

**ZAŁOŻENIA DO PLANU REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE III
(zakres podstawowy z rozszerzeniem)**

Program nauczania: *Matematyka z plusem*, numer dopuszczenia DKW-4015-37/01.

Liczba godzin nauki w tygodniu: 5

Planowana liczba godzin w ciągu roku: 120

Szarą ramką oznaczono treści nieobowiązkowe.

Podkreślenie dotyczy treści, które mimo, że nie są już objęte podstawą programową, warto je omówić z uczniami.

Podręczniki i książki pomocnicze Gdańskiego Wydawnictwa Oświatowego:

Matematyka III. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy. Nowa wersja — M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

Matematyka III. Podręcznik dla liceum i technikum. Zakres podstawowy z rozszerzeniem. Nowa wersja — M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

Matematyka III. Ćwiczenia — M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech

Matematyka III. Zbiór zadań — M. Braun, M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech, E. Zamościńska

Matematyka III. Sprawdziany — U. Sawicka-Patrzałek, D. Figura, B. Jeleńska, A. Wola, W. Urbańczyk

Matematyka III. Podręcznik dla liceum i technikum. Wersja dla nauczyciela. Część I i II — M. Dobrowolska, M. Karpiński, J. Lech, W. Urbańczyk

ROZKŁAD MATERIAŁU DLA KLASY III

	Liczba godzin
Wyrażenia wymierne	15
Przekształcanie wielomianów	2
Wyrażenia wymierne	2
Równania wymierne	2
Nierówności wymierne	2
Hiperbola. Przesuwanie hiperboli	2
<u>Funkcja homograficzna</u>	2

Funkcje wymierne	
Powtórzenie i praca klasowa	3
Granice funkcji. Pochodne	
Granice funkcji - intuicje	
Granice funkcji - definicje	
Funkcje ciągłe	
Obliczanie granic	
Obliczanie granic (cd.)	
Asymptoty	
Pochodna funkcji	
Pochodna funkcji (cd.)	
Monotoniczność funkcji	
Ekstrema	
Ekstrema (cd.)	
Rysowanie wykresów funkcji	
Powtórzenie i praca klasowa	
Prawdopodobieństwo	23
Zdarzenia losowe	2
Drzewka	2
Własności prawdopodobieństwa	2

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

Prawdopodobieństwo warunkowe	2
Prawdopodobieństwo całkowite	2
Elementy kombinatoryki	3
Elementy kombinatoryki (cd.)	2
Kombinatoryka i prawdopodobieństwo	3
Zdarzenia niezależne	2
Schemat Bernoulliego	
Dwumian Newtona	
Powtórzenie i praca klasowa	3
Stereometria	22
Wielościany	1
Wielościany foremne	1
Kąty w wielościanach	2
Pola powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów	3
Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów	2
Pola powierzchni i objętości wielościanów	2
Walec	2
Stożek	2
Kula	2
Bryły podobne	2

Wartości najmniejsze i największe	
Powtórzenie i praca klasowa	3
RAZEM W CIĄGU ROKU	60

**PLAN REALIZACJI MATERIAŁU NAUCZANIA MATEMATYKI W KLASIE III WRAZ Z PLANEM WYNIKOWYM
(ZAKRES PODSTAWOWY Z ROZSZERZENIEM)**

Kategorie celów nauczania:

A — zapamiętanie wiadomości B — rozumienie wiadomości C — stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych D — stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych

Poziomy wymagań edukacyjnych:

K — konieczny — ocena dopuszczająca (2) P — podstawowy — ocena dostateczna (3) R — rozszerzający — ocena dobra (4) D — dopełniający — ocena bardzo dobra (5) W — wykraczający — ocena celująca (6)

DZIAŁ PROGRAMOWY	JEDNOSTKA LEKCYJNA	JEDNOSTKA TEMATYCZNA	CELE KSZTAŁCENIA W UJĘCIU OPERACYJNYM WRAZ Z OKREŚLENIEM WYMAGAŃ			
			podstawowe			ponadpodstawowe
			KATEGORIA A Uczeń zna:	KATEGORIA B Uczeń rozumie:	KATEGORIA C Uczeń potrafi:	KATEGORIA D Uczeń potrafi:
	1	Lekcja organizacyjna.				
WYRAŻENIA WYMIERNE (15 h)	2–3	Przekształcanie wielomianów.	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie jednomianu (K) pojęcie wielomianu stopnia n (K) pojęcie rozkładu wielomianu na czynniki (K) wzory skróconego mnożenia: kwadrat sumy i różnicy, różnica kwadratów dwóch wyrażeń (K), suma i różnica sześciątów, sześciąt sumy i różnicy dwóch wyrażeń (P) własność rozkładu wielomianu na czynniki 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie jednomianu (K) pojęcie wielomianu stopnia n (K) pojęcie rozkładu wielomianu na czynniki (K) wzory skróconego mnożenia: kwadrat sumy i różnicy, różnica kwadratów dwóch wyrażeń (K), suma i różnica sześciątów, sześciąt sumy i różnicy dwóch wyrażeń (P) własność rozkładu wielomianu na czynniki 	<ul style="list-style-type: none"> określać stopień wielomianu (K) dodawać, odejmować, mnożyć wielomiany (K–R) porządkować wielomiany i doprowadzać je do najprostszej postaci (K–R) rozkładać wielomiany na czynniki, stosując: <ul style="list-style-type: none"> wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias wzory skróconego mnożenia metodę grupowania 	<ul style="list-style-type: none"> wykonywać działania na wielomianach i przedstawiać otrzymane wielomiany w najprostszej postaci (R–D) podawać przykłady wielomianów spełniających określone warunki (R–D) ustalać liczbę rozwiązań równania wielomianowego (R–D) ustalać wartości parametrów, dla których dany wielomian ma określoną liczbę

