • zapisywać wzory ogólne ciągów arytmetycznych określonych rekurencyjnie i odwrotnie (P–R) • obliczać sumę kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • określać wartości parametru, dla którego podane wyrażenia są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego (R) • rozwiązywać zadania dotyczące ciągu arytmetycznego (R–D) • rozwiązywać równania, których jedna strona jest sumą wyrazów ciągu arytmetycznego (R–D) 	

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

					<ul style="list-style-type: none"> • sprawdzać, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu arytmetycznego (P–R) • ustalać, ile wyrazów ma podany ciąg arytmetyczny (P–R) 	
89-91	Ciągi geometryczne.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg geometryczny, iloraz ciągu geometrycznego (K) • wzór ogólny ciągu geometrycznego (K) • wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (K) • pojęcie średniej geometrycznej dwóch liczb nieujemnych (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: ciąg geometryczny, iloraz ciągu geometrycznego (K) • wzór ogólny ciągu geometrycznego (K) • wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (K) • pojęcie średniej geometrycznej dwóch liczb nieujemnych (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać ilorazy oraz kolejne wyrazy danych ciągów geometrycznych (K–P) • sprawdzać, czy podany ciąg jest ciągiem geometrycznym (K–P) • zapisywać dowolne wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dany jest: <ul style="list-style-type: none"> – iloraz i dowolny wyraz tego ciągu – dwa dowolne wyrazy ciągu geometrycznego (K–R) • sprawdzać, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu geometrycznego (P–R) • określać monotoniczność ciągów geometrycznych (R) • zapisywać wzory ogólne ciągów geometrycznych określonych rekurencyjnie i odwrotnie (P–D) • obliczać sumę wyrazów ciągu geometrycznego (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartości zmiennych, które wraz z danymi liczbami tworzą ciąg geometryczny (R–D) • rozwiązywać zadania dotyczące ciągów geometrycznych (R–W) 	
92-94	Procent składany.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: procent prosty, procent składany (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: procent prosty, procent składany (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem procentu prostego i składanego (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem procentu prostego i składanego (R–D) 	

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

	95-96	<u>Granice ciągów</u>	<ul style="list-style-type: none"> definicję granicy ciągu (P) pojęcia: ciąg zbieżny, ciąg rozbieżny, ciąg rozbieżny do $+\infty$, ciąg rozbieżny do $-\infty$, warunek zbieżności i rozbieżności ciągu geometrycznego (P) pojęcie liczby e (P) 	<ul style="list-style-type: none"> definicję granicy ciągu (P) pojęcia: <u>ciąg zbieżny</u>, <u>ciąg rozbieżny</u>, <u>ciąg rozbieżny do $+\infty$</u>, <u>ciąg rozbieżny do $-\infty$</u>, warunek zbieżności i rozbieżności ciągu geometrycznego (P) pojęcie liczby e (P) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać granice niektórych ciągów (P-D) podawać przykłady ciągów zbieżnych oraz rozbieżnych (P) określać zbieżność oraz rozbieżność ciągu na podstawie jego wykresu (P-D) 	<ul style="list-style-type: none"> na podstawie wzoru ogólnego określać zbieżność oraz rozbieżność ciągu (R-D) określać wartość parametru, dla którego granica danego ciągu spełnia określone warunki (R-D)
	97-98	<u>Obliczanie granic</u>	<ul style="list-style-type: none"> własności granic ciągów (P) własności granic ciągów rozbieżnych (P) symbole nieoznaczone (P) 	<ul style="list-style-type: none"> własności granic ciągów (P) własności granic ciągów rozbieżnych (P) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać granice ciągów z wykorzystaniem własności granic (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać granice ciągów z wykorzystaniem własności granic (R-D)
	99-100	<u>Szeregi geometryczne</u>	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie szeregu geometrycznego (P) wzór na sumę <u>wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o ilorazie $q < 1$</u> (P) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie szeregu geometrycznego (P) wzór na sumę <u>wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o ilorazie $q < 1$</u> (P) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać sumy szeregów geometrycznych (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania z zastosowaniem <u>obliczania sum szeregów geometrycznych</u> (R-D)
	101	Powtórzenie wiadomości.				
	102-103	Praca klasowa i jej omówienie.				
FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE (20 h)	104-105	Potęgi o wykładnikach rzeczywistych	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia potęg o wykładnikach : <ul style="list-style-type: none"> całkowitym (K) wymiernym (K) rzeczywistym (P) prawa działań na potęgach (K) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia potęg o wykładnikach : <ul style="list-style-type: none"> całkowitym (K) wymiernym (K) rzeczywistym (P) prawa działań na potęgach (K) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać potęgi o wykładnikach wymiernych (K-R) zapisywać liczby w postaci potęg (K) wykonywać działania na potęgach (K-R) porównywać potęgi o wykładnikach rzeczywistych (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania z zastosowaniem działań na potęgach (R-D)
	106-107	Logarytmy.	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie logarytmu (K) pojęcia: logarytm dziesiętny oraz logarytm naturalny (K) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie logarytmu (K) pojęcia: logarytm dziesiętny oraz logarytm naturalny (K) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać logarytmy (K-R) wykorzystywać kalkulator do obliczania logarytmów 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania z zastosowaniem definicji oraz własności logarytmów (R-D)