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

			<p>(P)</p> <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie trójmianu kwadratowego (K) • pojęcie równania wielomianowego stopnia n (K) • pojęcie pierwiastka wielomianu (K) • pojęcie k-krotnego pierwiastka wielomianu (K) • pojęcie nierówności wielomianowej (K) 	<p>(P)</p> <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie trójmianu kwadratowego (K) • pojęcie równania wielomianowego stopnia n (K) • pojęcie pierwiastka wielomianu (K) • pojęcie k-krotnego pierwiastka wielomianu (K) • pojęcie nierówności wielomianowej (K) 	<p>wyrazów</p> <p>– rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki w zależności od znaku wyróżnika Δ (K–D)</p> <ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania wielomianowe (K–D) • określać liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika Δ (K) • znajdować pierwiastki danych wielomianów i ustalać ich krotności (P–D) • rozwiązywać nierówności wielomianowe (P–D) 	<p>pierwiastków (R–D)</p> <ul style="list-style-type: none"> • określać, dla jakich wartości parametru zbiorem rozwiązań nierówności wielomianowej jest dany zbiór (R–D)
	4–5	Wyrażenia wymierne.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie wyrażenia wymiernego (K) • pojęcie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego (K) • pojęcie dziedziny wyrażenia wymiernego (K) • pojęcie równości wyrażen wymiernych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie wyrażenia wymiernego (K) • pojęcie wartości liczbowej wyrażenia wymiernego (K) • pojęcie dziedziny wyrażenia wymiernego (K) • pojęcie równości wyrażen wymiernych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartości liczbowe wyrażen wymiernych dla podanych wartości zmiennej (K–P) • określać dziedzinę wyrażenia wymiernego (P–R) • podawać przykłady wyrażen wymiernych spełniających dane warunki (P–R) • upraszczać wyrażenia wymierne (KP) • dodawać, odejmować, mnożyć wyrażenia wymierne (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • określać dziedzinę wyrażenia wymiernego oraz wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych (R–D) • określać, dla jakich wartości parametrów wyrażenia wymierne spełniają określone warunki (R–D) • rozwiązywać zadania z zastosowaniem wyrażen wymiernych (R–W)
	6–7	Równania wymierne.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie równania wymiernego (K) • sposoby rozwiązywania równań wymiernych (K–P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie równania wymiernego (K) • sposoby rozwiązywania równań wymiernych (K–P) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania wymierne (KR) • określać założenia, przy których dane równanie wymierne ma sens (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania wymierne (R–D) • rozwiązywać zadania z zastosowaniem równań wymiernych (R–D)

					<ul style="list-style-type: none"> • dzielić wyrażenia wymierne (P–R) • przekształcać wzory tak, aby wyznaczyć wskazaną wielkość (K–R) 	
	8-9	Nierówności wymierne.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie nierówności wymiernej (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie nierówności wymiernej (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nierówności wymierne (K–R) • określać założenia, przy których dana nierówność wymierna ma sens (K–R) • określać dziedzinę funkcji (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać nierówności wymierne (R–D) • określać dziedzinę funkcji (R–D) • sprawdzać, czy dane funkcje są równe (R-D) • rozwiązywać zadania z zastosowaniem nierówności wymiernych (R–D)
	10–11	Hiperbola. Przesuwanie hiperboli.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie hiperboli (K) • zasady sporządzania wykresów funkcji: $y=-f(x)$, $y=f(x+a)+b$, gdy dany jest wykres funkcji $y=f(x)$(P–D) • pojęcie osi symetrii hiperboli (P) • pojęcie wierzchołków hiperboli (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie hiperboli (K) • pojęcie asymptot poziomej i pionowej wykresu funkcji $f(x)=a/x$, $a \neq 0$(K) • położenie gałęzi hiperboli w zależności od znaku a (K) • zasady sporządzania wykresów funkcji: $y=-f(x)$, $y=f(x+a)+b$, gdy dany jest wykres funkcji $y=f(x)$ (P–D) • pojęcie osi symetrii hiperboli (P) • pojęcie wierzchołków hiperboli (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • określać dziedzinę i sporządzać wykres funkcji $f(x)=a/x$, $a \neq 0$(K) • określać położenie gałęzi hiperboli w zależności od a(K) • określać przedziały monotoniczności funkcji $f(x)=a/x$, $a \neq 0$(K) • dopasowywać wzór do wykresu funkcji i odwrotnie (P–R) • określać wzór funkcji, która powstanie, gdy wykres funkcji $f(x)=a/x$, $a \neq 0$ – odbijemy symetrycznie względem osi układu współrzędnych (P) – odbijemy symetrycznie względem początku układu (P) – przesuniemy równoległe o a 	<ul style="list-style-type: none"> • określać wartość parametru, dla którego funkcja $f(x)=a/x-p+q$, $a \neq 0$ spełnia określone warunki (R–W) • określać wzory funkcji, których wykresami są hiperbole spełniające określone warunki (R–W)