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

			<ul style="list-style-type: none"> własności logarytmów (K–P) 	<ul style="list-style-type: none"> własności logarytmów (K–P) 	<ul style="list-style-type: none"> dziesiętnych oraz naturalnych (K–P) rozwiązywać równania, stosując definicję logarytmu (K–R) 	
108-109	Własności logarytmów.	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenia o: <ul style="list-style-type: none"> logarytmie iloczynu logarytmie ilorazu logarytmie potęgi zmianie podstawy logarytmu (P) 	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenia o: <ul style="list-style-type: none"> logarytmie iloczynu logarytmie ilorazu logarytmie potęgi zmianie podstawy logarytmu (P) 	<ul style="list-style-type: none"> wykonywać działania na logarytmach, stosując poznane twierdzenia (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń (R–D) 	
110-111	Funkcje wykładnicze.	<ul style="list-style-type: none"> definicję funkcji wykładniczej (K) własności funkcji wykładniczych (P) 	<ul style="list-style-type: none"> definicję funkcji wykładniczej (K) własności funkcji wykładniczych (P) 	<ul style="list-style-type: none"> sporządzać wykresy i określać własności funkcji wykładniczych (P–R) dopasowywać wzory do wykresów funkcji wykładniczych (P–R) określać wzory funkcji wykładniczych spełniających określone warunki (R–D) 	<ul style="list-style-type: none"> przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (R–W) rozwiązywać zadania z zastosowaniem funkcji wykładniczych i ich własności (R–W) 	
112-113	Funkcje logarytmiczne.	<ul style="list-style-type: none"> definicję funkcji logarytmicznej (K) własności funkcji logarytmicznych (P) 	<ul style="list-style-type: none"> definicję funkcji logarytmicznej (K) własności funkcji logarytmicznych (P) 	<ul style="list-style-type: none"> sporządzać wykresy i określać własności funkcji logarytmicznych (P–R) dopasowywać wzory do wykresów funkcji logarytmicznych (PR) określać wzory funkcji logarytmicznych spełniających dane warunki (R–D) 	<ul style="list-style-type: none"> przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (R–W) rozwiązywać zadania z zastosowaniem funkcji logarytmicznych i ich własności (R–W) 	
114-115	Równania i nierówności wykładnicze.	<ul style="list-style-type: none"> własność różnowartościowości funkcji wykładniczej (K) sposoby rozwiązywania równań wykładniczych (K–R) sposoby rozwiązywania nierówności wykładniczych (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> własność różnowartościowości funkcji wykładniczej (K) sposoby rozwiązywania równań wykładniczych (K–R) sposoby rozwiązywania nierówności wykładniczych (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać równania wykładnicze (K–R) rozwiązywać nierówności wykładnicze (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze (R–W) 	

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

	116-117	Równania i nierówności logarytmiczne.	<ul style="list-style-type: none"> własność różnowartościowości funkcji logarytmicznej(K) sposoby rozwiązywania równań logarytmicznych (K–R) sposoby rozwiązywania nierówności logarytmicznych (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> własność różnowartościowości funkcji logarytmicznej(K) sposoby rozwiązywania równań logarytmicznych (K–R) sposoby rozwiązywania nierówności logarytmicznych (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać równania logarytmiczne (K–R) rozwiązywać nierówności logarytmiczne (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne (R–W)
	118-120	Zastosowania funkcji wykładniczych i logarytmicznych.		<ul style="list-style-type: none"> potrzebę stosowania funkcji wykładniczych i logarytmicznych do opisu zjawisk z różnych dziedzin (R–W) 	<ul style="list-style-type: none"> określać własności funkcji wykładniczych i logarytmicznych opisujących zjawiska z różnych dziedzin (D) 	<ul style="list-style-type: none"> stosować model wykładniczy do opisu wielkości, które zmieniają się w stałym tempie (R–W)
	121	Powtórzenie wiadomości.				
	122-123	Praca klasowa i jej omówienie.				
WIEŁOKĄTY. FIGURY PODOBNE (21 h)	124-125	Wielokąty wpisane w okrąg.	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia: symetralna odcinka, wielokąt wpisany w okrąg (K) własność symetralnej odcinka (K) warunek opisanie okręgu na wielokącie (K) warunek opisanie okręgu na czworokącie (K) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia: symetralna odcinka, wielokąt wpisany w okrąg (K) własność symetralnej odcinka (K) warunek opisanie okręgu na wielokącie (K) warunek opisanie okręgu na czworokącie (K) 	<ul style="list-style-type: none"> konstruować symetralną odcinka (K) konstruować okrąg opisany na trójkącie (K) rozwiązywać zadania z zastosowaniem warunku opisanie okręgu na czworokącie (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania związane z okręgami opisanymi na wielokątach (R–D)
	126-127	Wielokąty opisane na okręgu.	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia: dwusieczna kąta, wielokąt opisany na okręgu (K) własność dwusiecznej kąta (K) warunek wpisania okręgu w wielokąt (K) warunek wpisania okręgu w czworokąt (K) twierdzenie o polu wielokąta opisanego na okręgu (P) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia: dwusieczna kąta, wielokąt opisany na okręgu (K) własność dwusiecznej kąta (K) warunek wpisania okręgu w wielokąt (K) warunek wpisania okręgu w czworokąt (K) twierdzenie o polu wielokąta opisanego na okręgu (P) 	<ul style="list-style-type: none"> konstruować dwusieczną kąta (K) konstruować okrąg wpisany w trójkąt (K) rozwiązywać zadania z zastosowaniem warunku wpisania okręgu w czworokąt (K–R) rozwiązywać zadania z zastosowaniem twierdzenia o polu wielokąta opisanego na okręgu (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania związane z okręgami wpisanymi w wielokąty (R–D)
	128-129	Twierdzenie sinusów.	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenie sinusów (P) uogólnienie twierdzenia sinusów (P) 	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenie sinusów (P) uogólnienie twierdzenia sinusów (P) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać miary kątów oraz długości boków trójkątów z twierdzenia sinusów (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania stosując twierdzenie sinusów (R–D)