					<p>jednostek w prawo lub w lewo i o b jednostek do góry lub w dół (P)</p> <ul style="list-style-type: none"> określać dziedzinę i sporządzać wykres funkcji $f(x)=a/x-p + q$, $a \neq 0$(P) określać równania asymptot i współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji $f(x)=a/x-p +q$, $a \neq 0$(K) z osiami układu współrzędnych (P) określać przedziały monotoniczności i argumenty, dla których funkcja $f(x)=a/x-p + q$, $a \neq 0$ przyjmuje wartości dodatnie, ujemne (P) określać współrzędne wierzchołków hiperboli (P) 	
12-13	<u>Funkcja homograficzna.</u>	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie funkcji homograficznej (K) postać ogólną i postać kanoniczną funkcji homograficznej (P) zasady sporządzania wykresów funkcji: $y= f/f(x)$, $y= f'(x)$, gdy dany jest wykres funkcji $y= f(x)$(R–D) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie funkcji homograficznej (K) postać ogólną i postać kanoniczną funkcji homograficznej (P) zasady sporządzania wykresów funkcji: $y= f/f(x)$, $y= f'(x)$, gdy dany jest wykres funkcji $y= f(x)$(R–D) 	<ul style="list-style-type: none"> podawać przykłady funkcji homograficznych (K) określać dziedzinę funkcji homograficznej (K) przekształcać wzór funkcji homograficznej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej (P–R) sporządzać wykresy funkcji homograficznych (P–R) określać równania asymptot i osi symetrii wykresów funkcji homograficznych (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> określać, dla jakiej wartości parametru funkcja homograficzna spełnia określone warunki (R–W) podawać przykłady wzorów funkcji homograficznych spełniających określone warunki (R–D) określać własności funkcji homograficznych (R–D) sporządzać wykres funkcji homograficznej $y= f(x)$, a następnie, korzystając z jej wykresu, szkicować wykresy funkcji: $y=$ 	

					<ul style="list-style-type: none"> określać współrzędne punktów przecięcia wykresów funkcji homograficznych z osiami układu (P–R) dopasować wzory funkcji homograficznych do ich wykresów (P–R) 	$f(x)/, y=f(x), y=$ $f(x)/(R-W)$
		Funkcje wymierne.	<ul style="list-style-type: none"> definicję funkcji wymiernej (K) 	<ul style="list-style-type: none"> definicję funkcji wymiernej (K) pojęcie asymptoty poziomej i pionowej wykresu funkcji wymiernej (K) 	<ul style="list-style-type: none"> podawać przykłady funkcji wymiernych (K–P) określać dziedzinę i sporządzać wykres funkcji wymiernej (K–R) określać równania asymptot i współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji wymiernej z osiami układu współrzędnych (K–R) określać przedziały monotoniczności funkcji wymiernej (K–R) określać argumenty, dla których funkcja wymierna przyjmuje wartości dodatnie, ujemne (P–R) podawać wzór funkcji wymiernej na podstawie jej wykresu (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> określać, dla jakiej wartości parametru funkcja wymierna spełnia określone warunki (R–W) podawać przykłady wzorów funkcji wymiernych spełniających określone warunki (R–D) określać własności funkcji wymiernych (R–D)
	14	Powtórzenie wiadomości.				
	15-16	Praca klasowa.				
GRANICE FUNKCJI. POCHODNE		Granice funkcji — intuicje.	<ul style="list-style-type: none"> zapis granicy funkcji w nieskończoności i w punkcie (K) zapis jednostronnej granicy funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> zapis granicy funkcji w nieskończoności i w punkcie (K) zapis jednostronnej granicy funkcji (K) pojęcie granicy 	<ul style="list-style-type: none"> określać granice funkcji na podstawie jej wykresu (K–R) określać granice jednostronne funkcji na podstawie jej wykresu (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> określić wzór funkcji spełniającej określone warunki, a następnie podawać granice tej funkcji (R–D)

			<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie granicy właściwej funkcji (K) • pojęcie granicy niewłaściwej funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • właściwej funkcji (K) • pojęcie granicy niewłaściwej funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • szkicować wykres funkcji, mając daną jej dziedzinę i granice tej funkcji (K–R) • szkicować wykres funkcji zadanej wzorem i na podstawie wykresu określać granice tej funkcji (K–R) 	
		Granice funkcji — definicje.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie granicy właściwej w plus oraz minus nieskończoności(P) • pojęcie granicy niewłaściwej w plus oraz minus nieskończoności(P) • definicję granicy funkcji w punkcie (P) • definicję granicy niewłaściwej funkcji punkcie (P) • definicje granicy lewo i prawostronnej funkcji w punkcie (P) • definicje granicy niewłaściwej lewo- i prawostronnej funkcji w punkcie (P) • związek między granicami jednostronnymi a granicą funkcji (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie granicy właściwej w plus oraz minus nieskończoności(P) • pojęcie granicy niewłaściwej w plus oraz minus nieskończoności(P) • definicję granicy funkcji w punkcie (P) • definicję granicy niewłaściwej funkcji punkcie (P) • definicje granicy lewo i prawostronnej funkcji w punkcie (P) • definicje granicy niewłaściwej lewo i prawostronnej funkcji w punkcie (P) • związek między granicami jednostronnymi a granicą funkcji (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • określać granice funkcji w plus oraz minus nieskończoności, korzystając z definicji (PR) • korzystając z definicji, określać granice funkcji w punkcie (P–R) • korzystając z definicji, wykazać, że dana funkcja nie ma granicy (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • korzystając z definicji, określać granice funkcji w plus oraz minus nieskończoności (R–D) • korzystając z definicji, określać granice funkcji w punkcie (R–D) • korzystając z definicji, wykazać, że dana funkcja nie ma granicy (R–D)
		Funkcje ciągłe.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie funkcji ciągłej w punkcie (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie funkcji ciągłej w punkcie (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • wskazywać punkty, w których funkcja nie jest ciągła (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • określać, dla jakiej wartości parametrów funkcja jest ciągła w

			<ul style="list-style-type: none"> własności funkcji ciągłych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> własności funkcji ciągłych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> sprawdzać ciągłość funkcji w punkcie (K–R) sprawdzać ciągłość w całej dziedzinie (K–R) obliczać granice funkcji w punkcie (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> dany punkt (R–W) znajdować punkty, w których funkcja nie jest ciągła (R–W)
	Obliczanie granic.		<ul style="list-style-type: none"> własności granic właściwych funkcji w nieskończoności (K) własności granic niewłaściwych funkcji w nieskończoności (K) symbole nieoznaczone (K) 	<ul style="list-style-type: none"> własności granic właściwych funkcji w nieskończoności (K) własności granic niewłaściwych funkcji w nieskończoności (K) symbole nieoznaczone (K) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać granice funkcji w nieskończoności, wykorzystując własności granic właściwych i niewłaściwych (K–R) obliczać granice funkcji, gdy ma do czynienia z symbolami nieoznaczonymi (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać granice funkcji w nieskończoności, wykorzystując granic właściwych i niewłaściwych (R–D) obliczać granice funkcji, gdy ma do czynienia z symbolami nieoznaczonymi (R–D)
	Obliczanie granic (cd.).		<ul style="list-style-type: none"> własności granic właściwych funkcji w nieskończoności (K) własności granic niewłaściwych funkcji w nieskończoności (K) symbole nieoznaczone (K) 	<ul style="list-style-type: none"> własności granic właściwych funkcji w nieskończoności (K) własności granic niewłaściwych funkcji w nieskończoności (K) symbole nieoznaczone (K) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać granice funkcji w nieskończoności, wykorzystując własności granic właściwych i niewłaściwych (K–R) obliczać granice funkcji, gdy ma do czynienia z symbolami nieoznaczonymi (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać granice funkcji w nieskończoności, wykorzystując własności granic właściwych i niewłaściwych (R–D) obliczać granice funkcji, gdy ma do czynienia z symbolami nieoznaczonymi (R–D)
	Asymptoty.		<ul style="list-style-type: none"> pojęcie asymptoty (prawostronnej, lewostronnej, obustronnej) poziomej wykresu funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie asymptoty (prawostronnej, lewostronnej, obustronnej) poziomej wykresu funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> określać równania asymptot poziomych i pionowych wykresu danej funkcji (K–R) sprawdzać, czy dana prosta jest 	<ul style="list-style-type: none"> określać równania asymptot poziomych, pionowych oraz ukośnych wykresu danej funkcji (R–D)