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

130-132	Twierdzenie cosinusów.	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie cosinusów (P) • uogólnienie twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie cosinusów (P) • uogólnienie twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać miary kątów oraz długości boków trójkątów z zastosowaniem twierdzenia cosinusów (R) • rozwiązywać zadania, stosując uogólnione twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem twierdzenia cosinusów (R–D)
133-134	Jednokładność.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie jednokładności (K) • własności figur jednokładnych (K–P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie jednokładności (K) • własności figur jednokładnych (K–P) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznawać figury jednokładne (K) • konstruować figury jednokładne (P–R) • obliczać współrzędne obrazów punktów w jednokładności o danym środku i skali (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać współrzędne środka jednokładności, gdy dane są współrzędne punktu i jego obrazu (P–R) • obliczać skalę jednokładności, gdy dane są współrzędne środka jednokładności oraz punktu i jego obrazu (P–R) • rozwiązywać zadania, stosując definicję i własności jednokładności (RD)
135-136	Wielokąty podobne.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie figur podobnych (K) • pojęcie skali podobieństwa (K) • własności figur podobnych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie figur podobnych (K) • pojęcie skali podobieństwa (K) • własności figur podobnych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznawać figury podobne (K–P) • znajdować długości boków wielokątów podobnych, gdy dana jest skala podobieństwa i odwrotnie (R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem własności podobieństwa (R–D)
137-139	Cechy podobieństwa trójkątów. Twierdzenie Talesa.	<ul style="list-style-type: none"> • cechy podobieństwa trójkątów (K) • twierdzenie Talesa (K) • twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • cechy podobieństwa trójkątów (K) • twierdzenie Talesa (K) • twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem cech podobieństwa trójkątów (K–R) • stosować twierdzenie Talesa oraz twierdzenie do niego odwrotne w zadaniach rachunkowych (P–R) • stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych (PR) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia do niego odwrotnego (R–D)

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

	140-141	Pola figur podobnych.	<ul style="list-style-type: none"> • zależność między stosunkiem pól figur podobnych a skalą podobieństwa (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • zależność między stosunkiem pól figur podobnych a skalą podobieństwa (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać pola figur podobnych (P–R) • obliczać skalę podobieństwa, gdy dane są pola figur podobnych (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania dotyczące pól figur podobnych (R–D)
	142	Powtórzenie wiadomości.				
	143-144	Praca klasowa i jej omówienie.				
STATYSTYKA (9 h)	145-146	Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie średniej arytmetycznej (K) • pojęcia: mediana, dominanta (K) • pojęcia: dolny kwartył, górny kwartył, rozstęp danych, rozstęp międzykwartyłowy (R) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie średniej arytmetycznej (K) • pojęcia: mediana, dominanta (K) • pojęcia: dolny kwartył, górny kwartył, rozstęp danych, rozstęp międzykwartyłowy (R) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać średnią arytmetyczną, medianę i dominantę (K–R) • rysować diagramy pudełkowe oraz obliczać dolny i górny kwartył oraz rozstęp danych i rozstęp międzykwartyłowy (R–D) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania średniej arytmetycznej, mediany i dominanty (R–D) • rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania dolnego i górnego kwartyła oraz rozstępu danych i rozstępu międzykwartyłowego (R–W)
	147-148	Średnia ważona.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie średniej ważonej (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie średniej ważonej (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać średnie ważone zestawu danych (K–P) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania średniej ważonej (D)
	149-150	Odchylenie standardowe.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie odchylenia standardowego (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie odchylenia standardowego (P) • interpretację wartości przeciętnej i odchylenia standardowego (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać odchylenie standardowe (P) • interpretować wartości przeciętne i odchylenia standardowe (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania odchylenia standardowego (R–D)
	151	Powtórzenie wiadomości.				
	152-153	Praca klasowa.				