			<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie asymptoty (prawostronnej, lewostronnej, obustronnej) pionowej wykresu funkcji (K) • pojęcie asymptoty (prawostronnej, lewostronnej, obustronnej) ukośnej wykresu funkcji (K) • twierdzenie dotyczące asymptoty ukośnej wykresu funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie asymptoty (prawostronnej, lewostronnej, obustronnej) pionowej wykresu funkcji (K) • pojęcie asymptoty (prawostronnej, lewostronnej, obustronnej) ukośnej wykresu funkcji (K) • twierdzenie dotyczące asymptoty ukośnej wykresu funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • asymptotą ukośną funkcji (K–R) • określać równania asymptot ukośnych wykresu danej funkcji (K–R) • obliczać przybliżoną wartość argumentu z wykorzystaniem równania asymptoty ukośnej tej funkcji (P–R) • sprawdzić, czy narysowana prosta jest asymptotą danej funkcji (K–R) 	
		Pochodna funkcji.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie siecznej wykresu funkcji (K) • pojęcie stycznej do wykresu funkcji (K) • definicję pochodnej funkcji w punkcie (K) • związek między pochodną funkcji w punkcie i współczynnikiem kierunkowym stycznej (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie siecznej wykresu funkcji (K) • pojęcie stycznej do wykresu funkcji (K) • definicję pochodnej funkcji w punkcie (K) • związek między pochodną funkcji w punkcie i współczynnikiem kierunkowym stycznej (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać pochodne funkcji w punkcie, korzystając z definicji (KR) • sprawdzać, czy funkcja ma pochodną w danym punkcie (K–R) • określać równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • wykazać, że funkcja nie ma pochodnej w danym punkcie (P–D) • korzystając z wykresu funkcji, wskazywać argumenty, dla których pochodna spełnia określone warunki (P–D)
		Pochodna funkcji (cd.).	<ul style="list-style-type: none"> • definicję pochodnej funkcji (K) • twierdzenia dotyczące własności pochodnej funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • definicję pochodnej funkcji (K) • twierdzenia dotyczące własności pochodnej funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać pochodne funkcji, korzystając z twierdzeń o własnościach pochodnej funkcji (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania pochodnej funkcji (R–D) • rozwiązywać

			<ul style="list-style-type: none"> dowody twierdzeń o własnościach pochodnej funkcji (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> dowody twierdzeń o własnościach pochodnej funkcji (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> określać równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie (K-R) obliczać przybliżoną wartość funkcji dla danego argumentu (P-R) 	<ul style="list-style-type: none"> zadania z zastosowaniem pochodnej funkcji w punkcie i jej związku z kątem nachylenia stycznej do wykresu funkcji w tym punkcie (P-D) rozwiązywać zadania z fizyki z wykorzystaniem obliczania pochodnej (R-D)
		Monotoniczność funkcji.	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenia dotyczące związku znaku pochodnej funkcji z monotonicznością tej funkcji (K) pojęcie punktu przegięcia (P) 	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenia dotyczące związku znaku pochodnej funkcji z monotonicznością tej funkcji (K) pojęcie punktu przegięcia (P) 	<ul style="list-style-type: none"> na podstawie wykresu funkcji określać przedziały, w których pochodna funkcji przyjmuje wartości dodatnie, ujemne (K-P) określać przedziały monotoniczności funkcji na podstawie wykresu pochodnej tej funkcji (K-P) określać przedziały monotoniczności funkcji (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> określać przedziały monotoniczności funkcji (R-D) dopasowywać do wykresu pochodnej funkcji wykres tej funkcji i odwrotnie (P-D) określać wartość parametru, dla którego dana funkcja jest rosnąca lub malejąca (R-D)
		Ekstrema.	<ul style="list-style-type: none"> definicję minimum lokalnego właściwego (K) definicję maksimum lokalnego właściwego (K) pojęcie ekstremum (K) warunek konieczny istnienia ekstremum (K) warunek 	<ul style="list-style-type: none"> definicję minimum lokalnego właściwego (K) definicję maksimum lokalnego właściwego (K) pojęcie ekstremum (K) warunek konieczny istnienia ekstremum (K) warunek 	<ul style="list-style-type: none"> określać ekstrema lokalne na podstawie wykresu funkcji (K-P) obliczać ekstrema lokalne funkcji (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać ekstrema lokalne funkcji (R-D) dopasować do wykresu pochodnej wykres funkcji i odwrotnie (P-D) uzasadniać, że dla parametrów spełniających określone warunki funkcja ma ekstrema (R-W)

			dostateczny istnienia ekstremum (K)	dostateczny istnienia ekstremum (K)		
		Ekstrema (cd.)	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie wartości największej funkcji (K) pojęcie wartości najmniejszej funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie wartości największej funkcji (K) pojęcie wartości najmniejszej funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać największą i najmniejszą wartość funkcji w danym przedziale (K–R) rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania największej i najmniejszej wartości funkcji (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania największej i najmniejszej wartości funkcji (R–D)
		Rysowanie wykresów funkcji.	<ul style="list-style-type: none"> etapy badania własności funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> etapy badania własności funkcji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> badać własności funkcji (K–R) sporządzać tabele zawierające informacje o funkcji i jej pochodnej (KR) szkicować wykresy funkcji mających określone własności (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> badać własności funkcji (R–W) szkicować wykresy funkcji (R–W) szkicować wykresy funkcji mających określone własności (R–D)
		Powtórzenie wiadomości.				
		Praca klasowa.				
PRAWDOPODOBIENSTWO (23 h)	17-18	Zdarzenia losowe.	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe (K) klasyczną definicję prawdopodobieństwa (K) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie losowe (K) klasyczną definicję prawdopodobieństwa (K) 	<ul style="list-style-type: none"> określać zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego (K–R) określać zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu (K–R) obliczać prawdo- 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa (R–D)

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

					podobieństwa zdarzeń, korzystając z klasycznej definicji prawdopodobieństwa (K–P)	
19-20	Drzewka.		• metodę drzewek (K)	• metodę drzewek (K)	• obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z metody drzewek (K–P)	• obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z metody drzewek (R–D)
21-22	Własności prawdopodobieństwa.		<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: suma, iloczyn, różnica zdarzeń, zdarzenia wykluczające się (K) • pojęcie zdarzenia przeciwnego (K) • pojęcia: zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe (K) • własności prawdopodobieństwa (K) • twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: suma, iloczyn, różnica zdarzeń, zdarzenia wykluczające się (K) • pojęcie zdarzenia przeciwnego (K) • pojęcia: zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe (K) • własności prawdopodobieństwa (K) • twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • ustalać zdarzenia przeciwne do danych (K) • rozpoznawać zdarzenia wykluczające się (K–P) • określać sumę, iloczyn, różnicę zdarzeń (K–P) • obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z własności prawdopodobieństwa (K–P) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń, korzystając z własności prawdopodobieństwa (R–D)
23-24	<u>Prawdopodobieństwo warunkowe.</u>		• <u>pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego (P)</u>	• <u>pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego (P)</u>	• <u>obliczać prawdopodobieństwo warunkowe (P–R)</u>	• <u>rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczenia prawdopodobieństwa warunkowego (R–D)</u>
25-26	<u>Prawdopodobieństwo całkowite.</u>		<ul style="list-style-type: none"> • <u>twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym (P)</u> • <u>wzór Bayesa (P)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym (P)</u> • <u>wzór Bayesa (P)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>obliczać prawdopodobieństwo całkowite (P–R)</u> • <u>korzystać ze wzoru Bayesa (P–R)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>rozwiązywać zadania z zastosowaniem twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym (R–D)</u> • <u>rozwiązywać zadania, korzystając ze wzoru Bayesa (R–D)</u>

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

	27-29	Elementy kombinatoryki.	<ul style="list-style-type: none"> • zasadę mnożenia (K) • pojęcie silni (K) • pojęcie permutacji (K) • pojęcia: wariacja bez powtórzeń, wariacja z powtórzeniami (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • zasadę mnożenia (K) • pojęcie silni (K) • pojęcie permutacji (K) • pojęcia: wariacja bez powtórzeń, wariacja z powtórzeniami (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować zasadę mnożenia (K–R) • ustalać liczbę permutacji (K–R) • ustalać liczby wariacji z powtórzeniami i wariacji bez powtórzeń (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • ustalać liczby permutacji, wariacji z powtórzeniami oraz wariacji bez powtórzeń (R–D)
	30-31	Elementy kombinatoryki (cd.).	<ul style="list-style-type: none"> • symbol Newtona (K) • własności symbolu Newtona (K–P) • pojęcie kombinacji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • symbol Newtona (K) • własności symbolu Newtona (K–P) • pojęcie kombinacji (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać symbol Newtona (K–P) • ustalać liczbę kombinacji (K–P) • rozwiązywać równania z zastosowaniem symbolu Newtona (R–D) 	<ul style="list-style-type: none"> • ustalać liczbę kombinacji (R–D) • rozwiązywać zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona (R–W)
	32-34	Kombinatoryka i prawdopodobieństwo.			<ul style="list-style-type: none"> • stosować kombinatorykę w rachunku prawdopodobieństwa (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować kombinatorykę w rachunku prawdopodobieństwa (R–D)
	35-36	<u>Zdarzenia niezależne.</u>	<ul style="list-style-type: none"> • <u>pojęcie niezależności dwóch zdarzeń (K)</u> • <u>własności zdarzeń niezależnych (P)</u> • <u>pojęcie niezależności trzech zdarzeń (P)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>pojęcie niezależności dwóch zdarzeń (K)</u> • <u>własności zdarzeń niezależnych (P)</u> • <u>twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym (P)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>badać niezależność dwóch zdarzeń (K–R)</u> • <u>stosować własności zdarzeń niezależnych (PR)</u> • <u>badać niezależność trzech zdarzeń (P–R)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>rozwiązywać zadania z zastosowaniem badania niezależności zdarzeń oraz własności zdarzeń niezależnych (R–D)</u>
		<u>Schemat Bernoulliego.</u>	<ul style="list-style-type: none"> • wzór określający w schemacie Bernoulliego prawdopodobieństwo otrzymania k sukcesów w n próbach (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • schemat Bernoulliego (K) • wzór określający w schemacie Bernoulliego prawdopodobieństwo otrzymania k sukcesów w n próbach (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować schemat Bernoulliego (P–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania, korzystając ze schematu Bernoulliego (R–D)

		Dwumian Newtona.	• wzór Newtona (P)	• wzór Newtona (P)	• korzystać ze wzoru Newtona (P–R)	• rozwiązywać zadania, korzystając ze wzoru Newtona (R–D)
	37	Powtórzenie wiadomości.				
	38-39	Praca klasowa.				
STEREOMETRIA (22 h)	40	Wielościany.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie figury wypukłej (K) • pojęcia: graniastosłup, ostrosłup (K) • pojęcia: podstawa, ściana boczna, wierzchołek, krawędź boczna, krawędź podstawy graniastosłupa i ostrosłupa (K) • pojęcia: prostopadłościan, graniastosłup prosty, graniastosłup pochyły (K) • pojęcia: graniastosłup prawidłowy, ostrosłup prawidłowy (K) • pojęcie czworościanu (K) • pojęcia: wysokość graniastosłupa, wysokość ostrosłupa, spodek wysokości(K) • twierdzenia dotyczące ostrosłupów prawidłowych (K) • reguły rysowania rzutów brył (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie figury wypukłej (K) • pojęcia: graniastosłup, ostrosłup (K) • pojęcia: podstawa, ściana boczna, wierzchołek, krawędź boczna, krawędź podstawy graniastosłupa i ostrosłupa (K) • pojęcia: prostopadłościan, graniastosłup prosty, graniastosłup pochyły (K) • pojęcia: graniastosłup prawidłowy, ostrosłup prawidłowy (K) • pojęcie czworościanu (K) • pojęcia: wysokość graniastosłupa, wysokość ostrosłupa, spodek wysokości(K) • twierdzenia dotyczące ostrosłupów prawidłowych (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • wskazywać graniastosłupy pochyłe, graniastosłupy proste (K) • wskazywać wierzchołki, podstawy, ściany boczne, krawędzie podstawy i krawędzie boczne graniastosłupów i ostrosłupów (K) • rysować rzuty graniastosłupów i ostrosłupów (K) • rysować siatki graniastosłupów i ostrosłupów (K) • rozpoznawać siatki graniastosłupów i ostrosłupów (K–P) • obliczać liczbę wierzchołków, krawędzi, ścian bocznych graniastosłupów i ostrosłupów (K–R) • wyznaczać długości odcinków w graniastosłupach i ostrosłupach, 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać długości odcinków w graniastosłupach i ostrosłupach, korzystając z twierdzenia Pitagorasa oraz funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (R–D)

				<ul style="list-style-type: none"> • reguły rysowania rzutów brył (K) 	korzystając z twierdzenia Pitagorasa oraz funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym (K–R)	
41	Wielościany foremne.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: czworościan foremny, sześcián (K) • pojęcia: ośmiościan foremny, dwunastościan foremny, dwudziestościan foremny (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: czworościan foremny, sześcián (K) • pojęcia: ośmiościan foremny, dwunastościan foremny, dwudziestościan foremny (P) 	<ul style="list-style-type: none"> • rysować siatki oraz rzuty czworościanu foremnego i sześciánu (K) • rozpoznawać siatki oraz rzuty ośmiościanu foremnego, dwunastościanu foremnego i dwudziestościanu foremnego (P) • wyznaczać długości odcinków w czworościanach foremnych i sześciánach (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać długości odcinków w wielościanach foremnych (P–D) 	
42-43	Kąty w wielościanach.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: proste równoległe w przestrzeni, proste prostopadłe w przestrzeni, proste skośne (K) • pojęcie prostej prostopadłej do płaszczyzny (K) • pojęcia: kąt dwuścienny, kąt między prostą a płaszczyzną (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: proste równoległe w przestrzeni, proste prostopadłe w przestrzeni, proste skośne (K) • pojęcie prostej prostopadłej do płaszczyzny (K) • pojęcia: kąt dwuścienny, kąt między prostą a płaszczyzną (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • wskazywać kąty między ścianami graniastosłupów i ostrosłupów (P–D) • wyznaczać miary kątów między odcinkami, miary kątów między odcinkami i ścianami oraz między ścianami w graniastosłupach i ostrosłupach (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z wykorzystaniem obliczania miar kątów między odcinkami, miar kątów między odcinkami i ścianami oraz między ścianami w graniastosłupach i ostrosłupach (R–W) 	

	44-46	Pola powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów.	<ul style="list-style-type: none"> wzór na obliczanie pola powierzchni graniastosłupa (K) wzór na obliczanie objętości graniastosłupa (K) wzór na obliczanie pola powierzchni ostrosłupa (K) wzór na obliczanie objętości ostrosłupa (K) wzory na obliczanie pól figur płaskich (K) 	<ul style="list-style-type: none"> wzór na obliczanie pola powierzchni graniastosłupa (K) wzór na obliczanie objętości graniastosłupa (K) wzór na obliczanie pola powierzchni ostrosłupa (K) wzór na obliczanie objętości ostrosłupa (K) wzory na obliczanie pól figur płaskich (K) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać pola powierzchni i objętości graniastosłupów (K–R) obliczać pola powierzchni i objętości ostrosłupów (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania pól powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów (R–W)
	47-48	Przekroje graniastosłupów i ostrosłupów.	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie przekroju bryły (K) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie przekroju bryły (K) 	<ul style="list-style-type: none"> zaznaczać przekroje (KP) określać rzeczywiste kształty przekrojów (K–P) obliczać pola i obwody danych przekrojów (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> obliczać pola i obwody danych przekrojów (RW)
	49-50	Pola powierzchni i objętości wielościanów.	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia: pole powierzchni i objętość wielościanu (P) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcia: pole powierzchni i objętość wielościanu (P) 	<ul style="list-style-type: none"> rysować rzuty wielościanów (K–D) obliczać pola i objętości wielościanów (P–D) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania pól i objętości wielościanów (R–W)
	51-52	Walec.	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie walca (K) pojęcia: tworząca walca, podstawy, promień podstawy, wysokość walca (K) pojęcia: oś obrotu, przekrój osiowy walca (K) wzór na obliczanie pola powierzchni walca (K) wzór na obliczanie objętości walca (K) 	<ul style="list-style-type: none"> pojęcie walca (K) pojęcia: tworząca walca, podstawy, promień podstawy, wysokość walca (K) pojęcia: oś obrotu, przekrój osiowy walca (K) wzór na obliczanie pola powierzchni walca (K) wzór na obliczanie objętości walca (K) 	<ul style="list-style-type: none"> rysować rzut walca (K) rysować siatkę walca (K) wskazywać kąty między odcinkami oraz odcinkami i podstawami w walcu (K–P) obliczać pola powierzchni i objętości walców (K–R) 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania pól powierzchni i objętości walców (R–D) rozwiązywać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu (R–W)

Matematyka z plusem dla szkoły ponadgimnazjalnej

53-54	Stożek.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie stożka (K) • pojęcia: podstawa, promień, tworząca, wysokość stożka (K) • pojęcia: oś obrotu, przekrój osiowy stożka, spodek wysokości, kąt rozwarcia stożka (K) • wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości stożka (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcie stożka (K) • pojęcia: podstawa, promień, tworząca, wysokość stożka (K) • pojęcia: oś obrotu, przekrój osiowy stożka, spodek wysokości, kąt rozwarcia stożka (K) • wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości stożka (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • rysować rzut stożka (K) • rysować siatkę stożka (K) • wskazywać kąty między odcinkami oraz odcinkami i podstawą w stożku (K-P) • obliczać pola i objętości stożków (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z zastosowaniem obliczania pól i objętości stożków (R-D) • rozwiązywać zadania na obliczanie pól powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku (R-W)
55-56	Kula.	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: kula, sfera, środek, promień, średnica, koło wielkie (K) • wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości kuli (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • pojęcia: kula, sfera, środek, promień, średnica, koło wielkie (K) • wzory na obliczanie pola powierzchni i objętości kuli (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • rysować rzut kuli (K) • wskazywać kąty między przekrojami kuli (K-P) • obliczać pola i objętości kul (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać pola i objętości kul (R-D) • rozwiązywać zadania na obliczanie pól i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli (W)
57-58	<u>Bryły podobne.</u>	<ul style="list-style-type: none"> • <u>pojęcie brył podobnych (K)</u> • <u>własności brył podobnych (K)</u> • <u>zależność między polami powierzchni brył podobnych (K)</u> • <u>zależność między objętościami brył podobnych (K)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>pojęcie brył podobnych (K)</u> • <u>własności brył podobnych (K)</u> • <u>zależność między polami powierzchni brył podobnych (K)</u> • <u>zależność między objętościami brył podobnych (K)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>wykorzystywać zależności między polami powierzchni i objętościami brył podobnych (K-R)</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • <u>rozwiązywać zadania z zastosowaniem zależności między polami powierzchni i objętościami brył podobnych (R-W)</u>
	Wartości najmniejsze i największe.	<ul style="list-style-type: none"> • własności pochodnej (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • własności pochodnej (K) 	<ul style="list-style-type: none"> • znajduje największe bądź najmniejsze wymiary pola i objętości brył, korzystając z własności pochodnej (K-R) 	<ul style="list-style-type: none"> • znajduje największe bądź najmniejsze wymiary pola i objętości brył, korzystając z własności pochodnej (R-D)
59	Powtórzenie wiadomości.				
60-61	Praca klasowa.				